

PAULA TIYEMI SHINOZAKI MENDES

**MODELOS NÃO LINEARES COM ERRO DE MEDIDAS EM ESTIMATIVAS
VOLUMÉTRICAS DE *Eucalyptus* spp NO PÓLO GESSEIRO DE ARARIPE**



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PPG EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

**MODELOS NÃO LINEARES COM ERRO DE MEDIDAS EM ESTIMATIVAS
VOLUMÉTRICAS DE *Eucalyptus* spp NO PÓLO GESSEIRO DE ARARIPE**

Tese a ser apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de doutora

ORIENTADOR: José Antônio Aleixo da Silva

CO-ORIENTADORA: Claudia Regina Oliveira de Paiva Lima

RECIFE-PE – FEVEREIRO/2018.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

M538m Mendes, Paula Tiyemi Shinozaki
Modelos não lineares com erro de medidas em estimativas
volumétricas de *Eucalyptus* spp no pólo gesseiro de Araripe / Paula
Tiyemi Shinozaki Mendes . – 2018.
91 f. : il.

Orientador: José Antonio Aleixo da Silva .
Tese (Doutorado) – Universidade Federal Rural de
Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Biometria e
Estatística Aplicada, Recife, BR-PE, 2018.
Inclui referências.

1 Modelos volumétricos 2. Modelo com erro de medida
3. Reamostragem I. Silva, José Antonio Aleixo da, orient. II. Título

CDD 574.018

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PPG EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

MODELOS NÃO LINEARES COM ERRO DE MEDIDAS EM ESTIMATIVAS
VOLUMÉTRICAS DE *Eucalyptus* spp NO PÓLO GESSEIRO DE ARARIPE

Paula Tiyemi Shinozaki Mendes

Orientador:

Prof. Dr. José Antônio Aleixo da Silva
DCFL – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca examinadora:

Profa. Dra. Claudia Regina Oliveira de Paiva Lima
DE – Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Fernando Henrique de Lima Gadelha
IFPE – Instituto Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Antonio Samuel Alves da Silva
DEINFO – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof. Dr. Frank Sinatra Gomes da Silva
DEINFO – Universidade Federal Rural de Pernambuco

Dedico este trabalho aos donos de um amor
e apoio incomensurável, sempre presentes
independente da distância geográfica:

Paulo de Paula Mendes

Emiko Shinozaki Mendes

Renata Akemi Shinozaki Mendes

Renato Hideki Shinozaki Mendes

Agradecimentos

À Universidade Federal Rural de Pernambuco, em especial ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, na pessoa do coordenador Professor Doutor Moacir Cunha Filho, pela infraestrutura e apoio logístico.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela concessão da bolsa de pós-graduação.

Ao Professor Dr. José Antônio Aleixo da Silva, que me aceitou como orientada, instruindo-me e incentivando sempre que necessário com toda paciência, profissionalismo e dedicação.

A Professora Dra. Claudia Regina de Paiva Lima, fundadora do projeto, que designou a mim o desafio de realizá-lo sempre acreditando no meu potencial e sendo solícita de forma integral.

Ao Laboratório de Biometria e Manejo Florestal – LaBioMF, nos nomes de Fernando Gadelha, que se prontificou de maneira ágil a instruir o manuseio dos equipamentos, de Rubeni Cunha dos Santos, que participou e auxiliou na coleta dos dados, a Najara de Moura Fontele e José Wesley Lima Silva, que formaram comigo uma equipe fantástica em campo, contribuindo de forma única com meu crescimento pessoal e profissional.

Aos professores estatísticos Roberto Ferreira Manghi e Hemílio Fernandes Campos Coelho pelo apoio, orientação e pela disposição de sempre atenderem minhas dúvidas.

Aos professores do curso de doutorado: Dr. Guilherme Rocha Moreira, Dr. Moacyr Cunha Filho, Dr. José Antonio Aleixo da Silva, Dr. Paulo José Duarte Neto e Dra. Tatijana Stosic, por transmitirem seus conhecimentos e experiências me ajudando a ampliar meus conhecimentos e avançar em mais uma etapa profissional.

A Marco Antônio Gomes dos Santos, pela atenção e disponibilidade em sempre atender quaisquer dúvidas relacionadas ao programa.

Aos colegas do curso de doutorado em Biometria e Estatística Aplicada, Glauce Guerra, Leila Rameh, Wesley Lima, Cristiane Albuquerque, Lucas Galindo, Dennis Marinho e Erika Fialho pelo prazer do convívio neste período, pela amizade e ajuda;

À Emiko Shinozaki Mendes, Paulo de Paula Mendes, Renata Akemi Shinozaki Mendes e Renato Hideki Shinozaki Mendes, pelo constante apoio, compreensão e incentivo.

"Sejam A_1, A_2, \dots eventos aleatórios em $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P})$, ou seja, $A_n \in \mathcal{A}, \forall n$.

(a) Se $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) < \infty$, então $P(A_n \text{ infinitas vezes}) = 0$

(b) Se $\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) = \infty$, e os eventos A_n 's são independentes, então

$P(A_n \text{ infinitas vezes}) = 1$ "

Borel-Cantelli

Resumo

As estimativas dos volumes de árvores com mais precisão vem sendo o alvo de várias pesquisas com foco no manejo florestal sustentável. Por este motivo, objetivou-se elaborar um modelo matemático que leva em consideração o erro não sistemático associando a uma das variáveis independente, altura, uma vez que esta é uma das fontes de entrada na estimação do volume das árvores. O experimento foi realizado em Araripina, Pernambuco, no Instituto de Pesquisa Agropecuária (IPA), composto por 60 parcelas, com 49 árvores em cada parcela num espaçamento de 3 m x 2 m. Para a composição do banco de dados, usando o procedimento da amostragem sistemática, foram selecionadas 300 árvores para estimar as alturas utilizando o hipsômetro. Após a cubagem rigorosa das árvores pelo método de Smalian, foram obtidas informações do diâmetro a altura do peito (DAP), a altura determinada e o fator de forma de cada árvore. Foram comparados sete modelos volumétricos usando: (1) o valor determinado pela cubagem rigorosa; (2) o valor médio do fator de forma, o DAP e a altura estimada pelo hipsômetro; (3) o valor médio do fator de forma, o DAP e altura determinada; (4) modelo de Schumacher e Hall; (5) modelo de Schumacher e Hall com erro de medida; (6) modelo de Spurr; e (7) o modelo de Spurr com erro de medida. Os modelos foram comparados utilizando a análise de variância (ANOVA) e comparações múltiplas utilizando o teste de Tukey, ambos com 5% de significância. Uma vez que todos os modelos se apresentaram sem diferenças significativas entre si, foram realizadas simulações, variando o tamanho da amostra na expectativa de que o modelo com erro de medida pudesse captar o erro dos valores das alturas estimadas em tamanhos de amostras pequenas. Após a modelagem com os sete modelos com amostras de tamanhos de 30, 50, 100, 150 e 200 árvores, repetiu-se o procedimento de análise estatística adotada anteriormente. O resultado das comparações favoreceu o modelo de Schumacher e Hall, pela simplicidade de aplicação e por ser um dos mais utilizados em mensuração florestal, uma vez que as estimativas dos modelos não evidenciaram diferença significativa entre eles.

Palavras-chave: modelos volumétricos; modelo com erro de medida; reamostragem

Abstract

The estimation of forest volume with more precision has been the target of several researches focusing on sustainable forest management. For this reason, the objective of this work was to elaborate a mathematical model that takes into account the non-systematic error associating one of the independent variable, height, since this is one of the sources of input in the estimation of the volume of the trees. The experiment was carried out in Araripina, Pernambuco, at the Institute of Agricultural Research (IPA), composed of 60 plots, with 49 trees in each plot in a spacing of 3 m x 2 m. For the composition of the database, using the systematic sampling procedure, 300 trees were selected to estimate the heights using the hypsometer. After the volume determination by Smalian methodology, information diameter at breast height (DBH), height and form factor of each tree were obtained. Five volumetric models were compared using: (1) volume determined by strict cubing; (2) the mean value of the form factor, the DDH and the height estimated by the hypsometer; (3) the mean value of the form factor, the DBH and height; (4) model of Schumacher and Hall; (5) model of Schumacher and Hall with measurement error; (6) Spurr model and (7) Spurr model with measurement error. The models were compared using analysis of variance (ANOVA) and multiple comparisons using the Tukey test, both with 5% significance. Since all models presented no significant differences among them, simulations were performed, varying the size of the sample in the expectation that the model with error measure could capture the error of the values of the estimated heights in small sample sizes. After modeling with the five models with samples of sizes of 30, 50, 100, 150 and 200 trees, the statistical analysis procedure previously adopted was repeated. The results of the comparisons favored the Schumacher and Hall model, due to its simplicity of application and because it is one of the most used in forest mensuration, since the model estimates did not show a significant difference among them.

Key-words: volumetric models; measurement error models; simulation

Lista de figuras

Figura 1 – Demonstração das variáveis utilizadas para obtenção do fator de forma, em que DAP indica o diâmetro à altura do peito e h a altura da árvore.....	8
Figura 2 - Mapa do estado de Pernambuco destacando as principais cidades do Pólo Gesseiro do Araripe-PE.....	16
Figura 3 – Croqui do experimento situado no IPA com a distribuição das 15 parcelas nos 4 tratamentos.....	17
Figura 4 – Planta baixa da parcela.....	17
Figura 5 – Delineamento do plano amostral sistemático para a seleção das árvores.	18
Figura 6 – Fita métrica e suta utilizada na cubagem rigorosa	19
Figura 7 – Planilha utilizada em campo para a determinação da cubagem rigorosa ..	20
Figura 8 – Boxplot da altura determinada e altura estimada em metros	25
Figura 9 – Gráfico de envelope do modelo proposto por Schumacher e Hall.....	27
Figura 10 - Boxplot do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada.	29
Figura 11 – Histograma do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada.	30

Figura 12 - Boxplot do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada.	34
Figura 13 – Histogramas do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada.	34
Figura 14 - Médias e intervalos de confiança do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 30.	44
Figura 15 - Médias e intervalos de confiança do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 50.	47
Figura 16 - Médias e intervalos de confiança do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 100.	50
Figura 17 - Médias e intervalos de confiança do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 150.	53

Figura 18 - Médias e intervalos de confiança do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 200.....	56
Figura 19 - Boxplot do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 30.....	59
Figura 20 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 30.....	59
Figura 21 - Boxplot do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 50.....	60
Figura 22 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 50.....	60
Figura 23 – Boxplot do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 100.....	61
Figura 24 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado, do volume com altura determinada, do	

volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 100$	61
Figura 25 - Boxplot do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 150$	62
Figura 26 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 150$	62
Figura 27 - Boxplot do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 200$	63
Figura 28 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 200$	63
Figura 29 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 285$	64

Lista de tabelas

- Tabela 1 – Medidas descritivas das variáveis alturas estimadas e reais, em metros e diâmetro a altura do peito em centímetros..... 24
- Tabela 2 - Estatísticas descritivas do volume com altura estimada e o volume com altura verdadeira, em dm^3 , calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma. 29
- Tabela 3 – Análise de variância do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada. 31
- Tabela 4 – Comparações múltiplas das médias do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada..... 31
- Tabela 5 -Estatísticas descritivas do volume utilizando os modelos de Schumacher e Hall, modelo de Schumacher e Hall com o erro de medida, modelos de Spurr e modelos de Spurr com erro de medida..... 32
- Tabela 6 – Comparações múltiplas das médias do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada..... 35
- Tabela 7 – Estatísticas descritivas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 30$. 42

Tabela 8 – Análise de variância do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 30$. 43

Tabela 9 – Estatísticas descritivas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 50$. 45

Tabela 10 – Análise de variância do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 30$. 46

Tabela 11 – Estatísticas descritivas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 100$.
..... 48

Tabela 12 – Análise de variância do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 100$.
..... 49

Tabela 13 – Estatísticas descritivas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 150$.
..... 51

Tabela 14 – Análise de variância do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com

e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 150$	52
Tabela 15– Estatísticas descritivas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 200$	54
Tabela 16 – Análise de variância do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 150$	55
Tabela 17- Estimativas dos parâmetros nos diferentes modelos estudados de acordo com o tamanho da amostra ($n = 30, 50, 100, 150, 200$).	57

Sumário

1	Introdução.....	1
2	Revisão de literatura.....	5
2.1	Pólo gesseiro do Araripe.....	5
2.2	<i>Eucalyptus</i> spp.....	6
2.3	Cubagem rigorosa.....	7
2.4	Modelos com erros nas variáveis.....	9
2.5	Método SIMEX.....	13
3	Objetivos.....	15
3.1	Geral.....	15
3.2	Específicos.....	15
4	Material e métodos.....	16
4.1	Estação experimental em Araripina.....	16
4.2	Área de coleta e desenho experimental.....	18
4.3	Análise estatística.....	20
5	Resultados e discussão.....	24
6	Conclusão.....	66
	Referências.....	68

1 Introdução

A sustentabilidade ambiental já vem sendo discutida desde 1537, por Duarte Coelho, que abordava que, uma vez que os recursos naturais são abundantes, a preocupação na devastação e possível fim dos recursos não eram levados em consideração (Costa, 1983). Posteriormente, no início do século XVIII (1713), Hans Carl von Carlowitz (24/12/1645 – 03/03/1714) publicou o livro “Sylvicultura Oeconomica”, no qual introduziu o conceito sustentabilidade se referindo ao manejo florestal sustentável (WIKIPEDIA, 2016).

Na atualidade, a fiscalização do governo e a consciência do uso de materiais naturais tentam mitigar esse problema evitando assim a extinção desses recursos. Para ser sustentável, o desenvolvimento deve ser economicamente sustentado (ou eficiente), socialmente desejável (ou incluyente) e ecologicamente prudente (ou equilibrado) (ROMEIRO, 2012).

Fatores que contribuem para o desmatamento acelerado em algumas áreas são a utilização da madeira para a construção civil e o atendimento da demanda energética das cidades. Nesses casos, o desmatamento, muitas vezes ilegal, vira uma realidade. Dentre as alternativas para mitigar esse problema se tem o plantio de florestas de rápido crescimento e manejo sustentável para atendimento energético (BRITO, 2007). O plantio dessas florestas, além de atender a demanda industrial, ajuda a reestruturar a área já devastada combatendo a erosão e recuperando os solos e indiretamente atenuando a devastação de florestas nativas (BERTOLA, 2013).

Um das soluções para resolver este problema é a introdução de florestas de rápido crescimento, e entre os gêneros florestais de rápido crescimento, os *Eucalyptus*

têm especial destaque, pois possuem rápido crescimento, facilidade de reprodução e por sua qualidade de madeira (LIMA FILHO et al., 2012). Além disto, os *Eucalyptus* apresentam maior produtividade quando comparados a outras espécies, tendo um período de rotação em torno de 4 a 8 anos. Possuem mais de 700 espécies e são de fácil adaptação climática, sendo um gênero de rápido e contínuo crescimento durante todo o ano (SILVA, 2008/2009).

Segundo o relatório da Indústria Brasileira de Árvores (IBÁ, 2016) o setor brasileiro de florestas se tornou um dos mais relevantes no mundo apresentando uma área de 7,8 milhões de hectares de árvores plantadas sendo responsável por mais de 90% de toda madeira utilizada para fins industriais no país. A plantação de eucalipto no Brasil ocupa mais de 5,6 milhões de hectares, representando em torno de 72% do total de árvores plantadas e a maior parte dessa área está localizado em Minas Gerais (24%), São Paulo (17%) e no Mato Grosso do Sul (15%). Em níveis de posições globais, o Brasil se manteve na liderança em 2015, quanto à produtividade florestal, com média de plantios de eucalipto com incremento médio anual de $36\text{m}^3/\text{ha}/\text{ano}$. Um dos principais segmentos, o industrial, o consumo da madeira tem como principais objetivos a produção de celulose e papel (representando 34% do consumo total). Produtores independentes ocupam o segundo lugar com 29% seguidos da siderurgia a carvão vegetal (14%), investidores financeiros (10%) e painéis de madeira e pisos laminados (6%), serrados, móveis e outros produtos sólidos (3%) e outros (3%) (IBÁ, 2016).

Entre as variáveis mensuráveis na árvore, o volume é certamente a mais importante delas, pois serve como base para decisões de planejamento florestal e pode ser determinado por método diretos ou indiretos pelo uso de modelos volumétricos.

Dentre os modelos volumétricos mais utilizados em povoamentos florestais, destacam-se os de Schumacher e Hall e o de Spurr (KELLY; BELTZ, 1987; GUIMARÃES e LEITE, 1996; SILVA, et al., 2009; MULLER et al., 2014), que são expresso por:

1. Schumacher e Hall: $vol_i = \beta_0 \cdot DAP_i^{\beta_1} \cdot H_i^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i, i = 1, \dots, n$
2. Spurr: $vol_i = \beta_0 \cdot (DAP_i^2 \cdot H_i)^{\beta_1} \cdot \varepsilon_i, i = 1, \dots, n.$

em que vol_i = Volume da i -ésima árvore; DAP_i = Diâmetro à altura do peito (1,3 m) da i -ésima árvore; H_i = Altura total da i -ésima árvore; $\beta_0, \beta_1 e \beta_2$ = Parâmetros do modelo e ε_i = Erro associado a i -ésima árvore.

Tais modelos não lineares não levam em consideração o erro não sistemático encontrado nas mensurações da altura, e de acordo Cheng e Van Ness (1999) existe uma classe de modelos que permitem a incorporação do erro de medida na variável independente. Tais modelos são definidos inicialmente como os modelos não lineares usuais, e na covariável de interesse é incorporado o erro não sistemático. Algumas suposições referente a normalidade dos dados quando atendidas, realiza-se a modelagem baseado no modelo naive (ingênuo) que apresenta as estimativas dos parâmetros de forma mais robusta e com estimadores não viciados.

Alguns projetos, principalmente na área de saúde, vêm sendo realizados em modelos com erro de medida. Thomas et al.. (2006) realizaram um estudo da pressão arterial sistólica em pacientes hospitalizados com insuficiência cardíaca aguda. Também em medicina, Cole et al.. (2009) utilizaram o modelo com erro nas variáveis para estimar o efeito a longo prazo da terapia antirretroviral com ocorrência de AIDS ou morte.

Por não existirem no setor florestal estudos que adicionem o erro de medida na mensuração das árvores, o uso desta técnica se torna importante, pois poderá aumentar a precisão das estimativas quando se está trabalhando com equações resultantes dos ajustes dos modelos considerando o erro de medida. Desta forma, esta pesquisa visou incluir o erro de medida resultante da estimativa da medição da altura das árvores no cálculo do volume pela forma tradicional e pelos modelos de Schumacher e Hall e Spurr.

2 Revisão de literatura

2.1 Pólo gesseiro do Araripe

A Caatinga, nome tupi que significa mata branca, é um bioma exclusivamente brasileiro apesar de existirem outros biomas com características muito semelhantes em outros locais, e recebe este nome uma vez que no período de seca, as folhagens caem, e seus troncos ficam esbranquiçados. Ocupa cerca de 10% do território brasileiro e de forma contínua situa-se nos estados da Paraíba, Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte, Maranhão, Pernambuco, Alagoas, Sergipe, Bahia e Minas Gerais (PINHEIRO et al., 2013). De acordo com Moreira et al. (2006) essas florestas secas são fortemente afetadas pelo homem tendo como principal exploração a extração de madeira e lenha e baseado nesse problema é de suma importância estudos que possam reduzir tais danos.

Na região do Araripe ou microrregião de Araripina, em Pernambuco, é composta de dez municípios. Seu clima é semiárido, porém na Chapada do Araripe o clima é diferenciado, tendo índices pluviométricos maiores e clima ameno. No Pólo Gesseiro do Araripe, que abrange os municípios de Araripina, Ipubi, Trindade, Bodocó e Ouricuri, é produzido 95% do gesso consumido em todo Brasil (SINDUGESSO, 2015). A grande parte da energia utilizada pelas indústrias calcinadoras vem do desmatamento da Caatinga, dado aos elevados preços de energia elétrica, do óleo diesel e a ausência de fiscalização pública, facilitando o desmatamento que é fonte de energia rentável e de fácil acesso (BARROS, 2010).

Já em 1537, Duarte Coelho alertava para o problema da sustentabilidade ambiental que não era levada em consideração, pois a quantidade dos recursos naturais era abundante e, sendo assim, o seu uso era realizado sem restrições. Atualmente, existe

não só a consciência de que o uso irrestrito pode ocasionar uma devastação assim como existe uma fiscalização governamental atenta para que não ocorra a extinção desses recursos.

Fatores que contribuem para o desmatamento acelerado em algumas áreas é a utilização da madeira para a construção civil e o atendimento da demanda energética das cidades. Nesses casos, o desmatamento, muitas vezes ilegal, vira uma realidade. Dentre as alternativas para mitigar esses problemas temos plantio de florestas de rápido crescimento e manejo sustentável para atendimento energético (BRITO, 2007). O plantio dessas florestas, além de atender a demanda industrial, ajuda a reestruturar a área já devastada combatendo a erosão e recuperando os solos e indiretamente atenuando a devastação de florestas nativas (BERTOLA, 2013).

2.2 *Eucalyptus* spp.

Entre os gêneros florestais de rápido crescimento, os *Eucalyptus* spp. têm especial destaque, pois possui rápido crescimento, facilidade de reprodução e por sua qualidade de madeira (LIMA FILHO et al., 2012). Além disto, os *Eucalyptus* spp. apresentam maior produtividade quando comparados a outras espécies, tendo um período de rotação em torno de 4 a 8 anos. Possuem cerca de 745 espécies e são de fácil adaptação climática, sendo um gênero de rápido e contínuo crescimento durante todo o ano (SILVA et al., 2009).

No ranking global, o Brasil manteve-se na liderança em 2015, quanto à produtividade florestal, com média de plantios de eucalipto de 36m³/ha/ano. Entre 2008 e nos últimos cinco anos a produtividade do eucalipto no Brasil cresceu 0,7% ao ano (IBÁ, 2016).

No segmento industrial, com total hectares de árvores plantadas no Brasil, o consumo da madeira tem como principais objetivos a produção de celulose e papel (representando 34% do consumo total). Produtores independentes ocupam o segundo lugar com 29% seguidos da siderurgia a carvão vegetal (14%), investidores financeiros (10%) e painéis de madeira e pisos laminados (6%), serrados, móveis e outros produtos sólidos (3%) e outros (3%) (IBÁ, 2016).

Diversos estudos foram desenvolvidos na tentativa de melhor compreender as respostas de *Eucalyptus* spp., utilizando-se diferentes modelos para analisar a influência do relevo na interação entre irradiância solar e produtividade (RODY et al., 2016); da soma térmica no crescimento (OLIVEIRA et al., 2017) do número de árvores em função do volume (GUIMARÃES; LEITE, 1996) e para estimar a altura, diâmetro e volume (KELLY; BELTZ, 1987; SILVA, et al., 2008/2009; MARTINS; SOARES; SILVA, 2014; MULLER et al., 2014), destacando a importância da modelagem para o conhecimento sobre a cultura desse gênero, uma vez que é com base na estimativa volumétrica das árvores que se desenvolvem o comércio de madeira, inventários florestais e o abastecimento da maioria das indústrias.

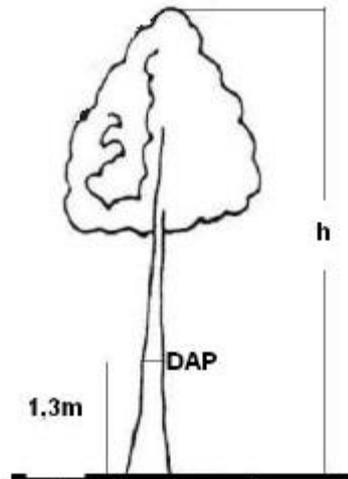
2.3 Cubagem rigorosa

As variações das formas dos fustes das árvores, seja numa floresta plantada ou nativa, são evidentes e está relacionada com o aumento ou diminuição dos diâmetros das árvores, chamada de taper ou adelgaçamento sendo um dos principais motivos da alta variabilidade no volume da madeira. Alguns dos outros motivos que são considerados para essas variações são as condições do solo, a idade e a rotação das árvores (quando plantadas) (SILVA; PAULA NETO, 1979).

É de conhecimento na área florestal que se faz necessário derrubar as árvores e realizar a cubagem rigorosa a fim de obter com precisão o volume de cada árvore. A cubagem rigorosa consiste em medições sucessivas do diâmetro ao longo do fuste e da altura da árvore e tem como umas das finalidades a obtenção do fator de forma e com isso gerar equações para o cálculo do volume.

Ainda segundo Silva e Paula Neto (1979) com o conhecimento do fator de forma (ff), o cálculo do volume é realizado de maneira simples uma vez que apenas duas medidas são necessárias, que é o DAP e a altura. O fator de forma se dá a razão entre o volume real da árvore e o volume obtido pela cubagem rigorosa.

Figura 1 – Demonstração das variáveis utilizadas para obtenção do fator de forma, em que DAP indica o diâmetro à altura do peito e h a altura da árvore.



Fonte: Silva e Paula Neto (1979)

O volume do cilindro é dado por

$$V_{cilindro} = g \cdot h$$

em que

g - área da base do cilindro que corresponde ao DAP;

$$g = \frac{\pi \cdot DAP^2}{40000}$$

h - altura total da árvore.

Então com o conhecimento do volume da árvore e o volume do cilindro, obtém-se o fator de forma que é calculado por

$$ff = \frac{V_{\text{árvore}}}{V_{\text{cilindro}}}$$

Dessa forma o valor de ff corrige o volume da árvore, uma vez que a forma determinada da árvore não é um cilindro perfeito. Vale salientar que quanto mais próximo de um o fator de forma se aproxima, mais cilíndrica a árvore se apresenta porem sempre ocorrerá um adelgaçamento por mínimo que seja.

2.4 Modelos com erros nas variáveis

Os modelos lineares são comumente utilizados em diversas aplicações, com o objetivo de relacionar uma variável resposta a uma ou mais variável explicativas. Entretanto, em muitos casos, principalmente em dados biológicos, o modelo linear não é apropriado, uma vez que a média é uma função não linear dos parâmetros. Quando a média assume essa característica é indicado o uso dos modelos não lineares. Dentre os modelos mais utilizados na literatura para estimar o volume de povoamentos florestais,

destacam-se (KELLY; BELTZ, 1987; GUIMARÃES; LEITE, 1996; SILVA, et al., 2009; MULLER et al., 2014):

- Modelo de Schumacher e Hall

$$vol_i = \beta_0 \cdot DAP_i^{\beta_1} \cdot H_i^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i$$
$$i = 1, \dots, n$$

- Modelo de Spurr

$$vol_i = \beta_0 \cdot (DAP_i^2 \cdot H_i)^{\beta_1} \cdot \varepsilon_i$$
$$i = 1, \dots, n$$

em que vol_i = Volume da i -ésima árvore; DAP_i = Diâmetro da i -ésima árvore à altura do peito do observador; H_i = Altura total da i -ésima árvore; β_0 , β_1 e β_2 = Parâmetros do modelo e ε_i = Erro associado a i -ésima árvore.

Os modelos em que a média são funções não lineares dos parâmetros são chamados de modelos não lineares (SEBER; WINLD, 1989). Nesses modelos a função não linear é totalmente especificada, influenciando assim diretamente no processo de estimação dos parâmetros. Esses modelos podem ser definidos por

$$Y_i = h(\boldsymbol{\beta}; \mathbf{x}_i) + \varepsilon_i = \mu(\boldsymbol{\beta}) + \varepsilon_i$$

em que os ε_i são normalmente distribuídos com media 0 e variância σ^2 . Geralmente, os parâmetros desses modelos são estimados via mínimos quadrados ou pelo método de máxima verossimilhança.

Os modelos que permitem incorporar erro de medida nas variáveis explicativas são definidos de modelos com erros nas variáveis (CHENG;VAN NESS, 1999). Tais modelos são definidos inicialmente como os modelos lineares usuais, ou seja:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i,$$

em que

Y_i - é a variável resposta;

β_0 e β_1 - são os parâmetros que modelam a média; e

ε_i - é o erro associado ao valor da variável resposta, assumindo média 0 e variância σ_ε^2 .

A grande maioria das variáveis é obtida por meio de mensurações, dependendo não só do operador, mas também do aparelho utilizado para realizar estas mensurações. Com isso é plausível afirmar que tais medições possuem um erro de medida não sistemático, que são aproximações dos verdadeiros valores dessas variáveis mensuradas. Tais erros quando ocorrem na variável resposta, métodos já utilizados são capazes de detectar esses erros por meio dos resíduos. Porém tais métodos não detectam erros quando esses ocorrem nas variáveis explicativas, podendo estimar parâmetros viciados levando a concluir resultados errôneos nos demais testes estatísticos utilizados com base nesses estimadores.

Nesses modelos em que são admitidos erros nas variáveis, a variável explicativa x_i não é observada diretamente, sendo observado na verdade o valor de: $X_i = x_i + u_i$, em que u_i é o erro de medição com média 0 e variância σ_u^2 . Essa modelagem considera que toda mensuração geralmente contém um erro não sistemático, diferente do método de modelagem convencional.

Ressalta-se que os modelos com erro de medidas podem ser classificados em: funcional, estrutural e ultraestrutural. O que caracteriza um modelo funcional são os valores não observados x_i serem assumidos como constantes. Neste caso, o número de parâmetros aumenta com o número de observações. Desta forma, o modelo totaliza $n+4$ parâmetros, gerando assim um problema de estimação. Geralmente, assume-se normalidade para u_i e ε_i , além da suposição de independência entre os erros. O modelo pode ser ainda reescrito como $Y_i = \beta_0 + \beta_1(X_i - u_i) + \varepsilon_i$, com $i=1, \dots, n$. (CHENG; VAN NESS, 1999)

Já no modelo estrutural, os valores não observados x_i são variáveis aleatórias. Geralmente, assume-se que os x_i são normalmente distribuídos com média μ_x e variância σ_x^2 . Neste caso, o modelo apresenta seis parâmetros a serem estimados: $\beta_0, \beta_1, \sigma_\varepsilon, \mu_x, \sigma_u$ e σ_x . No modelo ultraestrutural, assim como no estrutural, os valores não observados x_i são variáveis aleatórias. Geralmente, assume-se que os x_i são normalmente distribuídos com média μ_{x_i} e variância $\sigma_{x_i}^2$. De forma similar ao modelo funcional, neste modelo tem-se $n+5$ parâmetros a serem estimados, gerando também um problema de estimação. Geralmente, assume-se normalidade para u_i e ε_i , além da suposição de independência entre esses erros.

As estimativas dos parâmetros nos modelos com erros nas variáveis geralmente são obtidas por meio da estimação de máxima verossimilhança. Nos modelos estruturais nas variáveis podemos encontrar o problema de não identificabilidade, sendo assim não há garantia que a estimativa dos parâmetros seja única. A identificabilidade pode ser definida da seguinte forma:

Seja $L(\theta)$ a verossimilhança associada a um determinado modelo, o modelo é dito identificável se $\forall \theta_1 \neq \theta_2, \theta_1 e \theta_2 \in \Theta$, tem-se $L(\theta_1) \neq L(\theta_2)$. O modelo é dito não

identificável quando diferentes parâmetros, no mesmo espaço paramétrico (Θ), remetem a mesma função de verossimilhança.

Geralmente, para solucionar este problema se assume que um ou mais parâmetros possuem valores pré-fixados ou ainda que alguma relação entre determinados parâmetros seja pré-fixada. Essas alternativas permitem que as estimativas dos parâmetros sejam unicamente determinadas. No modelo estrutural, uma maneira de reduzir o número de parâmetros a serem estimados é usar a suposição adicional, que considera pelo menos uma das variâncias conhecidas. Desta forma o número de parâmetros a serem estimados, excluindo o problema de identificabilidade, são cinco $\beta_0, \beta_1, \sigma_\varepsilon, \mu_x$ e σ_x (FULLER, 1987).

Na maioria dos experimentos envolvendo a mensuração dos diâmetros dos *Eucalyptus* spp., o registro dos dados é realizado por um único observador, que mede os diâmetros das árvores na altura do seu peito (DAP). Este procedimento pode induzir a um erro na medida ao determinar o diâmetro, uma vez que a altura a partir da qual se faz a medição pode influenciar no valor do diâmetro registrado. Por este motivo pode ser apropriado incorporar a suposição de erro de medida do diâmetro no modelo a ser utilizado para estimação do volume das árvores.

2.5 Método SIMEX

O método SIMEX consiste em estimar modelos lineares ou não lineares de regressão levando em consideração o viés existente por conta das incertezas na variável independente. De acordo com Cook e Stefanski (1994), este método de estimação é realizado em dois passos, o de extrapolação e de simulação e a fundamentação é substituição de novos valores à variável independente inicial. Para isto, se realizam de forma aleatória, simulações com base na variável original, adicionado com o erro de

medida. Já no passo da extrapolação, as estimativas dos parâmetros são estimadas como uma função da variância dos erros de medidas e extrapolado para quando não houver erro de medida.

Conforme Zavala (2001) essa forma de trabalhar com a equação da estimação possibilita verificar qual o viés associado ao procedimento sem erro. Tal procedimento é chamado de “naive”, ingênuo em português. O algoritmo SIMEX, que foi desenvolvido Cook e Stefanski (1995), tem como objetivo obter consistência dos estimadores, em modelos com erros nas variáveis aditivas, nos modelos naive, utilizando a simulação (SIM) e extrapolação (EX) para análise das propriedades assintóticas do estimador obtido.

Na parte da simulação, uma nova variável é criada baseada na variável em que haverá a inclusão do erro de medida, em função de uma constante $\lambda \geq 0$. Esta nova variável tem como suposição seguir uma distribuição normal em que a variância é conhecida. Se a suposição de que a variância conhecida não for atendida, estima-se de forma consistente por meio de réplicas. Vale salientar que o erro de medida é independente da variável original.

Quanto à parte de extrapolação, como houve êxito em obter um estimador consistente para um $\lambda \geq 0$, repete-se essa parte para diferentes valores de $\lambda \geq 0$ gerando um conjunto de dados associado ao modelo de regressão e extrapola-se até $\lambda = -1$. Assim obtêm-se um estimador Simex para o parâmetro do modelo de regressão.

3 Objetivos

3.1 Geral

Quantificar a relação do volume das árvores com variáveis explicativas, visando melhorar as estimativas volumétricas dos eucaliptos, incorporando o erro de medida na variável independente altura.

3.2 Específicos

- Adequar um modelo não linear que permita a inclusão de erro de medida nas variáveis explicativas, mais especificamente na estimativa das alturas das árvores.

- Realizar uma comparação dos resultados obtidos nos modelos volumétricos usuais com aqueles obtidos com a inclusão de erro de medida através de reamostragem com tamanhos amostrais de 30, 50, 150 e 200.

4 Material e métodos

4.1 Estação experimental em Araripina

Foi utilizado um banco de dados proveniente de um experimento inicializado em 2002, com clones de *Eucalyptus* spp, na Estação Experimental do Instituto Agrônomo de Pernambuco – IPA, localizado no município de Araripina, no semiárido de Pernambuco (Figura 2). Foram testados 15 clones de *Eucalyptus* spp, com quatro repetições como ilustrada a distribuição dos clones na figura 3, em que os espaçamentos vazios correspondem a tratamentos de espécies nativas e não avaliadas neste trabalho.

Cada parcela foi composta de 49 árvores. As que estavam alocadas nas bordas foram descartadas. Sendo assim, 25 árvores formaram a área útil do experimento em cada parcela (Figura 4). As parcelas constituíam de uma área de total de 294 m² (14 m x 21 m) e área útil de 150 m². O espaçamento utilizado foi 3 m x 2 m, totalizando 1.666 árvores por hectare. O experimento iniciou-se em 2002 e o corte inicial foi realizado em 2009 e a cada seis meses foram realizadas mensurações, até a época do segundo corte no segundo semestre de 2009.

Figura 2 - Mapa do estado de Pernambuco destacando as principais cidades do Pólo Gesseiro do Araripe-PE.



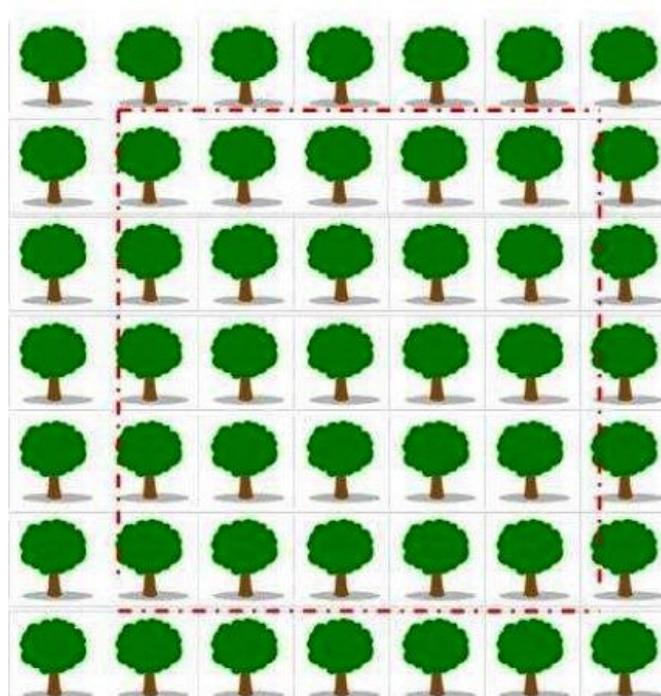
Fonte: (GADELHA, 2010)

Figura 3 – Croqui do experimento situado no IPA com a distribuição das 15 parcelas nos 4 tratamentos.

10		13	4			9	13
9		12	6	2		8	10
8		2	14	6	13		5
7		1	15	10	5	6	3
6		11		8		15	14
5	15			12	3	12	7
4	14		9	1	15		1
3	13	10	8	11	7		
2	12	5		9	14	4	11
1	11	3	7		4		2
REPETIÇÃO I		REPETIÇÃO II		REPETIÇÃO III		REPETIÇÃO IV	

Fonte: LUNDGREN (2011)

Figura 4 – Planta baixa da parcela

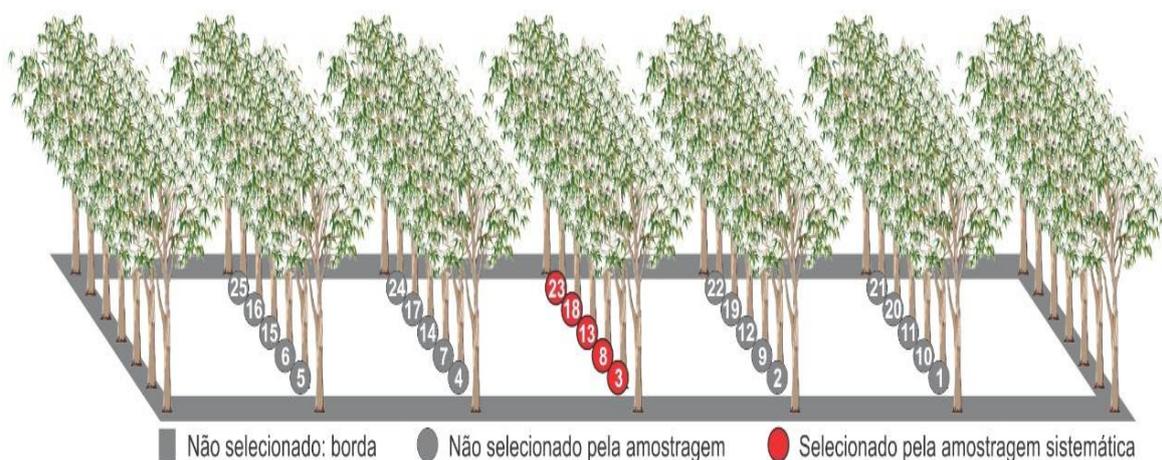


Fonte: (LIMA FILHO et al., 2012)

4.2 Área de coleta e desenho experimental

A amostra foi composta de 300 árvores selecionadas de forma aleatória, totalizando 300 exemplares por meio de amostragem sistemática, do total de 1.666 espécies abatidas. As medições das alturas foram estimadas com o uso de um hipsômetro. Foi estabelecido que a entrada da parcela fosse pela entrada inferior a direita de cada parcela e a partir disso foi realizada a marcação das árvores que fariam parte da amostra, como ilustrado na figura 5, em que as árvores em vermelho foram as selecionadas.

Figura 5 – Delineamento do plano amostral sistemático para a seleção das árvores.



A área do experimento foi dividida em 60 parcelas:15 com os diferentes clones com 4 repetições cada. De cada parcela, foram selecionadas cinco árvores. Porém por motivos diversos foram perdidas algumas informações das árvores, totalizando assim o tamanho da amostra de 285 árvores.

Na cubagem rigorosa se pode identificar as árvores que foram marcadas para comparar as alturas reais com as estimadas. No geral foram coletadas informações reais do DAP e altura, como também calculados os fatores de forma de cada árvore. Tais

informações foram obtidas com a utilização da suta e a fita métrica, como ilustrada na figura 6.

Figura 6 – Fita métrica e suta utilizada na cubagem rigorosa



Na cubagem rigorosa, todas as árvores foram identificadas conforme a parcela, tratamento (clone) e a repetição da parcela abatida. Foram coletadas informações dos diâmetros, de forma sucessiva ao longo do fuste (Figura 7), altura do fuste, altura do fuste comercial e peso das árvores. Para o presente trabalho, o diâmetro considerado foi de 1,30 m que é equivalente a altura do peito (DAP).

Figura 7 – Planilha utilizada em campo para a realização da cubagem rigorosa

MÓDULO DE EXPERIMENTAÇÃO FLORESTAL PARA REGIÃO DO ARARIPE
 FICHA DE CUBAGEM RIGOROSA DE ÁRVORES
 TRATAMENTO _____ REPETIÇÃO _____ PARCELA _____

| Árvore ()
Circunferência |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 0,30 | | 0,30 | | 0,30 |
| 0,50 | | 0,50 | | 0,50 |
| 0,70 | | 0,70 | | 0,70 |
| 0,90 | | 0,90 | | 0,90 |
| 1,10 | | 1,10 | | 1,10 |
| 1,30 | | 1,30 | | 1,30 |
| 1,50 | | 1,50 | | 1,50 |
| 1,70 | | 1,70 | | 1,70 |
| 2,30 | | 2,30 | | 2,30 |
| 3,30 | | 3,30 | | 3,30 |
| 4,30 | | 4,30 | | 4,30 |
| 5,30 | | 5,30 | | 5,30 |
| 6,30 | | 6,30 | | 6,30 |
| 7,30 | | 7,30 | | 7,30 |
| 8,30 | | 8,30 | | 8,30 |
| 9,30 | | 9,30 | | 9,30 |
| 10,30 | | 10,30 | | 10,30 |
| 11,30 | | 11,30 | | 11,30 |
| 12,30 | | 12,30 | | 12,30 |
| 13,30 | | 13,30 | | 13,30 |
| 14,30 | | 14,30 | | 14,30 |
| 15,30 | | 15,30 | | 15,30 |
| 16,30 | | 16,30 | | 16,30 |
| 17,30 | | 17,30 | | 17,30 |
| 18,30 | | 18,30 | | 18,30 |
| 19,30 | | 19,30 | | 19,30 |
| Ln | | Ln | | Ln |
| Ht | | Ht | | Ht |
| Hf | | Hf | | Hf |
| Pgf | | Pgf | | Pgf |
| ETcc | | ETcc | | ETcc |
| Coleta | | Coleta | | Coleta |

4.3 Análise estatística

Inicialmente, foi realizada uma análise descritiva das variáveis que fazem parte do estudo, no intuito de investigar suas características bem como investigar relação entre o volume e as variáveis explicativas DAP e altura estimada com o uso do hipsômetro. Para isto foram utilizadas medidas estatísticas e gráficos boxplot que indicam a distribuição, a mediana e os limites inferiores e superiores dos dados.

Depois de coletadas informações necessárias foram realizadas análises descritivas dos dados para posteriormente estimar os parâmetros dos modelos de volume florestal não-linear de Schumacher e Hall, Spurr e modelos utilizando o fator de forma com a altura estimada e a verdadeira. Após testar as suposições necessárias, foi incorporado o erro de medida na variável altura, e estimado o modelo levando em consideração o erro. A suposição exigida para estimativa dos parâmetros do modelo com erro de medida é de que o erro da variável a ser incorporada siga a distribuição normal, com média zero e variância conhecida. Para testar se essa suposição foi atendida, o teste de Shapiro-Wilk foi aplicado com o nível de significância de 5% ($p < 0,05$).

Baseados nas informações coletadas na cubagem rigorosa foram aplicadas fórmulas matemática para determinar o volume das árvores, como proposta por Smalian. As árvores selecionadas que foram cubadas serviram de testemunhas nas comparações uma vez que seus volumes são determinados, isto é, isentos de erros.

Para estimar os modelos de Schumacher e Hall e o de Spurr com e sem erro de medida, foi realizada a linearização dos parâmetros e feito o retrocálculo para retornar ao modelo inicial. Os modelos utilizados foram o como fator de forma, com a altura estimada e altura determinada.

Utilizando a fórmula do volume com o fator de forma com a altura estimada pelo hipsômetro e a altura determinada via cubagem rigorosa:

$$\widehat{vol}_1 = \frac{\pi \cdot DAP_i^2 \cdot H_i \cdot ff}{4}$$

Em que:

\widehat{vol}_i – volume estimado da i-ésima árvore;

DAP_i - diâmetro a altura do peito da i-ésima árvore;

H_i – altura da i-ésima árvore; e

ff - fator de forma.

O modelo de Schumacher e Hall, é expresso por:

$$vol_i = \beta_0 \cdot DAP_i^{\beta_1} \cdot H_i^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i$$

O modelo de Schumacher e Hall com erro de medida

$$vol_i = \beta_0 \cdot DAP_i^{\beta_1} \cdot H'_i{}^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i$$

em que:

H'_i - altura com erro de medida da i-ésima árvore.

O modelo de Spurr, dado por:

$$vol_i = \beta_0 \cdot (DAP_i^2 \cdot H_i)^{\beta_1} \cdot \varepsilon_i$$

O modelo de Spurr com erro de medida, dado por:

$$vol_i = \beta_0 \cdot (DAP_i^2 \cdot H'_i)^{\beta_1} \cdot \varepsilon_i$$

$DAP_i^2 \cdot H'_i$ - variável com erro de medida da i-ésima árvore

Baseado no Teorema Central do Limite foi realizada a reamostragem para verificar se com tamanhos de amostras diferentes, inferiores a 285, existe alteração significativa nas estimativas dos parâmetros dos modelos utilizados para estimar o volume das árvores. Para isso foram utilizados tamanhos de amostra de 30, 50, 100, 150 e 200 observações. Essas comparações foram realizadas via gráficos que indicam o comportamento dos modelos bem como testes de hipóteses t de Student do valor médio obtido em cada modelo.

Todas as análises realizadas foram feitas no R Project versão 2.15.2 e no SisEapro.

5 Resultados e discussão

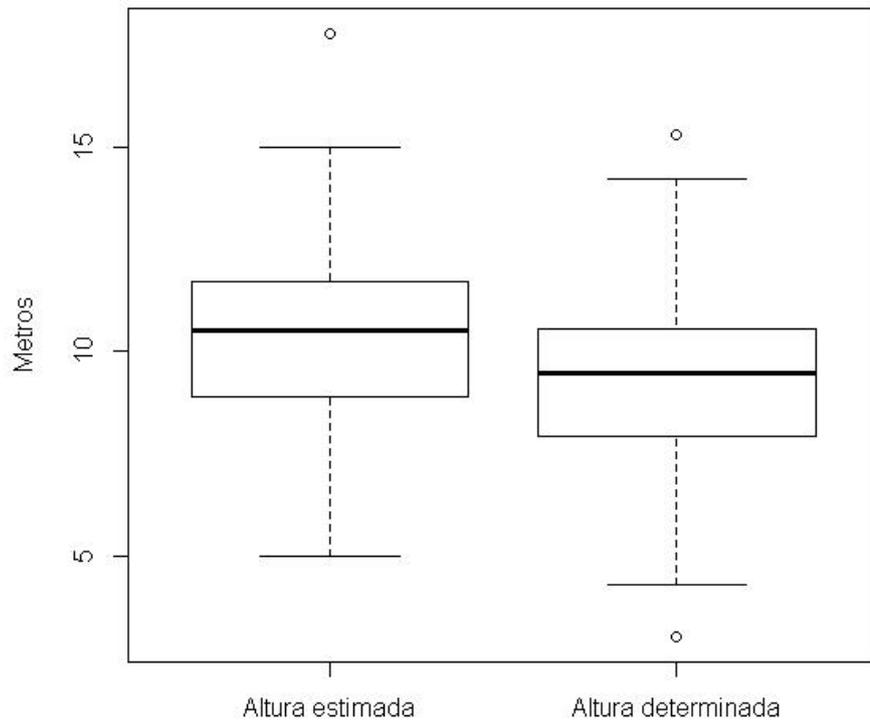
Com a realização do processo de cubagem rigorosa, foi possível coletar informações da altura determinada de cada árvore selecionada que compôs a amostra (Tabela 1) e comparar essas medições com o valor obtido na estimação das alturas das mesmas árvores com o uso do hipsômetro. Após verificar que as alturas seguem uma distribuição normal, via o teste de Shapiro-Wilk, foi realizado o teste de médias t de Student resultando na semelhança de média das alturas, uma vez que o valor $p < 0,01$.

Tabela 1 – Medidas descritivas das variáveis alturas estimadas e reais, em metros e diâmetro a altura do peito em centímetros.

Medidas descritivas	Altura estimada (m)	Altura determinada*
Desvio padrão	2,1049	1,9764
Máximo	17,800	15,290
Média	10,3056	9,4800
Mediana	10,5000	9,4800
Mínimo	5,0000	3,0000
Variância	4,4305	3,9062
t de Student	p < 0,0001	

*Trata-se de medidas determinadas e não estimadas

Figura 8 – Boxplot da altura determinada e altura estimada em metros



Através das medidas descritivas e do boxplot podemos observar que os resultados das mensurações da altura estimada com o uso do hipsômetro foi maior que a altura determinada pela cubagem rigorosa. Outro fator mais evidente no gráfico foi a maior dispersão dos resultados na altura estimada .

O volume determinada de cada árvore selecionada foi calculado por meio da cubagem rigorosa, em que após abater as árvores foi determinada a altura e o fator de forma de cada árvore. Para a obtenção dos volumes estimados, foi utilizada a equação volumétrica, utilizando as alturas determinadas e estimadas, e considerando as constantes $\pi = 3,1416$ e o fator de forma 0,57, que foi obtido por meio da média de todos os fatores de forma calculados. Com a altura estimada foi realizada a modelagem estatística do volume, via modelos não lineares a partir das propostas de modelos já utilizadas na literatura para dados volumétricos.

Desta forma, obtiveram-se sete equações de volumes dos clones de *Eucalyptus* spp., que são eles:

Equação 1: Volume determinado, via cubagem rigorosa;

Equação 2: Volume estimado, utilizando a fórmula do volume com o fator de forma igual a 0,57, com a altura determinada de cada árvore;

Equação 3: Volume estimados, utilizando a fórmula do volume com o fator de forma igual a 0,57, com a altura estimada (via hipsômetro) de cada árvore;

Equação 4: Modelo de Schumacher e Hall;

Equação 5: Modelo de Schumacher e Hall com erro de medida;

Equação 6: Modelo de Spurr;

Equação 7: Modelo de Spurr com erro de medida.

Assim temos, para as equações 1 e 2:

$$\widehat{vol}_i = 3,1416 \cdot \left(\frac{DAP_i}{2}\right)^2 \cdot H_i \cdot 0,57 = \frac{3,1416 \cdot 0,57}{4} \cdot DAP_i^2 \cdot H_i = 0,447678 \cdot DAP_i^2 \cdot H_i$$

A equação acima foi utilizada para a obtenção da equação (II) e (III). Em (II) a altura H_i foi resultados das alturas reais e em (III), as alturas estimadas. De forma que:

$$\widehat{vol}_i = 0,447678 \cdot DAP_i^2 \cdot H_i \quad (II)$$

$$\widehat{vol}_i = 0,447678 \cdot DAP_i^2 \cdot \widehat{H}_i \quad (III)$$

Fazendo o uso do modelo de Schumacher e Hall, dado por:

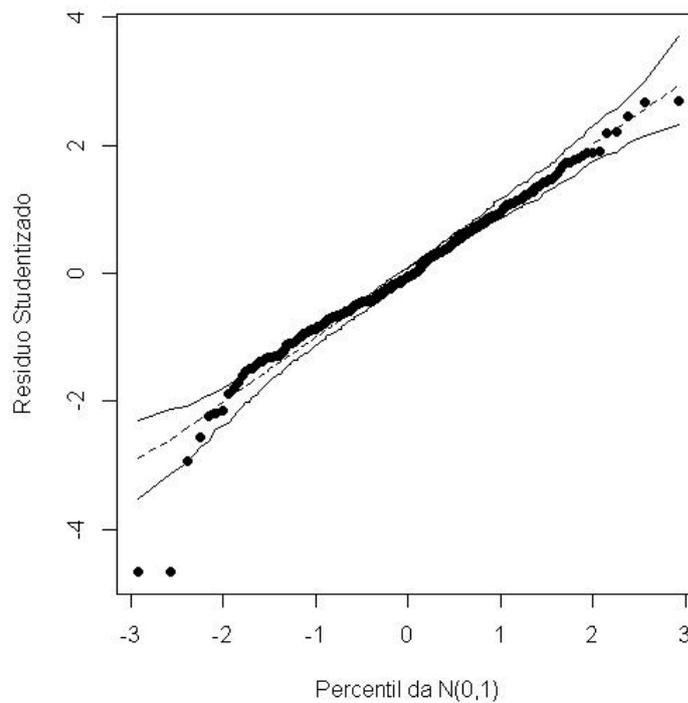
$$vol_i = \beta_0 \cdot DAP_i^{\beta_1} \cdot H_i^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i$$

Encontrou-se a equação (IV):

$$\widehat{vol}_i = 11,953244 \cdot DAP_i^{2,357483} \cdot H_i^{-0,052361} \quad (IV)$$

Para a modelagem utilizando o método de erro na variável, umas das suposições iniciais acerca do modelo é que seus erros sigam uma distribuição normal. De acordo com a figura 9, nota-se que esta suposição de normalidade dos erros foi atendida uma vez que a maioria dos pontos, mais que 95%, encontram-se na parte interior das bandas de confiança do envelope.

Figura 9 – Gráfico de envelope do modelo proposto por Schumacher e Hall.



Adicionando o erro de medida na variável altura, no modelo proposto por Schumacher e Hall, chegamos à seguinte equação (V):

$$\widehat{vol}_i = 13,35245 \cdot DAP_i^{2,42338} \cdot H_i^{-0,03042} \quad (V)$$

Fazendo o uso do modelo de Spurr, dado por:

$$vol_i = \beta_0 \cdot (DAP_i^2 \cdot H_i)^{\beta_1} \cdot \varepsilon_i$$

Encontrou-se a seguinte equação (VI):

$$\widehat{vol}_i = 0,295431 \cdot (DAP_i^2 \cdot H_i)^{0,891342} \quad (VI)$$

Adicionando o erro de medida na variável altura, no modelo proposto por Spurr, chegamos à seguinte equação (VII):

$$\widehat{vol}_i = 0,406936 \cdot (DAP_i^2 \cdot H_i)^{1,0137} \quad (VII)$$

Comparando os resultados obtidos utilizando a fórmula do volume com altura estimada e o volume com altura verdadeira com o volume determinado na cubagem rigorosa, pode-se ver graficamente e por meio das estatísticas descritivas a semelhança entre os resultados (Tabela 2, Figura 10 e Figura 11). Não rejeitando a normalidade dos dados, foi testado via análise de variância (ANOVA) se as médias diferem entre si. Uma vez que existem evidências que pelo menos uma das médias diferem das demais, o teste de Tukey para comparações múltiplas, evidenciando que a média do volume com altura estimada difere das demais. Tais informações estão na tabela 3 e 4, e graficamente apresentadas na figura 12.

Tabela 2 - Estatísticas descritivas do volume com altura estimada e o volume com altura verdadeira, em dm³, calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma.

Estatísticas	Volume determinado	Volume com altura determinada	Volume com altura estimada
Desvio padrão	11,093	10,250	11,569
Máximo	63,300	61,167	67,152
Média	19,940	19,856	22,160
Mediana	17,700	17,771	19,293
Mínimo	2,300	1,741	3,191
Variância	123,060	105,070	133,835

Figura 10 - Boxplot do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada.

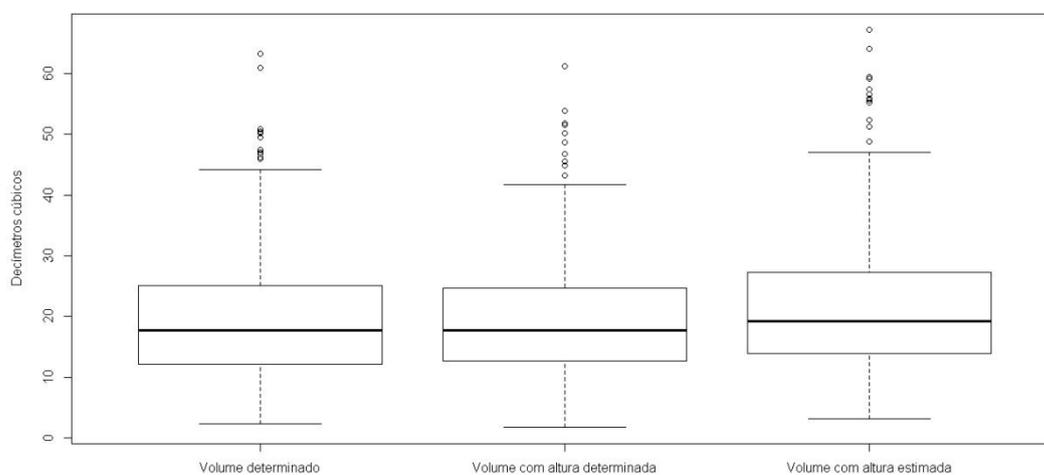


Figura 11 – Histograma do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada.

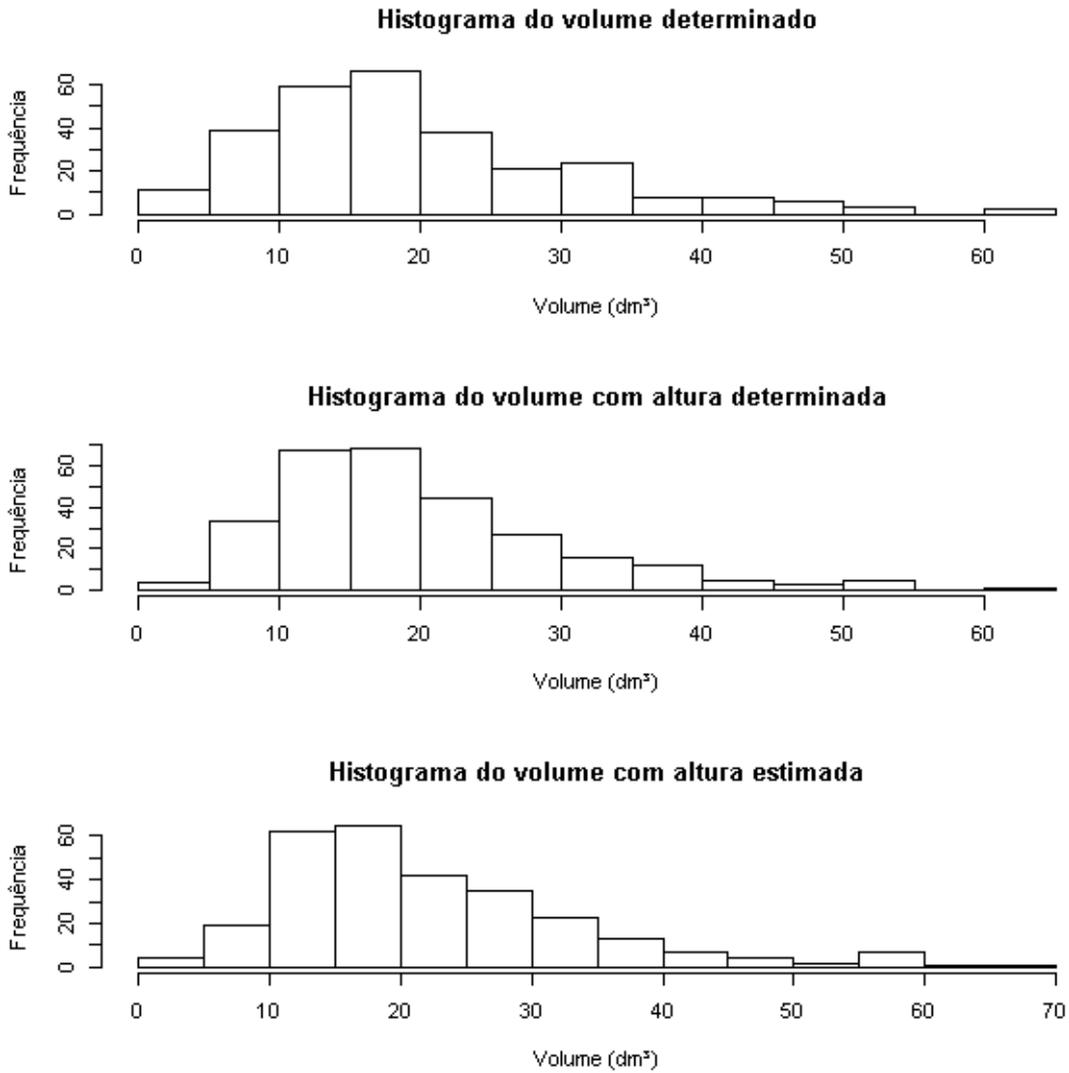


Tabela 3 – Análise de variância do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada.

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrado médio	Estatística F	Valor p
Modelos	2	0,0010	0,0005	4,0367	0,0180
Resíduos	852	0,1028	0,0001		
Total	854	0,1038			

Tabela 4 – Comparações múltiplas das médias do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada.

Volumes	Médias	Estatística comparativa
Volume determinado	19,940	a*
Volume com altura determinada	19,856	a
Volume com altura estimada	22,160	b

* Letras diferentes entre as linhas indicam diferença estatística entre as médias

Utilizando as estatísticas descritivas (Tabela 5), histograma (Figura 12) e boxplot (Figura 13) para comparar os resultados obtidos dos modelos ajustados do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada, modelos de Schumacher e Hall, modelo de Schumacher e Hall com o erro de medida, modelos de Spurr e modelos de Spurr com erro de medida adicionado a variável altura, nota-se a semelhança entre os resultados.

Tabela 5 - Estatísticas descritivas do volume estimado utilizando os modelos de Schumacher e Hall, modelo de Schumacher e Hall com o erro de medida, modelos de Spurr e modelos de Spurr com erro de medida.

Estatísticas	Schumacher e Hall	Schumacher e Hall com erro de medida	Spurr	Spurr com erro de medida
Desvio padrão	10,516	10,708	9,257	10,257
Máximo	56,771	57,736	54,459	59,474
Média	19,966	19,764	20,030	19,364
Mediana	17,423	17,132	17,917	16,798
Mínimo	2,301	2,141	3,603	2,711
Variância	110,585	114,651	85,690	105,206

Figura 12 – Histograma do volume estimado pelo modelo de Schumacher e Hall, Schumacher e Hall com erro de medida, Spurr e Spurr com erro de medida.

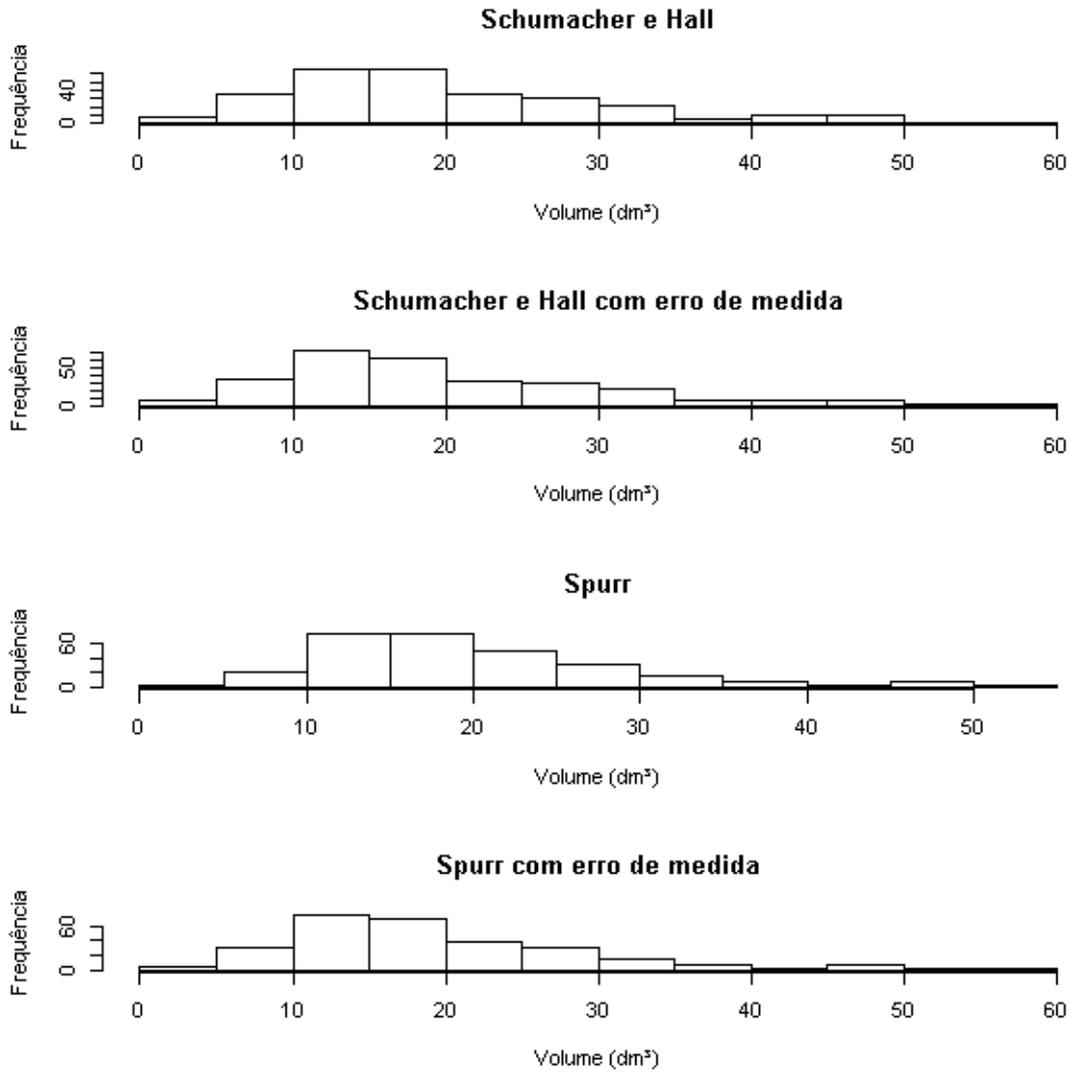
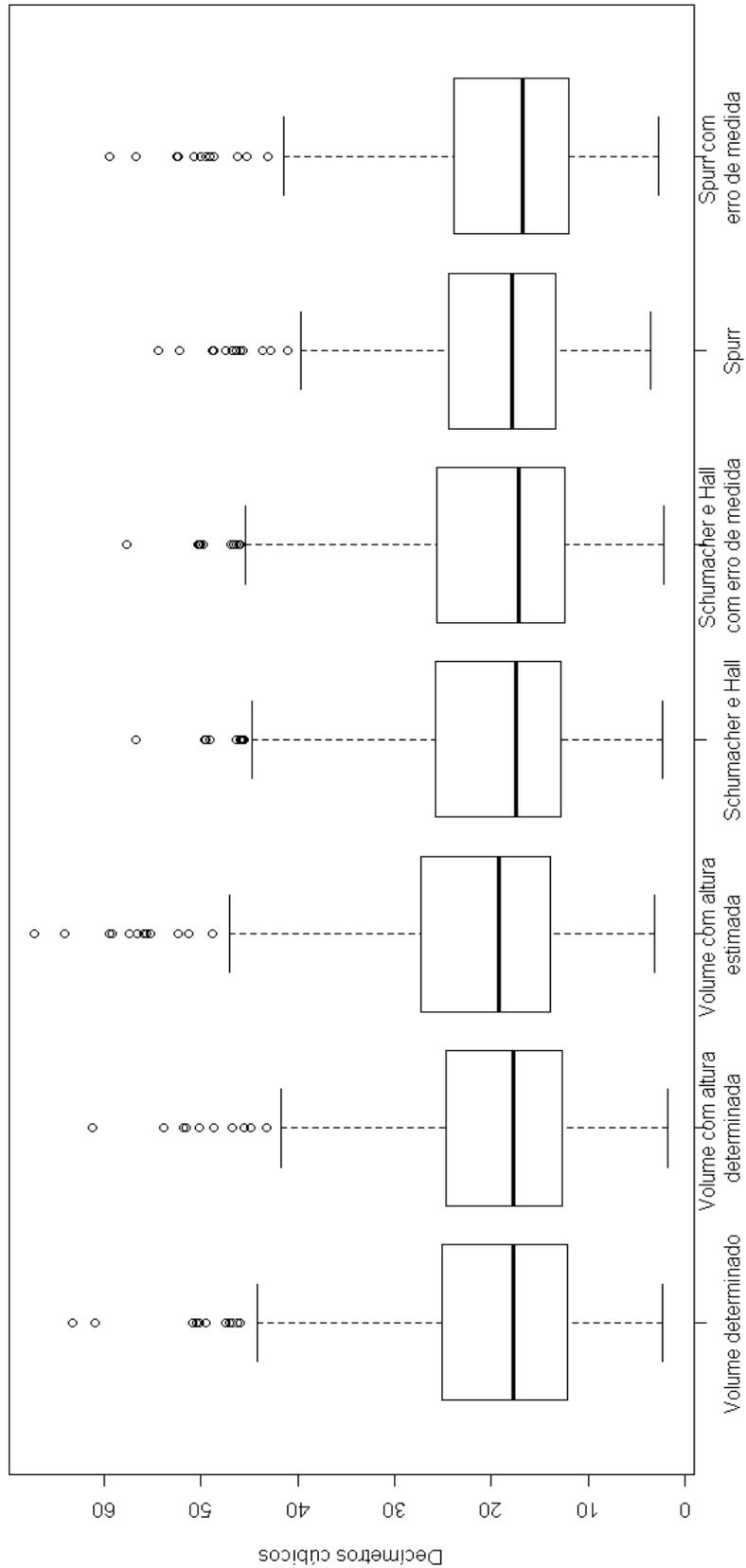


Figura 13 - Boxplot do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada.



Analisando apenas os modelos de Schumacher e Hall com e sem erro de medida e o modelo de Spurr com e sem erro de medida, os resultados foram semelhantes de forma apenas descritiva, portanto faz-se necessárias comparações entre eles. Foi realizado a comparação múltipla, dois a dois, entre os sete modelos para testar se existe diferença significativa entre eles. Esta diferença foi comprovada no teste F (ANOVA) em que o valor p associado ao teste foi 0,0467 indicando que pelo uma das médias difere da demais. Ressalta-se que utilizando o teste de comparações múltiplas Tukey utilizando 5% de significância, nota-se que os modelos do volume determinado, o volume com altura determinada, as dos modelos de Schumacher e Hall, Schumacher e hall com erro, Spurr e Spurr com erro são semelhantes entre si, diferenciando do volume estimado utilizando a altura estimada.

Tabela 6 – Comparações múltiplas das médias do volume determinado, volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura determinada e volume calculado baseado na equação volumétrica com o fator de forma com altura estimada.

Volumes	Médias	Estatística comparativa
Volume determinado	19,940	a*
Volume com altura determinada	19,856	a
Volume com altura estimada	22,160	b
Schumacher e Hall	19,966	a
Schumacher e Hall com erro	19,764	a
Spurr	20,030	a
Spurr com erro	19,364	a

* Letras diferentes entre as linhas indicam diferença estatística entre as médias

Os modelos de Schumacher e Hall e o de Spurr são frequentemente testados em comparação a outros modelos volumétricos utilizados na literatura florestal e em sua grande maioria, o de Schumacher e Hall apresenta boas estimativas volumétricas sob diversos critérios. Utilizando a cubagem rigorosa, Thomas (2006) concluiu que entre os modelos analisados, o de Schumacher e Hall foi o que apresentou estimativas mais próximas ao valor determinado do volume individual de cada árvore analisada. Correia; Fantini; Piazza, (2017) ao testar modelos para estimar o volume total e de fustes, com e sem casca, destacou que o modelo recomendado para as estimativas de volume de florestas secundárias, na região sul da Mata Atlântica, seria o de Schumacher e Hall. O mesmo resultado que Leite et al. (2011) encontrou, quando utilizado o teste t de Student para comparar o modelo de Schumacher e Hall com outros modelos, não encontrando diferença significativa entre eles.

Os critérios de seleção para definir o melhor modelo variam de cada autor; alguns utilizam o índice de determinação (R^2) e análise de resíduos para concluir quais dos modelos testados são mais adequados que os outros. Ao testar, entre outros, os modelos de Schumacher e Hall e o de Spurr, Cerdeira (2013) afirma que, por apresentar menor resíduo e maior R^2 , o modelo de Schumacher e Hall foi considerado ideal para uso, quando investigou modelos para a quantificação do volume de diferentes sortimentos em plantio de eucaliptos. Resultados similares foram encontrados por Miranda et al. (2015) quando testou alguns modelos, entre eles o modelo de Schumacher e Hall, e não encontrou diferença significativa nos modelos comparados. No estudo realizado por Miranda et al. (2015), na região Noroeste do estado de Mato Grosso, foi possível determinar o fato de forma para ajustes de modelos matemáticos gerando estimativas mais precisas do volume das árvores, como realizado no presente trabalho.

Foram encontrados trabalhos em que a estimativa volumétrica foi realizada a partir da informação de apenas uma variável, chamada de simples entrada. Porém em sua maioria, as estimativas volumétricas são realizadas com dupla entrada, ou seja, com duas variáveis respostas como altura e DAP. Miguel et al.(2010) realizaram uma pesquisa testando modelos de uma e duas variáveis independentes e afirmaram que de forma geral em modelos os dupla entrada apresentam maior precisão aos de simples entrada. Quando testados os modelos de dupla entrada num povoamento em Rio Verde, Goiás, os autores constataram que o modelo mais estável foi o de Tanaka e não o de Schumacher e Hall, e salientam ainda que esses resultados possam sofrer variações dado o local de coleta.

Anos depois, Miguel et al. (2016), com outros pesquisadores afirmam que quando testados os modelos de Schumacher e Hall, Spurr e Berkhout, para dados hipsométricos e volumétricos, todos os modelos apresentaram bons ajustes e precisões.. Apesar disto, os autores concluem que o modelo de Schumacher e Hall é o mais preciso em termos de estimativas volumétricas quando comparado aos outros, pois apresentaram resíduos sem tendências (homogeneidade) e maior índice de determinação. Resultado semelhante encontrado por Colpini et al. (2009) ao testarem dez diferentes modelos volumétricos em Mato Grosso, e o de Schumacher e Hall apresentou maior precisão.

Resultados e métodos similares ao presente trabalho foi realizado por Rocha et al. (2015) em que foram adotados dois métodos para a estimativa do volume total das árvores, o fator de forma e modelos volumétricos mais utilizados na literatura. O fator de forma foi obtido pela cubagem rigorosa e comparado os resultados dos modelos que utilizam o fator de forma com os modelos volumétricos testados. Para a comparação, os

autores adotaram o teste F de Snedecor a 5% de significância e posteriormente, para comparar as médias, utilizaram o teste de Tukey com o mesmo nível de significância. Para a predição do volume das árvores da espécie *Genipa americana*, o modelo com melhor desempenho foi o de Spurr, no entanto o modelo de Schumacher e Hall se mostrou também indicado para estimar o volume da espécie estudada.

Embora seja notório o melhor ajuste do modelo de Schumacher e Hall no presente trabalho e em diversos outros, citados nos parágrafos anteriores, diversos estudos vêm direcionando esforços para elucidar a melhor aplicação e possíveis ajustes do modelo com erro na distribuição nas mais diversas áreas. Este modelo foi aplicado por Fumes e Correntes (2010) num estudo com modelos inflacionados de zero na análise de um questionário de frequência alimentar. Ajustes foram realizados de acordo com a porcentagem de 10% a 50% de não consumo, utilizando o modelo Binomial Negativo que se apresentou de forma coerente quando a porcentagem foi até 10%. Já nos índices acima de 50% tais modelos apresentaram problemas no processo de convergência sendo proposto, nesse caso, a utilização do modelo com erro na variável.

Corroborando com o presente trabalho de que não se evidenciou diferença entre os modelos com erro de medida e sem, Rodrigues (2013) utilizando simulações aplicadas em casos reais, com o uso do algoritmo SIMEX para estimar modelos com erro de medida. O autor comparou o modelo com erro com o modelo de regressão logística sem o erro de medida indexado a variável independente e ao comparar os modelos por meio do método de Kolmogorov-Smirnov constatou que não houve diferença significativa entre eles e baseado nisso acredita que ignorar o erro de medida não influencia a classificação de nova variável, mas altera a estimativa da probabilidade de sucesso.

Lima (2008), utilizando simulações, incorporou o erro de medida no modelo de análise de sobrevivência e ao comparar os modelos com e sem o erro, percebeu que no modelo com erro as estimativas do modelo naïve se aproximou do verdadeiro enquanto que no modelo sem o erro, essa variável, na presença de outras covariáveis sofreram alterações indicando viés no estimador. Foram aplicados os dois modelos em dados reais e a medida de erro foi incorporada na variável tempo de remissão do câncer e ao variar o tamanho da amostra houve diferença significativa entre os modelos testados, diferentemente dos resultados obtidos neste trabalho, uma vez que não houve diferença entre os modelos com e sem erro de medida ao variar o tamanho da amostra

Também utilizando modelos de sobrevivência, Valença e Bolfarine (2004) constatou que em modelos de tempo de falha acelerado Weibull a presença de censuras não apresentou problemas na estimação e que o método regressão-calibração resultou em boas estimativas para estimativa do parâmetro da variável com erro de medida. Os autores utilizaram o método SIMEX, como no presente trabalho, que apresentou ser uma boa opção em apenas situações em que a variância do erro de medida estiver próxima de zero. Com tudo, mesmo que o método tenha apresentado problemas de convergências para tamanho de amostra pequena, a utilização deste, forma geral, resultou em boas estimativas para os parâmetros, aproximando-se dos verdadeiros valores com o aumento do tamanho da amostra.

A aplicação da medida de erro em variáveis independentes vem sendo comparada com outros modelos, em alguns casos com a mesma distribuição, a fim de minimizar os erros não sistemáticos que são, geralmente, desprezados. Em alguns casos, mesmo com distribuições diferentes do presente trabalho, os autores consideram que o uso do modelo com erro de medida é satisfatório, porém sem diferenças significativas dos modelos usuais testados sem a medida de erro. Como no artigo de Borah e Knabe

(2017) quando comparou modelos com e sem erro de medida num estudo aplicado a economia, baseado no painel sócio econômico alemão, em que os resultados obtidos foram relativamente próximos, não encontrando evidência que os dados sofrem alterações quando adicionado o erro de medida no modelo.

Geralmente, em estudos clínicos, as covariáveis biológicas são medidas em uma única observação, e essas medidas apresentam variações naturais captadas por modelos em que apenas o erro sistemático é considerado. Devido às flutuações de outras fontes, como no manuseio do equipamento utilizado, existe um interesse no estudo desse viés que não é considerado em modelos usuais.

Thomas; Stefanski e Davidian (2011) utilizaram dados da Organized Program to Initiate Life saving Treatment in Hospitalized Patients with Heart Failure para estudar a relação entre a mortalidade e pressão arterial na admissão hospitalar em pacientes com falha aguda no coração. Os modelos testados em relação ao modelo naive (com erro de medida) apresentaram melhoria substancial nas estimativas dos parâmetros, no entanto apenas o modelo com erro de medida eliminou o viés desses estimadores. A incorporação do erro de medida foi justificada pelos autores pelo fato de que a pressão sanguínea foi determinada por uma única medição no hospital e vários estudos apontam que essa medida apresentam grandes oscilações no sangue sistólico.

Esta é a primeira contribuição de modelagem estatística utilizando modelos com erro de medida na variável independente para a área das ciências florestais. Assim, acredita-se que esse primeiro passo é fundamental para embasar futuros trabalhos que possam ampliar as análises para diversas áreas e assim, avançar no conhecimento e aplicabilidade do modelo, bem como, ajustá-lo de forma a obter respostas ainda mais precisas e acuradas.

Conforme o Teorema Central do Limite os erros médios tendem a seguir uma distribuição normal quando o tamanho da amostra aumenta. A fim de detectar alterações nas estimativas dos parâmetros dos modelos utilizados, foi realizado a reamostragem com tamanhos de amostras diferentes e comparadas as estimativas dos parâmetros e dos volumes nos modelos estudados.

Foram realizadas reamostragens com base na sequência de números aleatórios, seguindo a distribuição uniforme, com tamanhos 30, 50, 100, 150 e 200 e estimados os sete modelos utilizados anteriormente. Com as observações selecionadas foram realizadas novas modelagens e comparadas as suas respectivas estimativas volumétricas. As comparações foram via análise de variância e em cada caso, quando necessário fez-se o teste de comparações múltiplas utilizando o teste de Tukey. Em ambas as análises foram considerados o nível de confiança de 95%. Para avaliar se o número de observações influencia ou não as estimativas dos modelos quando comparados entre eles, principalmente nos modelos em que é adicionado o erro de medida, analisou-se cada um dos sete modelos nos diferentes tamanhos das amostras.

Para o tamanho da amostra 30, com erro amostral foi 6,48%, obteve-se os resultados descritivos na tabela 7. O valor p associado a estatística F de Snedecor realizado na ANOVA foi 0,9035, indicando que existem evidência para não rejeitar a hipótese de nulidade, ou seja, não existe diferença significativa entre os modelos (Tabela 7).

Tabela 7 – Estatísticas descritivas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 30.

Estatísticas	Vdet*	Vhdet	Vhip	Schm	SchmE	Sprr	SprrE
Desvio padrão	11,224	9,796	10,235	10,443	9,985	7,766	7,327
Máximo	63,300	53,793	59,234	47,912	46,890	48,113	45,457
Média	21,950	21,399	22,936	21,860	21,655	21,964	20,805
Mediana	28,650	28,619	32,893	28,154	28,256	32,174	30,485
Mínimo	5,600	9,771	8,885	7,079	7,354	10,291	9,776
Variância	125,980	95,960	104,752	109,052	99,689	60,302	53,686

Em que Vdet: volume determinado; Vhdet: volume com altura determina; Vhip: volume com altura estimada; Schm: Schumacher e Hall; SchmE: Schumacher e Hall com erro; Sprr: Spurr; SprrE: Spurr com erro.

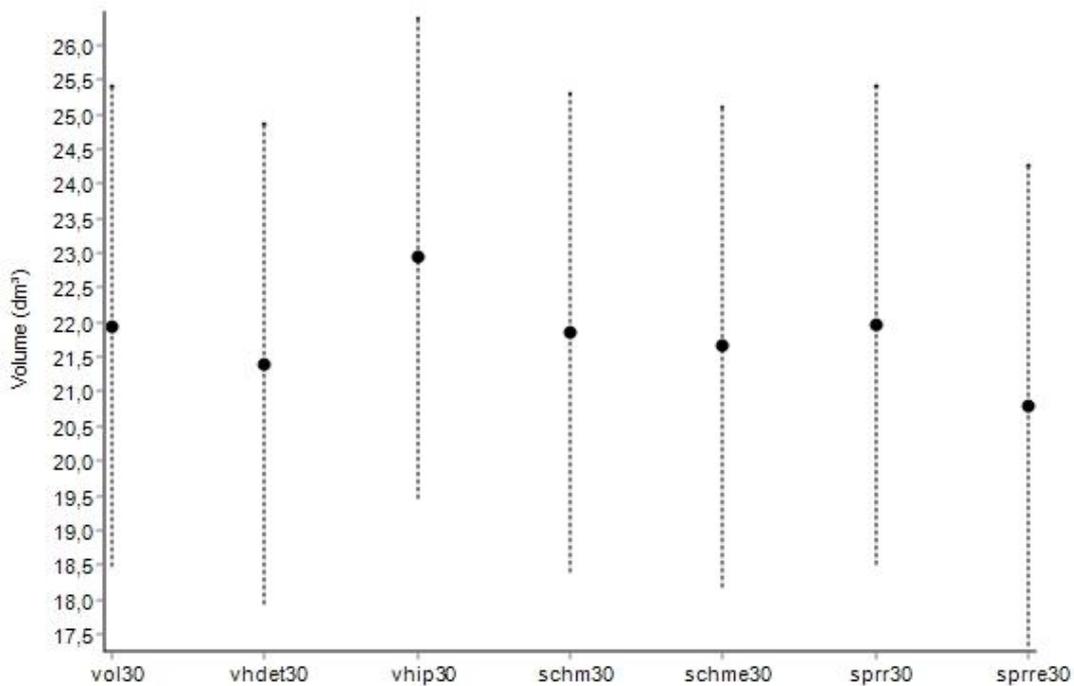
Tabela 8 – Análise de variância do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 30$.

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrado médio	Estatística F	Valor p
Modelos	6	0,0001	0,0000	0,1360	0,9915 ^{n.s.}
Resíduos	203	0,0188	0,0001		
Total	209	0,0189			

^{n.s.} – Não significativo

A hipótese de semelhança entre os modelos não foi rejeitada, evidenciando que as estimativas dos volumes obtidas nas equações não diferem. Para melhor interpretação, na figura 14, encontra-se o teste de Tukey para a média e os seus respectivos intervalos de confiança. Uma vez que o resultado do intervalo de confiança de uma média sobrepõe outro, indica semelhança nas médias considerando o nível de significância de 5%.

Figura 14 - Médias e intervalos de confiança do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 30$.



Em que vdet30: volume determinado; vhdet30: volume com altura determina; vhip30: volume com altura estimada; schm30: Schumacher e Hall; schme30: Schumacher e Hall com erro; sprr30: Spurr; sprre30: Spurr com erro.

Avaliando os modelos com o tamanho da amostra igual a 50, o erro amostral foi 6,15% e obtiveram-se as estatísticas descritivas mostradas na tabela 9. De maneira similar, os resultados entre os modelos são, na maioria deles, semelhantes. Para afirmar se existe a semelhança entre os procedimentos, realizou-se a ANOVA (Tabela 10) baseado na estatística F de Snedecor.

Tabela 9 – Estatísticas descritivas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 50.

Estatísticas	Vdet*	Vhdet	Vhip	Schm	SchmE	Spr	SprE
Desvio padrão	11,641	9,299	11,234	11,378	10,138	9,644	10,001
Máximo	61,000	44,818	55,180	50,890	46,356	47,884	48,778
Média	20,008	19,139	22,340	19,851	19,653	20,009	19,306
Mediana	24,350	25,859	29,706	24,863	25,745	26,852	25,497
Mínimo	4,700	6,006	6,803	3,537	4,304	6,417	5,662
Variância	135,501	86,465	126,197	129,457	102,779	93,008	100,010

Em que Vdet: volume determinado; Vhdet: volume com altura determina; Vhip: volume com altura estimada; Schm: Schumacher e Hall; SchmE: Schumacher e Hall com erro; Spr: Spurr; SprE: Spurr com erro.

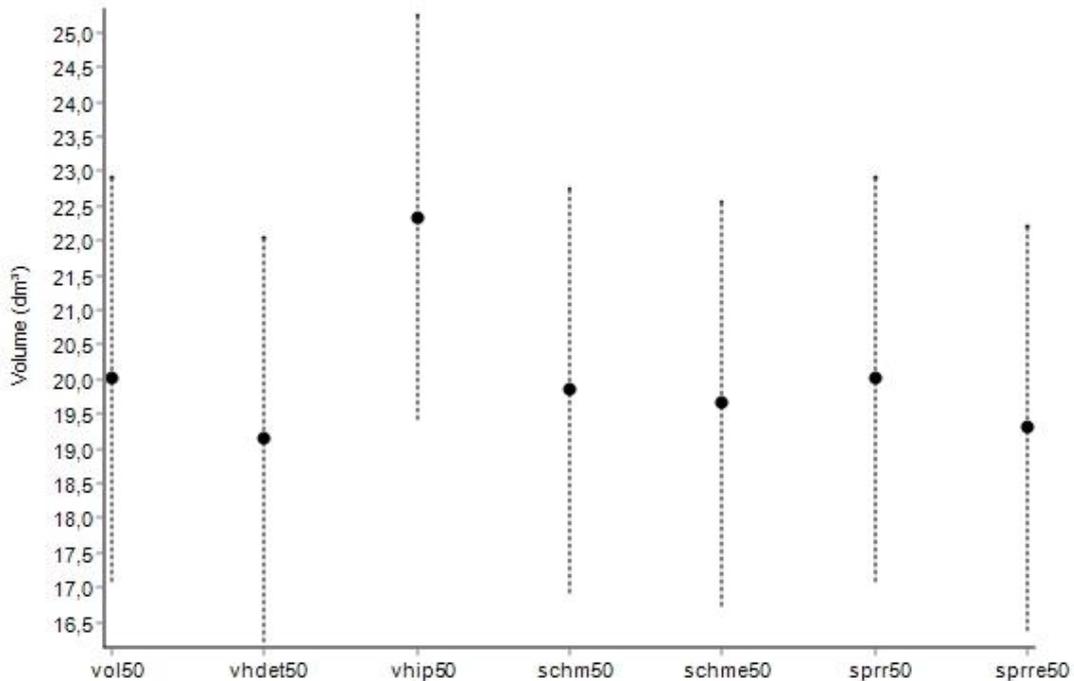
Tabela 10 – Análise de variância do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 30$.

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrado médio	Estatística F	Valor p
Modelos	6	0,0003	0,0001	0,5161	0,7961 ^{n.s.}
Resíduos	343	0,0379	0,0001		
Total	349	0,0383			

^{n.s.} – Não significativo

A hipótese de semelhança entre os modelos não foi rejeitada, evidenciando que as estimativas dos volumes obtidas nas equações não diferem. Para melhor interpretação, na figura 15, encontram-se os intervalos de confiança dos volumes médios estimados pelos diferentes modelos.

Figura 15 - Médias e intervalos de confiança do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 50.



Em que vdet50: volume determinado; vhdet50: volume com altura determinada; vhip50: volume com altura estimada; schm50: Schumacher e Hall; schme50: Schumacher e Hall com erro; sprr50: Spurr; sprre50: Spurr com erro.

Descrevendo os resultados obtidos por meio da modelagem com tamanho da amostra igual a 100, o erro amostral foi 3,71% e as medidas descritivas dos volumes estimados pelos modelos de estudo encontram-se na tabela 9. As estimativas descritivas dos volumes não diferenciam numericamente entre si e para testar se essa diferença é estatisticamente significativa realizou-se a ANOVA baseado na distribuição F de Snedecor, considerando o nível de significância de 5% (Tabela 12).

Tabela 11 – Estatísticas descritivas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 100.

Estatísticas	Vdet*	Vhdet	Vhip	Schm	SchmE	Sprr	SprrE
Desvio padrão	11,933	11,157	12,138	11,418	11,914	10,214	11,304
Máximo	50,800	61,167	67,152	56,862	59,075	56,960	62,154
Média	19,793	20,186	22,130	19,870	19,672	19,934	19,164
Mediana	26,900	26,664	28,309	26,094	25,424	25,948	24,011
Mínimo	2,300	1,741	3,191	3,152	2,799	3,260	2,395
Variância	142,391	124,471	147,340	130,366	141,941	104,321	127,776

Em que Vdet: volume determinado; Vhdet: volume com altura determina; Vhip: volume com altura estimada; Schm: Schumacher e Hall; SchmE: Schumacher e Hall com erro; Sprr: Spurr; SprrE: Spurr com erro.

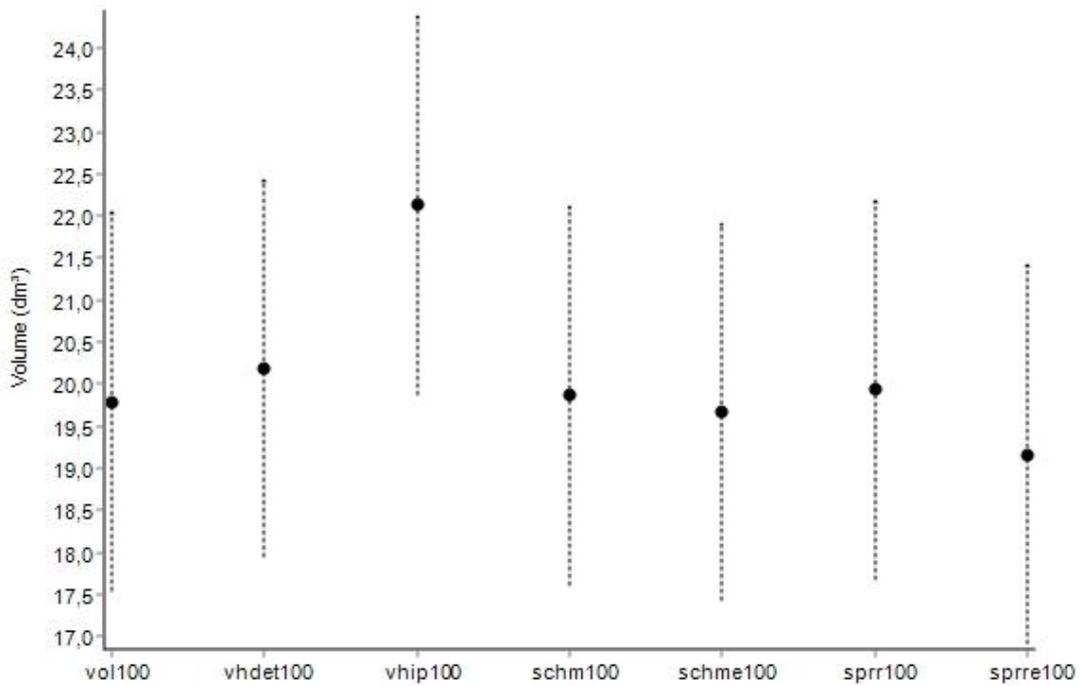
Tabela 12 – Análise de variância do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 100$.

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrado médio	Estatística F	Valor p
Modelos	6	0,0005	0,0001	0,6811	0,6649 ^{n.s.}
Resíduos	693	0,0909	0,0001		
Total	699	0,0915			

^{n.s.} – Não significativo

Ao verificar a hipótese de nulidade entre os modelos, evidenciou-se a que os modelos não se diferenciam dos demais, uma vez que o valor p associado ao teste foi maior que 0,05. Na figura 16, encontra-se a média e seus respectivos intervalos de confiança que facilita a visualização da semelhança comprovada quando comparados as médias dos modelos.

Figura 16 - Médias e intervalos de confiança do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 100.



vhip100: volume com altura estimada; schm100: Schumacher e Hall; schme100: Schumacher e Hall com erro; sprr100: Spurr; sprre100: Spurr com erro.

De forma análoga, os resultados obtidos com o número de observações igual a 150, estão dispostos na tabela 13, em que mais uma vez os resultados se encontram semelhantes em relação à parte descritiva dos volumes estimados nos modelos sob estudo. O erro amostral foi 3,28% e ao testar a nulidade entre os modelos (Tabela 14), considerando o nível de 5% de significância, verificou-se a semelhança estatística quando utilizado o teste F de Snedecor via análise de variância. Para melhor visualização, realizou-se o teste de Tukey para comparações múltiplas e o resultado encontra-se ilustrado na figura 17.

Tabela 13 – Estatísticas descritivas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 150.

Estatísticas	Vdet*	Vhdet	Vhip	Schm	SchmE	Sprr	SprrE
Desvio padrão	10,337	10,386	11,484	9,868	10,326	8,763	9,822
Máximo	50,400	61,167	59,392	53,943	56,345	46,562	50,756
Média	19,428	19,731	22,266	19,462	19,341	19,497	18,940
Mediana	25,600	27,324	30,041	25,825	25,313	27,036	25,523
Mínimo	2,300	1,741	3,191	3,320	2,962	3,626	2,684
Variância	106,861	107,873	131,871	97,374	106,635	76,786	96,480

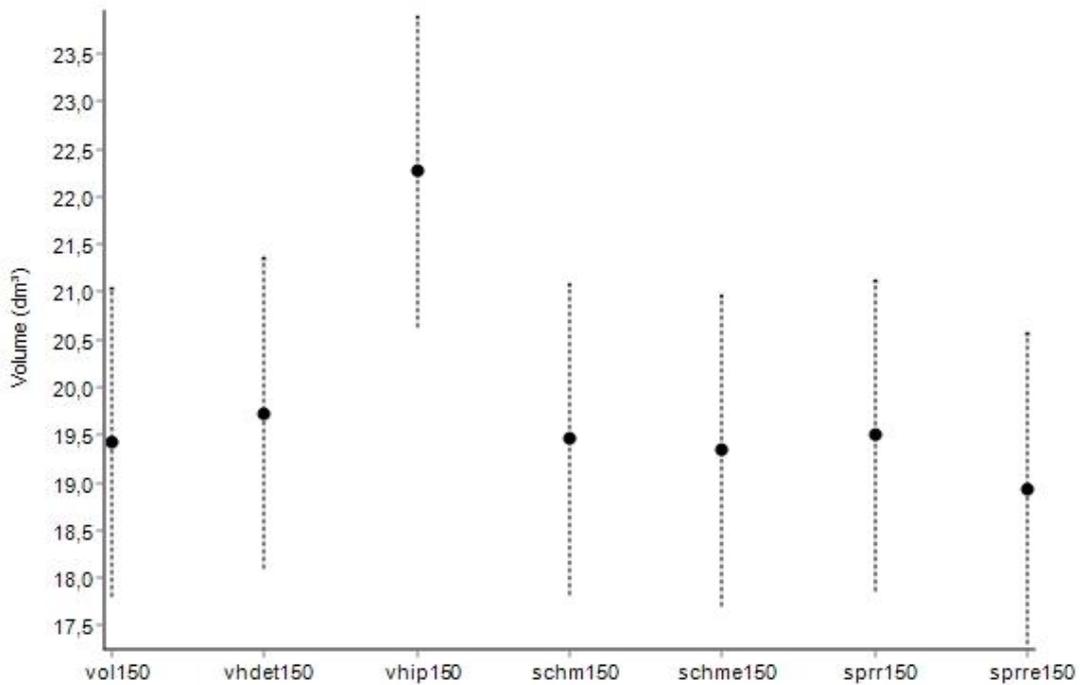
Em que Vdet: volume determinado; Vhdet: volume com altura determina; Vhip: volume com altura estimada; Schm: Schumacher e Hall; SchmE: Schumacher e Hall com erro; Sprr: Spurr; SprrE: Spurr com erro.

Tabela 14 – Análise de variância do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 150.

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrado médio	Estatística F	Valor p
Modelos	6	0,0011	0,0002	1,7846	0,0990 ^{n.s.}
Resíduos	1043	0,1079	0,0001		
Total	1049	0,1090			

^{n.s.} – Não significativo

Figura 17 - Médias e intervalos de confiança do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 150.



Em que vdet150: volume determinado; vhdet150: volume com altura determina; vhip150: volume com altura estimada; schm150: Schumacher e Hall; schme150: Schumacher e Hall com erro; sprr150: Spurr; sprre150: Spurr com erro.

As análises a seguir foram realizadas sob o estudo do tamanho da amostra de 200, em que os resultados das estatísticas descritivas, em comparação aos métodos de estimativas volumétricas, apresentaram-se de forma similar entre si (Tabela 15), apresentando um erro amostral de 2,72%. Para podermos afirmar se houve diferença significativa entre os modelos, realizou-se a análise de variância, baseado no teste F de Snedecor e constatado a hipótese de nulidade entre os modelos (Tabela 16).

Tabela 15 – Estatísticas descritivas do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 200$.

Estatísticas	Vdet*	Vhdet	Vhip	Schm	SchmE	Sprr	SprrE
Desvio padrão	11,268	10,275	11,234	10,689	10,670	9,436	10,400
Máximo	63,300	61,167	59,392	57,554	57,538	50,659	54,537
Média	20,414	20,373	22,570	20,415	20,207	20,486	19,887
Mediana	27,450	27,391	29,841	27,354	26,868	27,547	25,980
Mínimo	2,300	3,246	3,667	2,177	2,127	3,825	2,941
Variância	126,972	105,581	126,193	114,256	113,846	89,032	108,169

Em que Vdet: volume determinado; Vhdet: volume com altura determina; Vhip: volume com altura estimada; Schm: Schumacher e Hall; SchmE: Schumacher e Hall com erro;

Sprr: Spurr; SprrE: Spurr com erro.

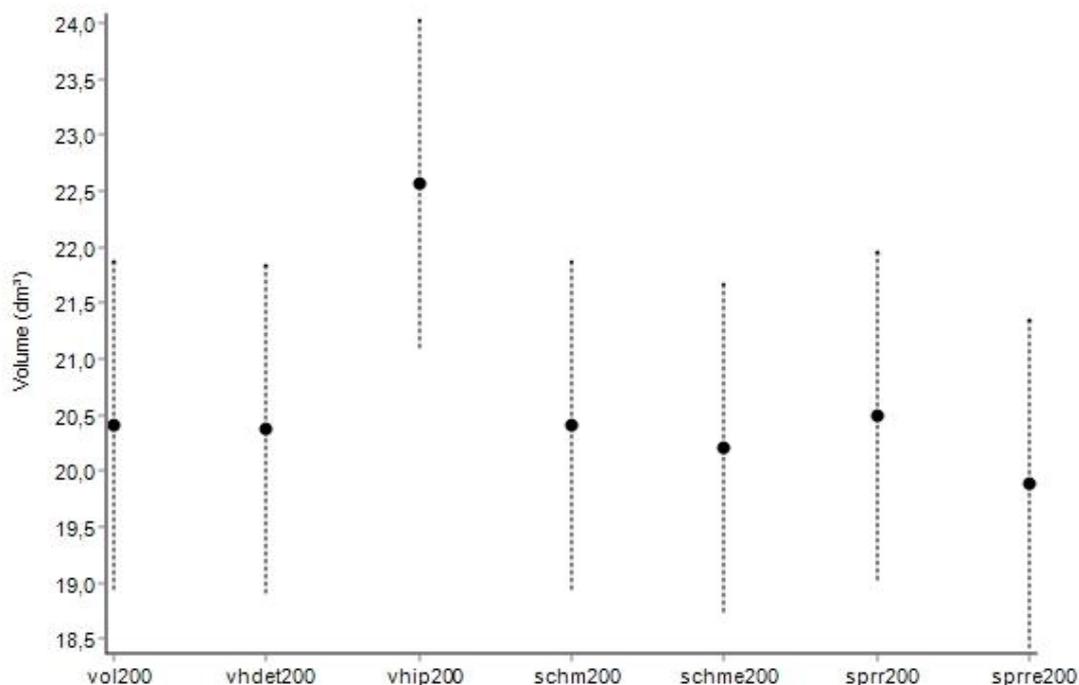
Tabela 16 – Análise de variância do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com n = 150.

Fonte de variação	Graus de liberdade	Soma de quadrados	Quadrado médio	Estatística F	Valor p
Modelos	6	0,0009	0,0002	1,3922	0,2142 ^{n.s.}
Resíduos	1393	0,1560	0,0001		
Total	1399	0,1570			

^{n.s.} – Não significativo

Mesmo não rejeitando a hipótese de nulidade, na figura 18 se encontram as médias de cada volume estimado por cada modelo testado, bem como seus respectivos intervalos de confiança. Para as múltiplas comparações, realizou o teste de Tukey com o nível de significância de 5% e uma vez que há sobreposição de valores nos intervalos de confiança, rejeita-se a hipótese de alternativa entre as médias.

Figura 18 - Médias e intervalos de confiança do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n =$



Em que vdet200: volume determinado; vhdet200: volume com altura determinada; vhip200: volume com altura estimada; schm200: Schumacher e Hall; schme200: Schumacher e Hall com erro; sprr200: Spurr; sprre200: Spurr com erro.

Em todos os cenários investigados, variando o tamanho da amostra em 30, 50, 100, 150 e 200, apenas quando $n = 100$ o modelo de Spurr com erro de medida diferenciou-se dos demais. Nos demais modelos e tamanhos de amostra, os modelos não diferiram entre si quando comparados utilizando o teste F e teste de Tukey, ambos com nível de significância de 5%. Evidenciando assim que para as estimativas volumétricas, para o povoamento em Araripina – PE de *Eucalyptus* spp., podem ser realizadas por meio dos modelos mais usuais, Schumacher e Hall e/ou Spurr, sem perda de informações. Com isso não se faz necessário a aplicação de um modelo mais elaborado que leva em consideração a medida de erro indexada a variável altura.

Avaliando os modelos estocásticos utilizados no estudo, em relação as estimativas dos coeficientes das covariáveis (Tabela 17), percebe-se uma semelhança numérica nos modelos de Schumacher e Hall e Schumacher e Hall com a medida de erro. Esses diferenciam, numericamente, dos resultados obtidos para o modelo de Spurr.

Tabela 17- Estimativas dos parâmetros nos diferentes modelos estudados de acordo com o tamanho da amostra (n = 30, 50, 100, 150, 200).

Modelos	Parâmetros		
	$\widehat{\beta}_0$	$\widehat{\beta}_1$	$\widehat{\beta}_2$
n = 30			
Schumacher e Hall	15,341997	2,494881	0,000294
Schumacher e Hall com erro na variável	11,74	2,41802	0,02665
Spurr	0,249092	0,812961	-
Spurr com erro na variável	0,23	0,8101	-
n = 50			
Schumacher e Hall	28,664192	2,677731	-0,071461
Schumacher e Hall com erro na variável	11,27	2,390836	0,004926
Spurr	0,357414	0,960180	-
Spurr com erro na variável	0,42	1,0288	-
n = 100			
Schumacher e Hall	11,155933	2,364219	-0,016398
Schumacher e Hall com erro na variável	15,19	2,49120	-0,01188
Spurr	0,338192	0,938929	-
Spurr com erro na variável	0,47213	1,0688	-
n = 150			
Schumacher e Hall	8,576257	2,277078	-0,009119
Schumacher e Hall com erro na variável	11,58	2,4033140	0,0006407
Spurr	0,271591	0,873067	-
Spurr com erro na variável	0,38678	1,0054	-
n = 200			
Schumacher e Hall	13,589677	2,408295	-0,053193
Schumacher e Hall com erro na variável	12,7018	2,426198	-0,008245
Spurr	0,329995	0,927739	-
Spurr com erro na variável	0,453573	1,0487	-
n = 285			
Schumacher e Hall	11,953244	2,357483	-0,052361
Schumacher e Hall com erro na variável	13,35245	2,42338	-0,03042
Spurr	0,295431	0,891342	-
Spurr com erro na variável	0,406936	1,0137	-

Os modelos de Schumacher e Hall e Schumacher e Hall com erro na variável remeteram, estatisticamente, as estimativas semelhantes dos parâmetros, e o mesmo ocorre com o modelo de Spurr com e sem erro de medida. Notam-se ainda algumas alterações nessas estimativas, apenas quando analisado os modelos com tamanho de amostra $n = 200$. Para melhor visualização da diferença das estimativas volumétricas na reamostragem, foram feitos gráficos de tendência em cada um dos casos, calculados as medidas descritivas e os gráficos de boxplots.

- Para $n = 30$

Figura 19 - Boxplot do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 30$.

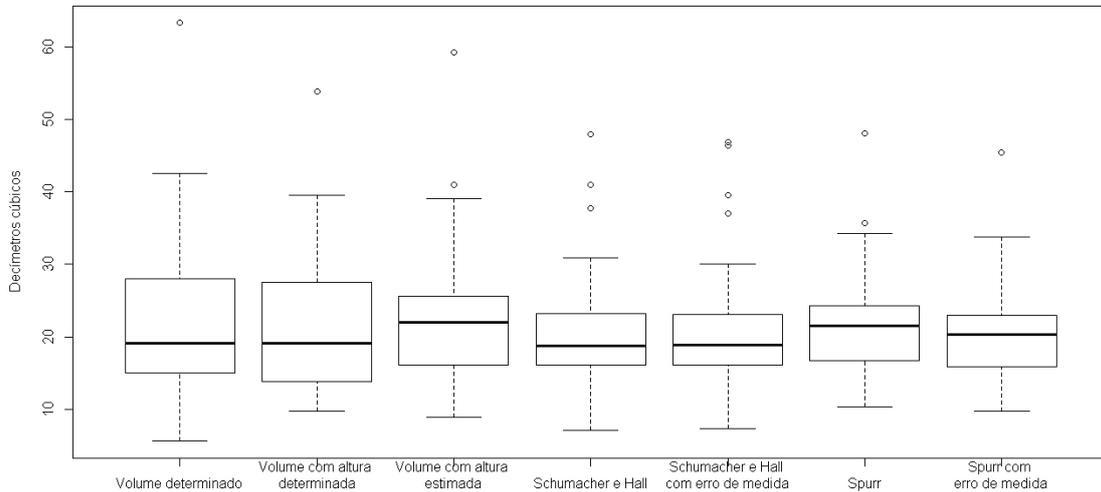
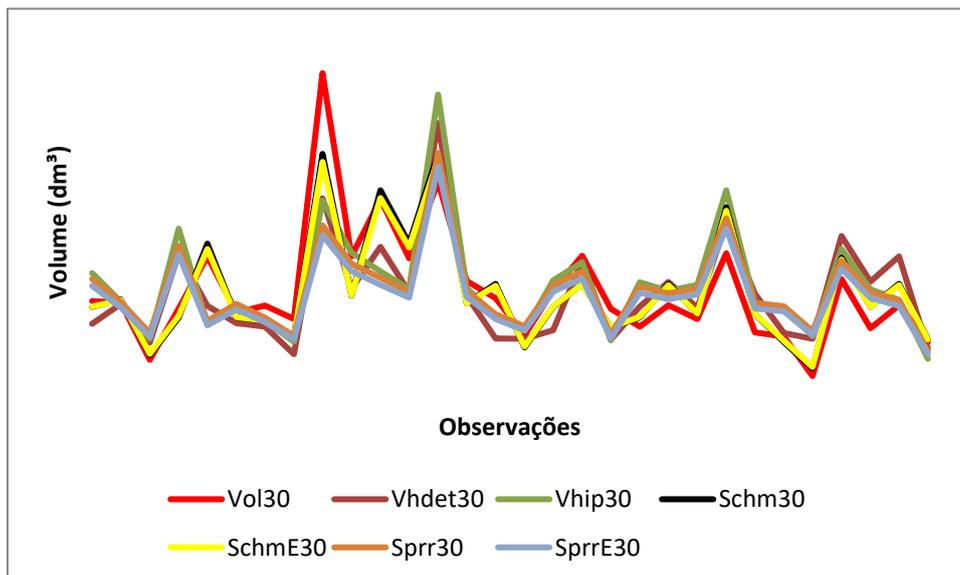


Figura 20 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado (Vol30), do volume com altura determinada (Vhdet), do volume com altura estimada (Vhip30), dos modelos de Schumacher e Hall, sem (Schm30) e com erro de medida (SchmE30), e do modelo de Spurr, sem (Sprr30) e com erro de medida (SprrE30), com $n = 30$.



- Para $n = 50$

Figura 21 - Boxplot do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 50$.

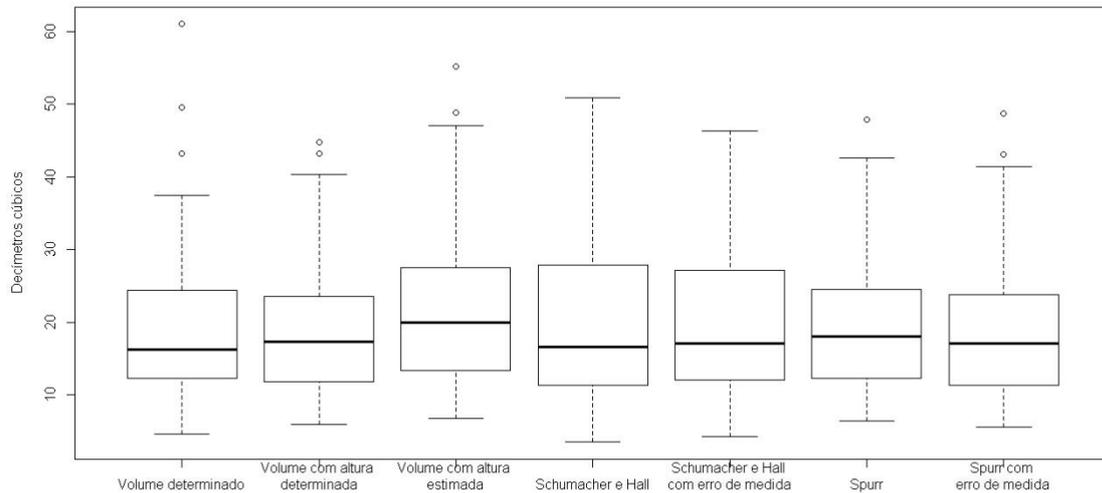
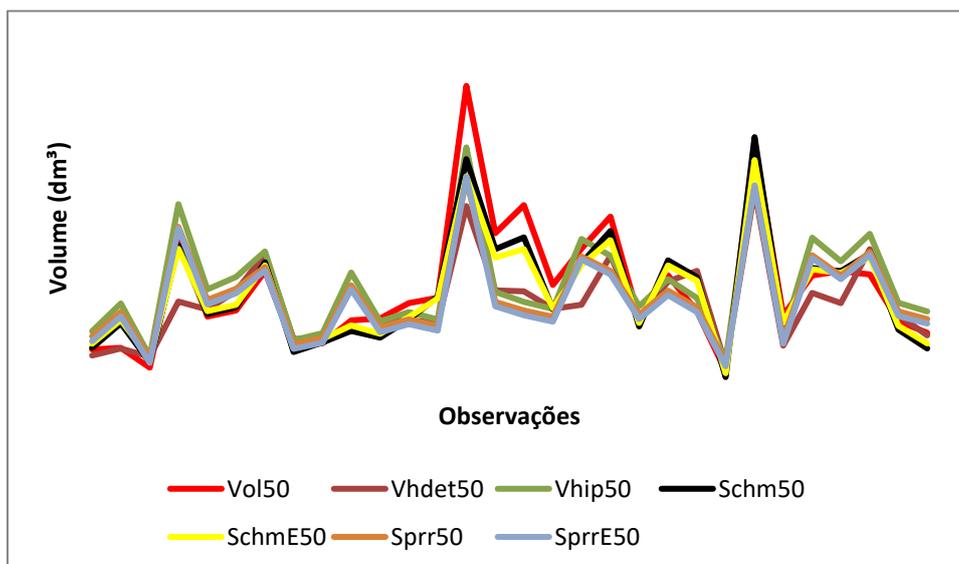


Figura 22 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado (Vol50), do volume com altura determinada (Vhdet), do volume com altura estimada (Vhip50), dos modelos de Schumacher e Hall, sem (Schm50) e com erro de medida (SchmE50), e do modelo de Spurr, sem (Sprr50) e com erro de medida (SprrE50), com $n = 50$.



- Para $n = 100$

Figura 23 – Boxplot do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 100$.

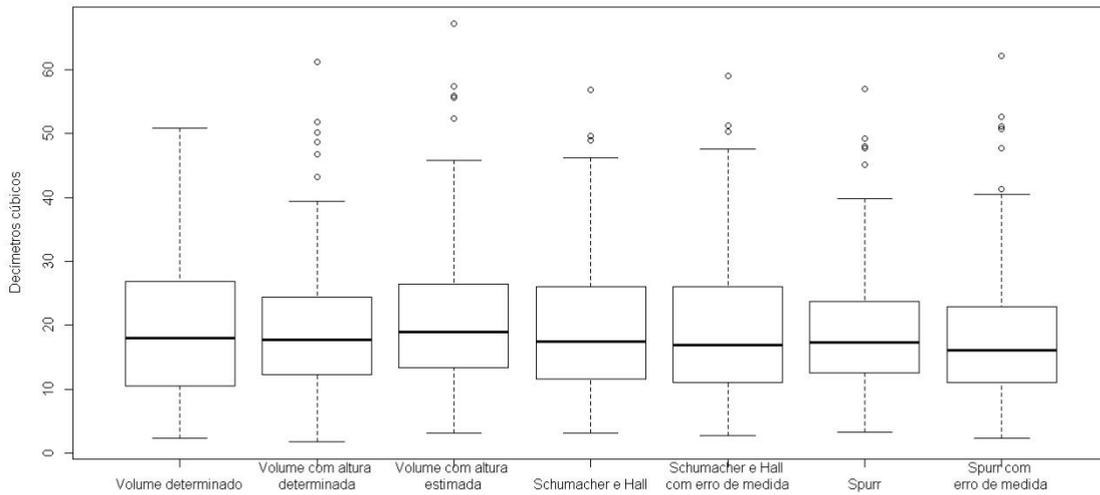
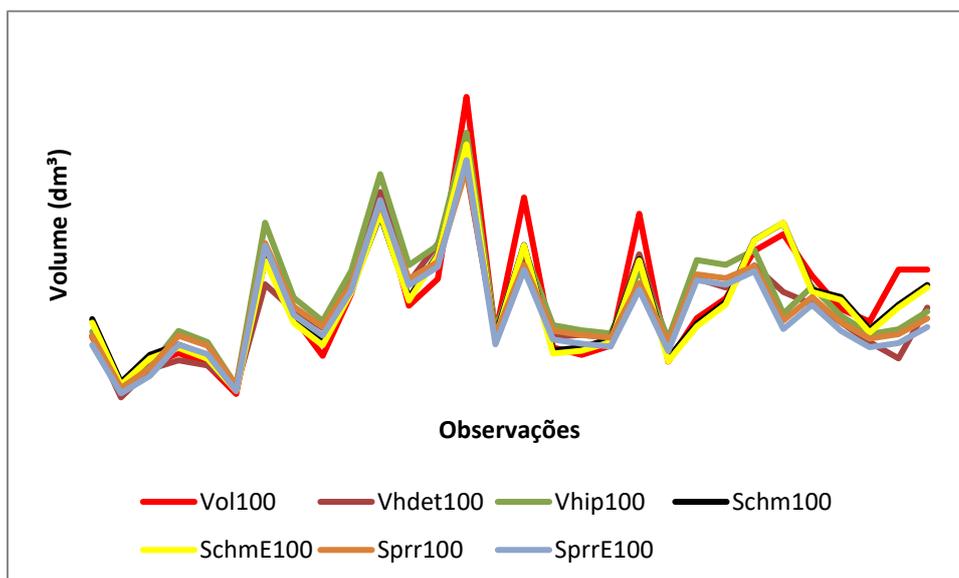


Figura 24 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado (Vol100), do volume com altura determinada (Vhdet), do volume com altura estimada (Vhip100), dos modelos de Schumacher e Hall, sem (Schm100) e com erro de medida (SchmE100), e do modelo de Spurr, sem (Sprr100) e com erro de medida (SprrE100), com $n = 100$.



- Para $n = 150$

Figura 25 - Boxplot do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 150$.

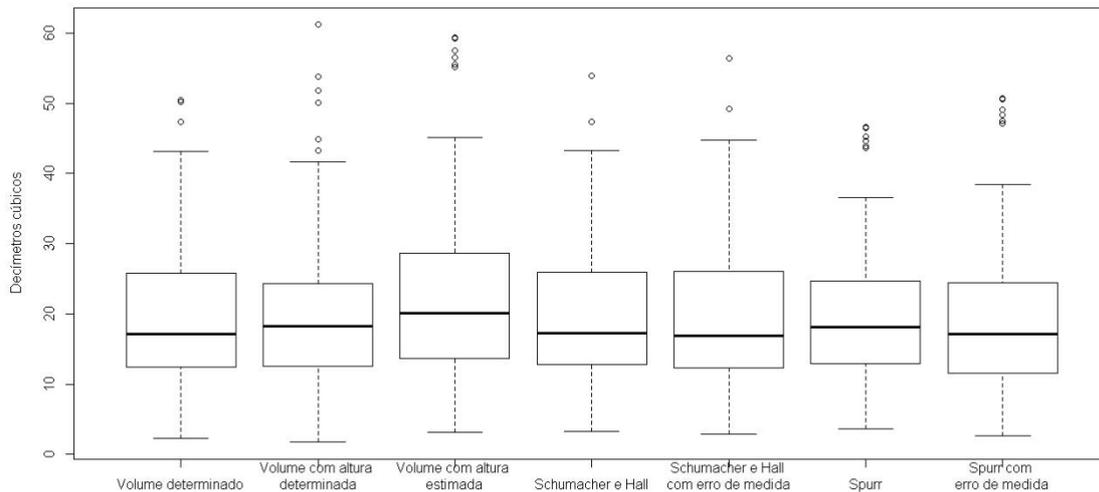
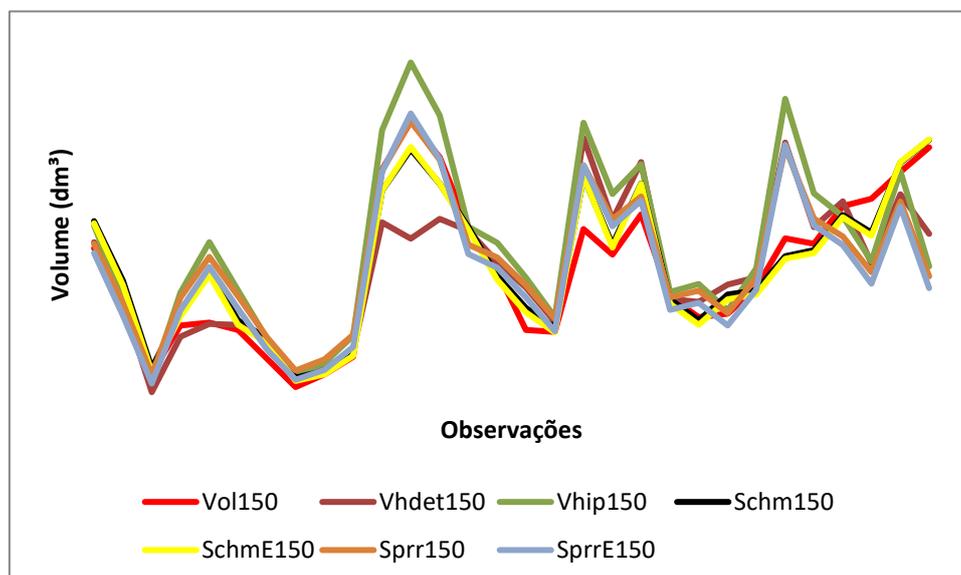


Figura 26 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado (Vol150), do volume com altura determinada (Vhdet), do volume com altura estimada (Vhip150), dos modelos de Schumacher e Hall, sem (Schm150) e com erro de medida (SchmE150), e do modelo de Spurr, sem (Sprr150) e com erro de medida (SprrE150), com $n = 150$.



- Para $n = 200$

Figura 27 – Boxplot do volume determinado, do volume com altura determinada, do volume com altura estimada, dos modelos de Schumacher e Hall, com e sem erro de medida, e do modelo de Spurr, com e sem erro de medida, com $n = 200$.

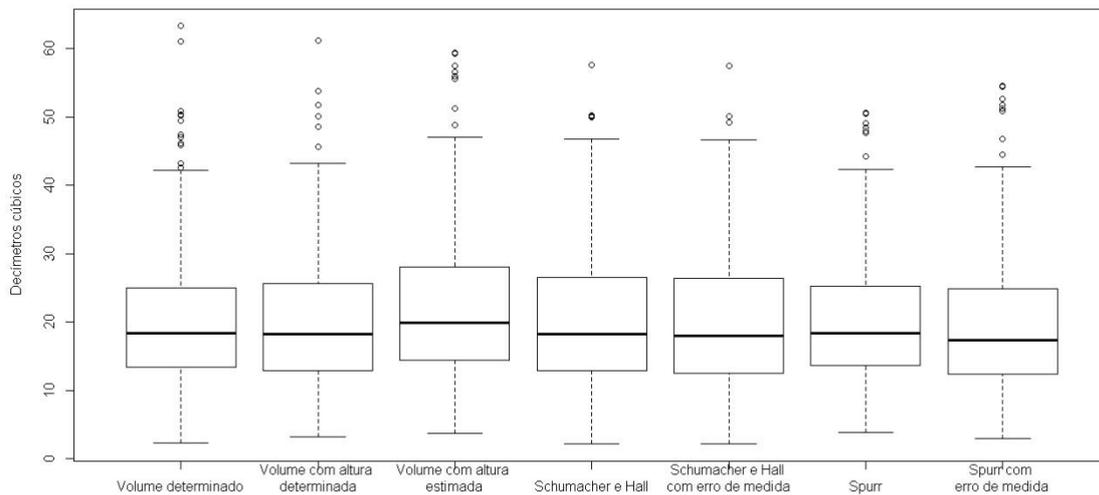
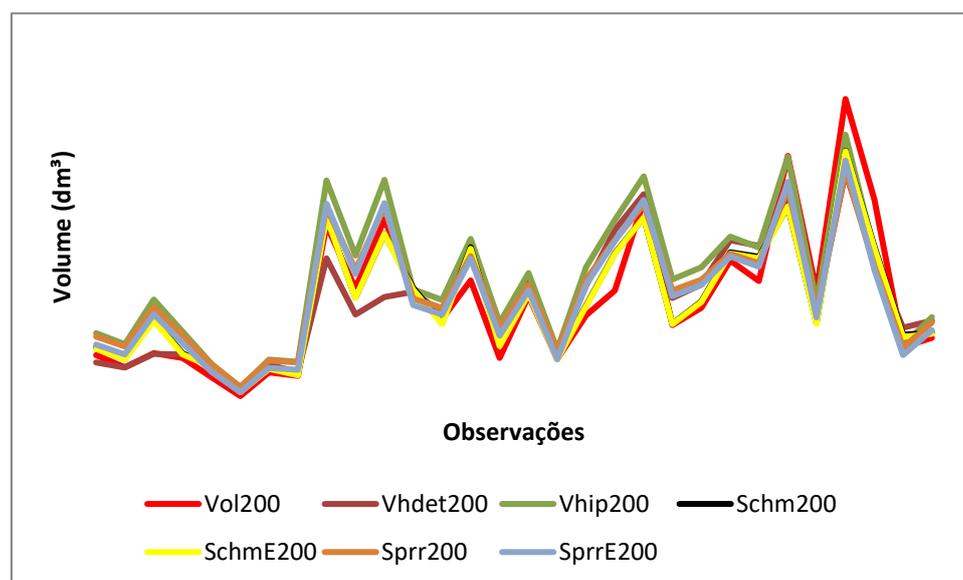
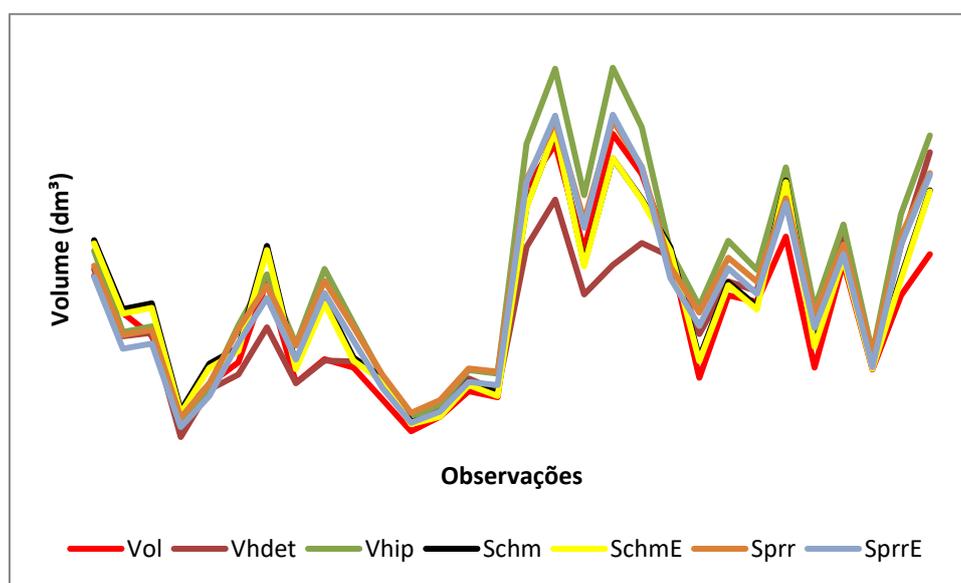


Figura 28 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado (Vol200), do volume com altura determinada (Vhdet), do volume com altura estimada (Vhip200), dos modelos de Schumacher e Hall, sem (Schm200) e com erro de medida (SchmE200), e do modelo de Spurr, sem (Sprr200) e com erro de medida (SprrE200), com $n = 200$.



- Para $n = 285$

Figura 29 - Gráfico de linha das estimativas volumétricas de cada árvore quando utilizado as estimativas do volume determinado (Vol), do volume com altura determinada (Vhdet), do volume com altura estimada (Vhip), dos modelos de Schumacher e Hall, sem (Schm) e com erro de medida (SchmE), e do modelo de Spurr, sem (Sprr) e com erro de medida (SprrE), com $n = 285$.



Na área de medicina Ranjan et al. (2018) realizou um estudo com dados longitudinais em que a presença de erros de medições podem gerar tendências causadas por mudanças de processos. A metodologia foi aplicada para a avaliação do volume do hipocampo em pacientes que apresentaram potencial em ter Alzheimer com comprometimento cognitivo leve. Indexando o erro de medida, os autores obtiveram estimadores mais precisos e mais sensíveis quando o tamanho de amostra é pequeno, permitindo detectar precocemente a condição do paciente, avaliando e o tratando a doença em estágios iniciais, além da redução de custos dos estudos longitudinais. A sensibilidade do modelo estimado, com a redução do tamanho amostral não foi

detectado no presente trabalho, uma vez que, a diferença entre as estimativas dos parâmetros dos modelos com e sem erro de medida foi considerada nula ao testar variações do tamanho amostral de 30, 50, 100, 150, 200 e 285.

6 Conclusão

Pelo uso do hipsômetro, as alturas das árvores selecionadas foram estimadas e pela cubagem rigorosa foram obtidos valores determinados das alturas como também informações do diâmetro a altura do peito (DAP) de cada árvore. Com essas informações foi possível obter o fator de forma médio gerando modelos volumétricos, e com o DAP e altura estimada de todas as árvores foi possível aplicar os modelos linearizados de Schumacher Hall e Spurr para estimativas volumétricas.

Após atender as suposições necessárias, foi incorporado o erro de medida a variável independente altura e ajustado um novo modelo que leva em consideração esse erro, baseado no modelo de Schumacher e Hall e no modelo de Spurr, uma vez que estes são os modelos mais utilizados por pesquisadores quando o objetivo é estimar o volume florestal.

As comparações envolvendo as equações encontradas se deram em duas partes. Na primeira foram realizadas comparações múltiplas a respeito da média volumétrica estimada em cada modelo testado, que em relação ao volume determinado, o volume utilizando a altura determinada não se diferenciou entre si, porém quando comparados ao volume estimado utilizando o hipsômetro houve diferença significativa na média das estimativas do volume das árvores. Indicando que o uso das estimativas das alturas no cálculo do volume florestal contem um erro de mensuração que não é levado em consideração. Quando comparados os modelos estocásticos entre si, não evidenciou-se diferença significativa entre eles, sugerindo o uso do modelo de Schumacher e Hall para estimar volumes de *Eucalyptus* spp. na Região do Araripe do estado de Pernambuco.

A segunda parte se deu a reamostragens de diferentes tamanhos amostrais para verificar possível sensibilidade no modelo com erro. Uma vez que não houve diferença significativa entre as estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados, com tamanho amostral de 30, 50, 100, 150 e 200, conclui-se que mesmo em tamanhos amostrais pequenos, o uso do modelo de Schumacher e Hall se mantêm sendo a melhor opção quando o objetivo é estimar o volume das árvores por sua facilidade de aplicação.

Referências

AHRENS, S. Funções de Forma: sua conceituação e utilidade. In: V Seminário sobre atualidade e perspectiva, **Anais**. Curitiba: EMBRAPA-URPFCS, p.7-13. 1982.

ABRAF - Associação Brasileira de Florestas Plantadas. **Anuário estatístico de 2012**. ABRAF, 148p. 2013.

BARBALHO, V. M. S. Sistemas baseados em conhecimento e lógica difusa para simulação do processo chuva-vazão. **Tese** – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 94p, 2001.

BARROS, K. N. N. O. Abordagem clássica e Bayesiana em modelos simétricos transformados aplicados à estimativa de crescimento em altura de *Eucalyptus urophylla* no Pólo gessoiro do Araripe. **Dissertação** - Universidade Federal Rural de Pernambuco. 86p. 2010.

BERTOLA, A. **Eucalipto - 100 anos de Brasil- Setor de Inventário Florestal - V&M Florestal Ltda., Curvelo - MG, 91p. 2013.**

BRITO, J. O. **O uso energético da madeira**. Estudos Avançados 21 (59):185-193. 2007.

BORAH, M. KNABE, A. There and back again—estimating equivalence scales with measurement error. **Applied Economics Letters**. pp.1-4. 2017

CERDEIRA, A. L. N. Modelos para quantificação do volume de diferentes sortimentos em plantio de *Eucalyptus urophylla* x *Eucalyptus grandis*. **Dissertação** – Universidade Federal do Amapá. 66p. 2013

CHENG, C.; VAN NESS, J. W. **Kengall's library of statistics; 6 Statistical regression with measurement error**. New York: Oxford University Press, 262 p. 1999.

COLE, S.R.; JACOBSON, L. P.; TIEN, P. C.; KINGSLEY, L.; CHMIEL, J. S.; ANASTOS, K. Using marginal structural measurement-error models to estimate the long-term effect of antiretroviral therapy on incident AIDS or death. **American Journal of Epidemiology** 171, 113-122. 2009

COLPINI, C., TRAVAGIN, D. P., SOARES, T. S.; SILVA, V. S. M. Determinação do volume, do fator de forma e da porcentagem de casca de árvores individuais em uma Floresta Ombrófila Aberta na região noroeste de Mato Grosso. **Acta Amazônica**, Manaus, 39(1), p.97-104 2009.

COOK, J., STEFANSKI, L. A. A simulation extrapolation method for parametric measurement error models. **Journal of the American Statistical Association**, 89, 1314-1328. 1995

COSTA, F. A. Pereira da. “Anais Pernambucanos”, 2ª. edição, Fundarpe, Recife, 1983, vol. 1, pág. 187.

CORREIA, J.; FANTINI, A.; PIAZZA, G. Equações Volumétricas e Fator de Forma e de Casca para Florestas Secundárias do Litoral de Santa Catarina. **Floresta e Ambiente**. (24). 2017.

DA SILVA, J.A.A., NETO, F.D.P., 1979. **Princípios básicos de dendrometria**. UFRPE. 191p, 1979.

FULLER, Wayne A. Wiley series in probability and Mathematical statistics. **Measurement error models**. New York: J. Wiley, 440p, 1987.

FUMES G., CORRENTE, J. E. Modelos inflacionados de zeros: aplicações na análise de um questionário de frequência alimentar. **Revista Brasileira de Biometria**. p 24-38. 2010

GADELHA, F. H. L. Rendimento volumétrico e energético de clones de híbridos de *Eucalyptus urophylla* (Cruzamento Natural) e *Eucalyptus brassiana* (Cruzamento Natural) na chapada do Araripe-PE. **Dissertação** — Universidade Federal Rural de Pernambuco. 65p. 2010.

GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Influência do número de árvores na determinação de equação volumétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia Forestalis**. 50: 37-42. 1996.

IBÁ. **A indústria brasileira de árvores**. São Paulo. 80p. 2016

KELLY, J. F.; BELTZ, R. C. A comparison of tree volume estimation models for forest inventory. Department of Agriculture, Forest Service. **Southern Forest Experiment Station**. 9 p. 1987

LEITE, D. R.; MIGUEL, E. P.; SANTOS, G. A. dos; ENCINAS, J. M. I.; REZENDE, A. V.; Análise comparativa entre dois procedimentos para estimativa da variável volume em um povoamento de *Eucalyptus urophylla*, no município de Mineiros-GO. **Enciclopédia Biosfera**, Centro Científico Conhecer – Goiânia, v7, (13), p.1684-1700 2011.

LIMA FILHO, L. M. A.; SILVA, J. A. A.; CORDEIRO, G. M.; FERREIRA, R. L. C. Modelagem de crescimento de clones de *Eucalyptus* usando o modelo de Chapman-Richards com diferentes distribuições simétricas dos erros. **Ciência Florestal** 22(4): 777-785. 2012.

LIMA, R. R. D. Modelos de sobrevivência com fração de cura e erro de medida nas covariáveis. **Dissertação** - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2008.

LUNDGREN, W. J. C. Uso da geoestatística na estimativa volumétrica de clones de *Eucalyptus* spp. no Pólo gesso do Araripe. 165 p. **Tese** (Ciências Florestais)—Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Ciências Florestais, 2011.

MARTINS, F. B.; SOARES, C. P. B.; SILVA, G. F. Individual tree growth models for eucalyptus in northern Brazil. **Scientia Agrícola**. 71 (3):212-225. 2014.

MIGUEL, E. P., DE OLIVEIRA, C. S., MARTINS, T. O., MATIAS, R. A. M., REZENDE, A. V., ANGELO, H.; MARTINS, I. S. Growth and yield models by total stand (MPT) in *Eucalyptus urophylla* (st Blake) plantations. **Australian Journal of Basic and Applied Sciences**, 10(13), p.79-85. 2016.

MIRANDA, D. L. C., JUNIOR, V. B.; GOUVEIA, D. M. Fator de forma e equações de volume para estimativa volumétrica de árvores em plantio de *Eucalyptus urograndis*. **Scientia Plena**, 11(3). 2015.

MOREIRA, J. N. et al.. Caracterização da vegetação de caatinga e da dieta de novilhos no Sertão de Pernambuco. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 41, n. 11, p. 1643–1651, 2006.

MÜLLER, M. D.; SALLES, T. T.; PACIULLO, D. S. C.; BRIGHENTI, A. M.; CASTRO, C. R. T. Equações de altura, volume e afilamento para eucalipto e acácia estabelecidos em sistema silvipastoril. **Floresta** 44 (3): 473-484. 2014.

OLIVEIRA, A. S.; RIBEIRO, A.; SILVA, C. R. A.; XAVIER, A.; FREITAS, A. F. Modeling the growth of eucalyptus plants based on the thermal sum. **Revista Árvore**. 41(2):e410212. 2017.

PINHEIRO, E. A. R.; COSTA, C. A. G.; ARAUJO, J. C. Effective root depth of the caatinga biome. **Journal of Arid Environments**, v. 89. p 1–4. 2013.

RANJAN, C., PAYNABAR, K., REUTER, M., JAFARI-KHOUSANI, K.; ADNI. Longitudinal MRI Data Analysis in Presence of Measurement Error but Absence of Replicates. **IISE Transactions on Healthcare Systems Engineering** (2018).

RODRIGUES, A. S. Regressão logística com erro de medida: comparação de métodos de estimação. **Tese** - Universidade de São Paulo. 2013

ROCHA, M. B.; BARRETO-GARCIA, P. A. B.; PRADO, W. B.; PAULA, A.; CONCEIÇÃO JÚNIOR, V. Volumetria de Genipa americana em plantio homogêneo no Sudoeste da Bahia. **Brazilian Journal of Forestry Research** 35 (84): p.420-428. 2015.

RODY, Y. P.; RIBEIRO, A.; OLIVEIRA, A. S.; LEITE, F. P. Modeling and simulation of relief influence on eucalyptus forests: interaction between solar irradiance and productivity. **Revista Árvore**. 40 (2): 319-327. 2016.

ROMEIRO, A. R. Desenvolvimento sustentável: uma perspectiva econômico-ecológica. **Estudos Avançados**, 26(74): 65-92. 2012.

SEBER, G.A.F.; WILD, C. J. Wiley series in probability and mathematical statistics. **Non linear regression**. New York ;Chichester: John Wiley, 768p. 1989.

SILVA, J. A. A. Potencialidades de florestas energéticas de *Eucalyptus* no Pólo Gesseiro do Araripe-Pernambucano. **Anais da Academia Pernambucana de Ciência Agrônômica**, Recife, Vol. 5 e 6, p. 301-319, 2008.

SILVA, J. A. A., NETO, F. P. **Princípios básicos de dendrometria**. Universidade Federal Rural de Pernambuco. 191p. 1979.

SILVA, M. L. M.; BINOTI, D. H. B.; GLERIANI, J. M.; LEITE, H. G. Ajuste do modelo de Schumacher e Hall e aplicação de redes neurais artificiais para estimar volume de árvores de eucalipto. **Revista Árvore**. 33 (6): p. 1133-1139. 2009.

SINDUSGESSO. **Compra de gesso deve ser orientada pela ABNT 13207 e pela Diretriz 08 do Sinat**. 2015. Disponível em: <http://www.sindusgesso.org.br/compra-de-gesso-deve-ser-orientada-pela-abnt-13207-e-pela-diretriz-08-do-sinat/>

THOMAS, C., MARTINS, C., SCHNEIDER, P.; GUIMARÃES, C. Comparação de equações volumétricas ajustadas com dados de cubagem e análise de tronco. **Ciência Florestal**. 16 (3): 319-327, 2006.

THOMAS, L.E., STEFANSKI, L.A., DAVIDIAN, M., Moment adjusted imputation for measurement error models. **Biometrics**. 67, p. 1461–1470.2011.

VALENÇA, D. M.; BOLFARINE, H. Estimacão em modelos de tempo de falha acelerado com erro de medida. **Anais da XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**. São João Del Rei-MG. p. 797-807. 2014

WIKIPEDIA. The freeencyclopedia. **Hans Carl von Carlowitz**. Disponível em:
https://en.wikipedia.org/wiki/Hans_Carl_von_Carlowitz. Acesso em 03/10/2017

ZAVALA, A. A. Z., Análise comparativa dos algoritmos EM e SIMEX nos modelos lineares mistos aplicados a análise de regressão com erros nas variáveis. **Tese** – Universidade de São Paulo, 118p, 2001.