

FERNANDO HENRIQUE ANTUNES DE ARAUJO

**ANÁLISE MULTIFRACTAL DO CONTORNO DE OTÓLITOS COMO
INDICADOR DO METABOLISMO DE PEIXES**

RECIFE – FEVEREIRO/2018.



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

**ANÁLISE MULTIFRACTAL DO CONTORNO DE OTÓLITOS COMO
INDICADOR DO METABOLISMO DE PEIXES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Mestre em Biometria e Estatística Aplicada.

Área de Concentração: Estatística aplicada e experimental.

Orientador: Prof. Dr. Paulo José Duarte Neto

RECIFE – FEVEREIRO/2018.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

A663a Araujo, Fernando Henrique Antunes de
Análise multifractal do contorno de otólitos como indicador do
metabolismo de peixes / Fernando Henrique Antunes de Araujo. –
2018.
64 f. : il.

Orientador: Paulo José Duarte Neto.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural de
Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Biometria e
Estatística Aplicada, Recife, BR-PE, 2018.
Inclui referências e apêndice(s).

1. Otolito 2. MF-DFA 3. Multifractal I. Duarte Neto, Paulo José,
orient. II. Título

CDD 574.018

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

**ANÁLISE MULTIFRACTAL DO CONTORNO DE OTÓLITOS COMO INDICADOR
DO METABOLISMO DE PEIXES**

FERNANDO HENRIQUE ANTUNES DE ARAUJO

Dissertação julgada adequada para
obtenção do título de Mestre em Biometria
e Estatística Aplicada, defendida e
aprovada por unanimidade em 21/02/2018
pela Banca Examinadora.

Orientador:

Prof. Dr. Paulo José Duarte Neto
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca Examinadora:

Prof^a. Dr^a. Tatijana Stosic
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Prof^a. Dr^a. Beatrice Padovani Ferreira
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Francisco Marcante Santana
Universidade Federal Rural de Pernambuco



***À DOCE E HUMILDE
SEMPRE VIRGEM
MARIA***

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus.

Agradeço a minha família e a todos os meus amigos, de modo particular: André, Carlão, Diego, Ewerton, Fábio, Jonas, Pedro, Rafael e Rosendo.

Agradeço ao professor Paulo Duarte e a todos os demais professores que fazem parte deste programa de pós-graduação.

Agradeço ao Carmelo da Imaculada Conceição e as minhas queridas madrinhas: Mariana, Teresinha e Clara.

*“Lembre-se de que você tem no Céu
não somente um Pai, mas também
uma doce Mãe.”*

São Pe. Pio

RESUMO

Os otólitos possuem a propriedade de armazenar informações ecológicas e biológicas relacionadas as espécies ao longo de sua vida, funcionando como uma espécie de “caixa preta” dos peixes, com isso, nos últimos tempos, tem atraído cada vez mais a atenção dos pesquisadores, dado o rico manancial de informações dessa estrutura. Além do crescimento biológico natural, os otólitos também sofrem alterações em sua forma causadas pela interação dessa estrutura com o habitat. Nesse sentido, espera-se que a complexidade da forma do otólito, em um determinado instante de tempo, possa nos revelar características diversas relacionadas ao metabolismo do peixe, em específico, características metabólicas intrínsecas ao instante da captura. Nesse trabalho, foi realizado um estudo das flutuações do contorno dos otólitos de cinco espécies distintas, a saber: *Mugil curema*, *Haemulon plumierii*, *Hyporhamphus unifasciatus*, *Ocyurus chrysurus* e *Epinephelus marginatus*, utilizando a técnica “Traveling Observer” Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA) aplicada a série angular composta das distâncias do centro de massa desta estrutura aos pixels que compõem o seu contorno. Com base nessa análise, foram observadas correlações do parâmetro de complexidade multifractal α_0 com características biológicas das espécies estudadas, em particular, a evidenciação do comprimento de primeira maturação sexual (L_{50}) e correlações aproximadas desse parâmetro com parâmetros de crescimento da função de von Bertalanffy, isso apenas com uma defasagem de escala.

Palavras-chave: Otólito, Multifractal, MF-DFA.

ABSTRACT

The otoliths have the property of storing ecological and biological information related to the life history of fish species. Frequently called "black box" of fishes, their richness of information has attracted more and more attention from researchers. Besides the natural biological growth, otoliths also undergo changes in their shape caused by the environment and the habit of fishes. In this sense, it is expected that the complexity of the otolith shape, at a given instant of time, may reveal to us diverse characteristics related to fish metabolism, in particular, characteristics intrinsic to the time of capture. In this work, a study of the otolith contour fluctuations of five distinct species, namely: *Mugil curema*, *Haemulon plumierii*, *Hyporhamphus unifasciatus*, *Ocyurus chrysurus* and *Epinephelus marginatus*, was performed using the "Traveling Observer" Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA) applied to an angular series composed of the distances of the center of mass of this structure to each point that compose its contour. Based on this analysis, correlations of the multifractal complexity parameter α_0 with biological characteristics of the studied species were observed, in particular, the evidence of length of first sexual maturation (L_{50}), migration and approximate correlations of this parameter with the von Bertalanffy growth parameters.

Keywords: Otolith, Multifractal, MF-DFA.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 – Exemplos de otólitos esquerdos e direitos da espécie *Mugil curema*. (A) *sagittae*, (B) *asterisci* e (C) *lapilli*..... 15
- Figura 2 – Em (A), imagem de um otólito da espécie *Haemulon plumieri*. Em (B), representação de seu contorno que serve para definir a série periódica das flutuações do contorno (C). Em (D), exemplos de contornos de otólitos da espécie em diferentes classes de idade.....21
- Figura 3 - Representação esquemática de uma possível configuração de pontos visualizados em algum ângulo. O ponto 1 possui maior probabilidade, o ponto 2 tem probabilidade moderada e o ponto 3 tem baixa probabilidade de agregação.22
- Figura 4 - Representação esquemática dos parâmetros multifractais extraídos do espectro de singularidade.24
- Figura 5 – Indivíduos, em cada espécie, na faixa de comprimento de primeira maturação sexual.25
- Figura 6 – Curva de crescimento de Von Bertalanffy. Imagem construída com base em Sparre e Venema (1997).30
- Figura 7 – Em (a), peixe da espécie *Mugil curema*. Em (b), exemplo de otólito de um indivíduo da amostra estudada.31
- Figura 8 – $\Psi_1(a_1, b_1)$ é o ponto máximo do conjunto de pontos $\{\lambda_t\}$, com $a_1 = 24,2 \text{ cm}$32
- Figura 9 – Primeira derivada $\{\lambda'_t\}$ do ajuste $\{\lambda_t\}$. $\Psi_2(a_2, b_2)$ é o ponto máximo desse conjunto, com $a_2 = 9,3 \text{ cm}$. $\Psi_3(a_1, 0)$ é o ponto onde a derivada é igual a zero ($a_1 = 24,2 \text{ cm}$), logo a abscissa desse ponto é igual a abscissa do ponto Ψ_133
- Figura 10 – Razões em Von Bertalanffy definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Razões em $\{\lambda'_t\}$ definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste34
- Figura 11 – Da curva de von Bertalanffy: $L(t) = 34,4(1 - e^{-0,365(t-0,311)})$ (SANTANA, et. al., 2009), obtêm-se a função $L'(t) = -0,365L(t) + 12,556$, que, pela equação (3.5.4), obtemos $k = 0,365$ e $L_\infty = 34,4$. A série vermelha apresenta um conjunto de

- pontos que estão definidos pelo par ordenado $(L(t), \Phi(\alpha'_0))$, com $\Phi(\alpha'_0)$ obtido pela equação (4.1.2) com $\gamma = 4$. O ponto β possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_236
- Figura 12 – Em (a), peixe da espécie *Haemulon Plumierii*. Em (b), exemplo de otólito de um indivíduo da amostra estudada.36
- Figura 13 - $\Psi_1(a_1, b_1)$ é o ponto máximo do conjunto de pontos $\{\lambda_{bf}\}$, com $a_1 = 18,6 \text{ cm}$. $\Psi_2(a_2, b_2)$ é o ponto máximo do conjunto de pontos $\{\lambda_{bm}\}$, com $a_2 = 19,6 \text{ cm}$ 37
- Figura 14 – Taxas de crescimento instantâneo do parâmetro α_0 para ambos os sexos. Ψ_3 e Ψ_4 são pontos onde a derivada é zero, logo são pontos críticos que servem para determinar as abscissas de Ψ_1 e Ψ_2 , respectivamente38
- Figura 15 - $\Psi_5(a_5, b_5)$ é o ponto máximo do conjunto de pontos $\{\lambda_b\}$, com $a_5 = 19,2 \text{ cm}$38
- Figura 16 – Primeira derivada $\{\lambda'_b\}$ do ajuste $\{\lambda_b\}$. $\Psi_6(a_5, 0)$ é o ponto onde a derivada é igual a zero ($a_5 = 19,2 \text{ cm}$), logo a abscissa desse ponto é igual a abscissa do ponto Ψ_5 . Ψ_7 e Ψ_8 são valores locais de mínimo e máximo, respectivamente.39
- Figura 17 – Razões em von Bertalanffy definidas pelo par ordenado $(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)})$. Razões em $\{\lambda'_b\}$ definidas pelo par ordenado $(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|})$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste.40
- Figura 18 – Da curva de von Bertalanffy para sexos agrupados: $L(t) = 31,22[1 - e^{-0,48(t+0,32)}]$ (ARAÚJO e MARTINS, 2007), obtêm-se a função $L'(t) = -0,48L(t) + 14,976$, que, pela equação (3.5.4), obtemos $k = 0,48$ e $L_\infty = 31,2$. A série vermelha apresenta um conjunto de pontos que estão definidos pelo par ordenado $(L(t), \Phi(\alpha'_0))$, com $\Phi(\alpha'_0)$ obtido pela equação (4.1.2) com $\gamma = 1,5$. O ponto β possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_741
- Figura 19 – Em (a), peixe da espécie *Hyporhamphus unifasciatus*. Em (b), exemplo de otólito de um indivíduo da amostra estudada.42
- Figura 20 – $\Psi_1(a_1, b_1)$ é o ponto mínimo do conjunto de pontos $\{\lambda_h\}$, com $a_1 = 19 \text{ cm}$. $\Psi_2(a_2, b_2)$ é o máximo do conjunto de pontos $\{\lambda_h\}$, com $a_2 = 28,2 \text{ cm}$42
- Figura 21 – Primeira derivada $\{\lambda'_h\}$ do ajuste $\{\lambda_h\}$. $\Psi_4(a_1, 0)$ e $\Psi_6(a_2, 0)$ são pontos onde a derivada é igual a zero, com $a_1 = 19 \text{ cm}$ e $a_2 = 28,2 \text{ cm}$, que são os mesmos valores das abscissas dos pontos Ψ_1 e Ψ_2 , respectivamente.43

- Figura 22 – Razões em von Bertalanffy definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Razões em $\{\lambda'_h\}$ definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste.....44
- Figura 23 – Da curva de von Bertalanffy: $L(t) = 30,4[1 - e^{-1,46(t-0,046)}]$ (LESSA et. al., 2004) obtêm-se a função $L'(t) = -1,46L(t) + 44,384$, que, pela equação (3.5.4), obtemos $k = 1,46$ e $L_\infty = 30,4$. A série vermelha apresenta um conjunto de pontos que estão definidos pelo par ordenado $(L(t), \Phi(\alpha'_0))$, com $\Phi(\alpha'_0)$ obtido pela equação (4.3.2) com $\gamma = 1,5$. O ponto β possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_545
- Figura 24 – Em (a), peixe da espécie *Ocyurus chrysurus*. Em (b), exemplo de otólito de um indivíduo da amostra estudada.46
- Figura 25 – $\Psi_1(a_1, b_1)$ e $\Psi_2(a_2, b_2)$ são pontos de mínimo e máximo locais do conjunto de pontos $\{\lambda_c\}$, respectivamente, com $a_1 = 33,16$ cm e $a_2 = 40,9$ cm.....47
- Figura 26 – Primeira derivada $\{\lambda'_c\}$ do ajuste $\{\lambda_c\}$. $\Psi_5(a_1, 0)$ e $\Psi_7(a_2, 0)$ são pontos onde a derivada é igual a zero, logo as abscissas desses pontos têm valores iguais as abscissas dos pontos Ψ_1 e Ψ_2 , respectivamente.....48
- Figura 27 – Razões em von Bertalanffy definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Razões em $\{\lambda'_c\}$ definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste.....48
- Figura 28 – Da curva de von Bertalanffy: $L(t) = 54,67[1 - e^{-0,32(t+1,31)}]$ (CALADO NETO et. al., 1998) obtêm-se a função $L'(t) = -0,32L(t) + 17,494$, que, pela equação (3.5.4), obtemos $k = 0,32$ e $L_\infty = 54,67$. A série vermelha apresenta um conjunto de pontos que estão definidos pelo par ordenado $(L(t), \Phi(\alpha'_0))$, com $\Phi(\alpha'_0)$ obtido pela equação (4.3.2) com $\gamma = 2$. O ponto β possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_6 50
- Figura 29 – Em (a), peixe da espécie *Epinephelus marginatus*. Em (b), exemplo de otólito de um indivíduo da amostra estudada.....51
- Figura 30 – $\Psi_1(a_1, b_1)$, $\Psi_2(a_2, b_2)$ e $\Psi_3(a_3, b_3)$ são máximos e mínimos locais do conjunto de pontos $\{\lambda_g\}$, com $a_1 = 32,5$ cm, $a_2 = 49,7$ cm e $a_3 = 78,9$ cm.....51
- Figura 31 – Primeira derivada $\{\lambda'_g\}$ do ajuste $\{\lambda_g\}$. $\Psi_4(a_1, 0)$, $\Psi_6(a_2, 0)$ e $\Psi_{10}(a_3, 0)$ são pontos onde a derivada é igual a zero, logo as abscissas desses pontos são iguais as abscissas dos pontos Ψ_1 , Ψ_2 e Ψ_352

Figura 32 – Razões em Von Bertalanffy definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$.

Razões em $\{\lambda'_g\}$ definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i =$

$1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste.....53

Figura 33 – Da curva de von Bertalanffy: $L(t) = 124,9[1 - e^{-0,069(t+1,49)}]$ (CONDINI et.

al., 2014), obtêm-se a função $L'(t) = -0,069L(t) + 8,6181$, que, pela equação (3.5.4),

obtemos $L_\infty = 124,9 \text{ cm}$ e $k = 0,069$. A série vermelha apresenta um conjunto de

pontos que estão definidos pelo par ordenado $(L(t), \Phi(\alpha'_0))$, com $\Phi(\alpha'_0)$ obtido pela

equação (4.5.2) com $\gamma = 1,1$. O ponto β possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_9 ..54

SUMÁRIO

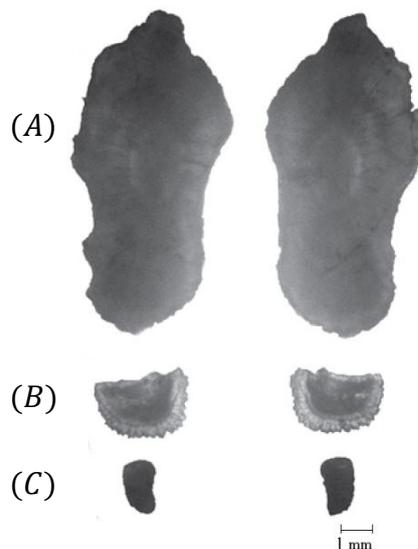
1	INTRODUÇÃO.....	15
2	OBJETIVOS.....	19
2.1	Objetivo Geral.....	19
2.2	Objetivos Específicos	19
3	PROCEDIMENTO PARA ANÁLISE DAS FLUTUAÇÕES DO CONTORNO DE OTÓLITOS EM PEIXES TELEÓSTEOS	20
3.1	Dados	20
3.2	O contorno do otólito como série temporal.....	20
3.3	Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA).....	22
3.4	Método de Diferenciação de Dados Experimentais.....	26
3.4.1	Regularização de Tikhonov.....	28
3.5	A equação de crescimento de Von Bertalanffy.....	29
4	APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO EM AMOSTRAS DE PEIXES TELEÓSTEOS E ANÁLISE DE RESULTADOS.....	31
4.1	<i>Mugil curema</i> (Valenciennes, 1836).....	31
4.2	<i>Haemulon plumierii</i> (Lacepède, 1801).....	36
4.3	<i>Hyporhamphus unifasciatus</i> (Ranzani, 1841).....	41
4.4	<i>Ocyurus chrysurus</i> (Bloch, 1791).....	46
4.5	<i>Epinephelus marginatus</i> (Lowe, 1834).....	50
5	CONCLUSÃO.....	55
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
	APÊNDICE A – Tabelas de frequências.....	61

1 INTRODUÇÃO

Otólitos são estruturas calcificadas encontradas aos pares, um de cada lado do crânio, no ouvido interno dos teleósteos e são responsáveis pelo equilíbrio e audição dos peixes (CAMPANA, 1999). O ouvido interno dos peixes são estruturas complexas, cheias de canais e dutos que abrem em câmaras onde estão localizados tecidos sensoriais e otólitos (POPPER; HÖXTER, 1981). O otólito funciona como receptor mecânico estimulando o tecido sensorial, capazes de detectar sons e acelerações (POPPER; HÖXTER, 1981). São dotados também da salutar propriedade de armazenar informações ecológicas e biológicas dos teleósteos, funcionando assim como uma espécie de “caixa preta” do peixe (LECOMTE-FINIGER, 1999), com isso, essas estruturas passaram a exercer papel importante nos estudos de natureza diversa, tais como, característica de crescimento diário, sazonal ou anual, idade, além disso, tornou-se indispensável no estudo, manejo e estrutura de estoques (GREEN et al., 2009).

Os peixes teleósteos possuem três pares de otólitos (Figura 1), *sagitta* (*sagittae*), *asteriscus* (*asterisci*) e *lapillus* (*lapilli*). O par de *lapillus* são os primeiros otólitos a se formarem e o par de *sagitta*, normalmente os de maior tamanho, são mais frequentemente utilizados para determinar a idade do peixe (PANFILI et al., 2002).

Figura 1 – Exemplos de otólitos esquerdos e direitos da espécie *Mugil curema*. (A) *sagittae*, (B) *asterisci* e (C) *lapilli*



Fonte: Espino-Barr et. al. (2013)

A taxa de crescimento anual dos peixes é relativa a dois períodos anuais, um período de crescimento rápido no verão, seguido de um período de lento crescimento no inverno, isso pode ser observado através da proporção relativa de aragonite depositada no otólito, carbonato de cálcio do qual essa estrutura é composta (PANFILI et. al., 2002). Essas alterações químicas sofridas pelos otólitos ao longo da vida do peixe acarretam diferenças internas e externas significativas nos otólitos, que são causadas devido ao ritmo de mudanças de agregação de cálcio, causadas principalmente por eventos periódicos naturais, como variação de temperatura, migração, desova, entre outros, que estão correlacionados com os eventos históricos e com a idade do peixe (CAMPANA, 1999).

Os otólitos não apresentam formas regulares e lisas que são facilmente descritas pela geometria euclidiana, pelo contrário, apresentam padrões muito mais complexos, superfícies e contornos não suaves, irregulares e com aparência áspera. Estas características são importantes, porque as variações no limite de uma estrutura natural durante o crescimento são respostas as condições externas de interação com o meio ambiente e com os mecanismos internos do processo de crescimento, apesar da forma padrão geral não ser alterada (DUARTE-NETO et. al., 2014), portanto o contorno dos otólitos pode representar um rico manancial de informações biológicas dos peixes, visto que esta superfície, assim como toda a estrutura da mesma, possui crescimento constantemente regulado pelo meio ambiente e sofrendo por ele periódicas alterações em sua forma, logo pode nos revelar resultados importantes a este respeito (PANELLA, 1971). Em função desses fatores, os peixes e outros organismos alteram a taxa de metabolismo para assimilar e utilizar energia para manutenção, crescimento, desenvolvimento e reprodução ao longo de seus ciclos de vida, todos os quais refletem no crescimento e complexidade dos otólitos (FABLET et. al., 2011).

Temos como foco o estudo da microestrutura do otólito *sagitta*. Esse estudo consiste em mapear o contorno desses otólitos como uma “série temporal” composta por distâncias do centro de massa dessa estrutura para sua extremidade em um intervalo angular $[-\pi, \pi)$, percorrendo todos os pixels do contorno a uma velocidade angular constante. Às flutuações registradas por essas distâncias do centro a extremidade, que percorrem todo o perímetro do otólito, é implementado o método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA) para quantificar as propriedades multifractais desta série, técnica que vem sendo aplicada com sucesso nos últimos

anos na complexa organização temporal e espacial de fenômenos diversos, por exemplo, na dinâmica do batimento cardíaco (IVANOV, 1999), vasos da retina (STOSIC, 2006), mercados financeiros (STOSIC, 2015), entre outras.

Duarte Neto et. al. (2014) mostrou que essa técnica pode servir como uma espécie de “chave” capaz de descriptografar dados biológicos incutidos no otólito e que estão relacionados ao metabolismo dos peixes. Foi observado padrões notáveis que apontam para o L_{50} de espécies como *Mugil curema* e *Merluccius merluccius*, além de evidenciar o poder da análise multifractal na percepção de padrões específicos que podem ser capturados com mais detalhes por diferentes parâmetros de escala – uma espécie de filtro de pequenas e grandes flutuações associadas a complexidade do contorno e que podem ser detalhadas pela análise multifractal –, o que seria difícil de descrever com análises globais e expoente de escala geral (PIERA, 2005; DUARTE-NETO, 2008), deixando, com isso, um campo vasto de pesquisas na busca de novas abordagens para obtenção de outras “chaves”, capazes de evidenciar as mais variadas características do metabolismo dessas espécies, tais como, correlações com parâmetros de crescimento, períodos de migração, dinâmicas de crescimento distintas associadas a diferentes períodos da vida do peixe, entre outras características metabólicas diversas.

No presente estudo, os resultados obtidos por Duarte-Neto et. al. (2014), foram observados também para outras espécies de peixes, são elas: *Haemulon plumierii*, *Hyporhamphus unifasciatus*, *Ocyurus chrysurus* e *Epinephelus marginatus*, confirmando a eficácia dessa técnica na detecção de padrões específicos associados ao metabolismo dos peixes. Além disso, correlações entre o parâmetro multifractal α_0 com parâmetros de crescimento da curva de von Bertalanffy foram observados para estas espécies, incluída a espécie *Mugil curema* – mesma amostra utilizada por Duarte-Neto et. al. (2014) – corroborando para a tese de que a complexidade da microestrutura do contorno dos otólitos está intrinsecamente conectada ao metabolismo dos peixes e que pode ser quantificada através de parâmetros multifractais descritores de sua forma.

Esta dissertação está organizada em seis capítulos – incluído este capítulo de introdução. No capítulo 2 encontram-se os objetivos desta pesquisa; no capítulo 3 o procedimento para a obtenção das flutuações do contorno dos otólitos dos peixes; no capítulo 4 a aplicação deste procedimento às espécies de peixes estudadas, analisando as correlações desses resultados com o metabolismo das espécies; no

capítulo 5 as conclusões obtidas nesta pesquisa e, no capítulo 6, as referências bibliográficas utilizadas.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

1. Identificar correlações entre flutuações do contorno de otólitos com o metabolismo de peixes.

2.2 Objetivos Específicos

1. Verificar se o comprimento de primeira maturação sexual é notável para outras espécies de peixes – além das utilizadas por Duarte-Neto (2014) –, através da análise das flutuações do contorno dos otólitos;
2. Investigar correlações entre parâmetros multifractais derivados das flutuações do contorno de otólitos com parâmetros de crescimento de peixes da curva de von Bertalanffy (1938).

3 PROCEDIMENTO PARA ANÁLISE DAS FLUTUAÇÕES DO CONTORNO DE OTÓLITOS EM PEIXES TELEÓSTEOS

3.1 Dados

Foram utilizadas amostras de peixes das espécies *Mugil curema*, *Haemulon plumierii*, *Hyporhamphus unifasciatus*, *Ocyurus chrysurus* e *Epinephelus marginatus*, com 68, 141, 63, 55 e 77 indivíduos, respectivamente. As amostras de *Mugil curema*, *Haemulon plumierii* e *Hyporhamphus unifasciatus* utilizadas nessa pesquisa foram capturadas no litoral de Pernambuco (Brasil), obtidas a partir do laboratório DIMAR (DEPAq/UFRPE), coordenado pela professora Rosângela Paula Lessa. A amostra de *Ocyurus chrysurus* foi capturada nos estados brasileiros de Pernambuco, Bahia e Ceará, obtidas a partir do laboratório LECOR do departamento de Oceanografia da Universidade Federal de Pernambuco, coordenado pela professora Beatrice Padovani Ferreira. Os indivíduos da espécie *Epinephelus marginatus* foram capturados nos seguintes estados brasileiros: Espírito Santo, Rio de Janeiro, Santa Catarina, São Paulo e Rio Grande do Sul, obtidos através dos pesquisadores Mario Vinicius Condini e Alexandre Miranda Garcia, com pesquisa vinculada ao Laboratório de Ictiologia, Departamento de Biologia, Universidade Estadual de Feira de Santana e Laboratório de Ictiologia, Instituto de Oceanografia, Universidade Federal de Rio Grande, respectivamente.

3.2 O contorno do otólito como série temporal

Inicialmente sobrepomos a imagem do contorno do otólito sobre um plano cartesiano, de tal maneira que o centro de massa do contorno seja o centro dos eixos coordenados, ou seja, o centro de massa é o ponto $O(0,0)$ (Figura 2 – B). Seja C o contorno do otólito, então a sequência de dados é construída utilizando os valores do raio r do contorno no ângulo φ . A mensuração dessas medidas de raios são

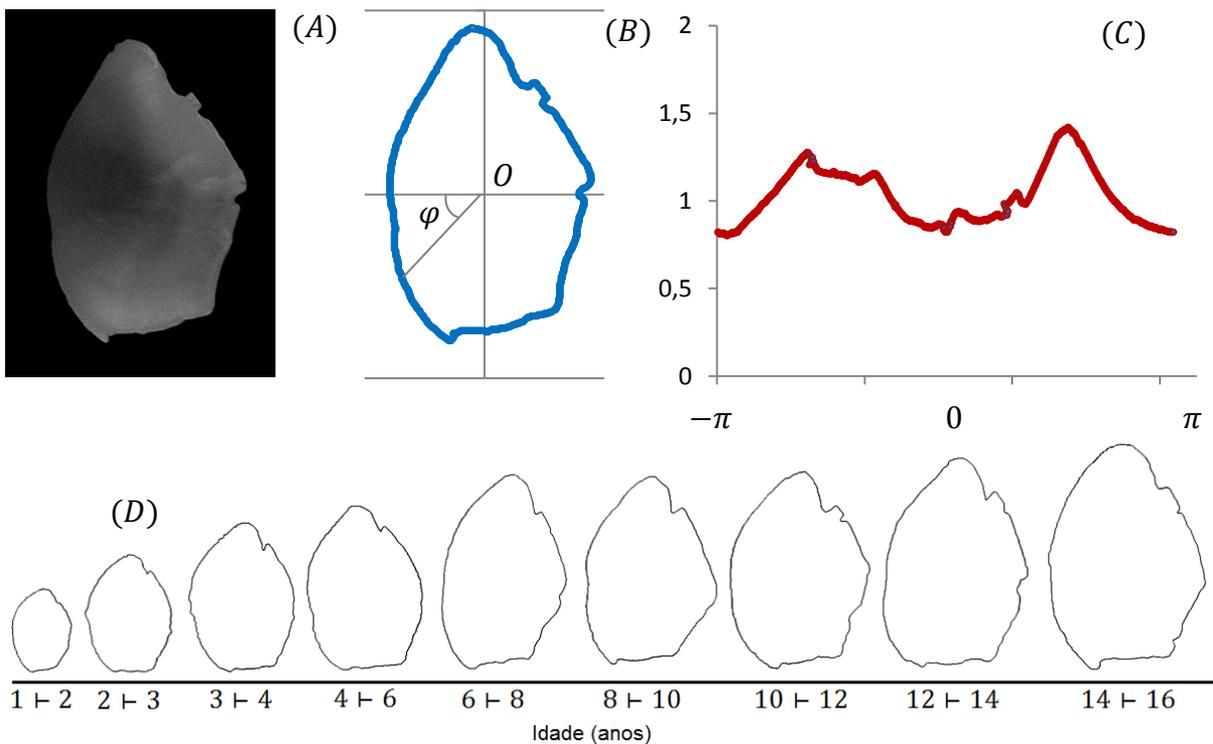
calculadas através das distâncias do centro $O(0,0)$ ao ponto $(x_{(i,\varphi)}, y_{(i,\varphi)})$, com $x_{(i,\varphi)}, y_{(i,\varphi)} \in C$, $i = 1, 2, \dots, k$ e $-\pi \leq \varphi \leq \pi$.

A sequência de dados normalizada r_c dos raios do contorno da estrutura no ponto i é definida como

$$r_c(\varphi) = \frac{\sqrt{x_{(i,\varphi)}^2 + y_{(i,\varphi)}^2}}{r_m} \quad (3.2.1)$$

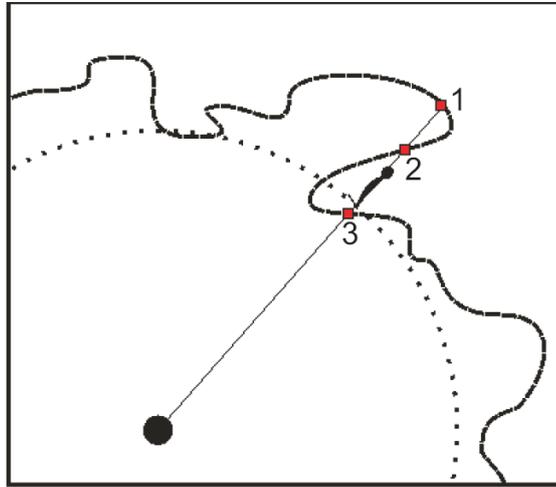
em que r_m é a média dos k raios observados na estrutura, $r_m = k^{-1} \sum_{i=0}^{k-1} r_i$ (LESTREL, 1997). Portanto $r_c \in [0,1]$ se o ponto do contorno observado se encontra dentro do círculo, do mesmo modo, temos que $r_c > 1$ se o ponto do contorno observado se encontra fora do círculo.

Figura 2 – Em (A), imagem de um otólito da espécie *Haemulon plumieri*. Em (B), representação de seu contorno que serve para definir a série periódica das flutuações do contorno (C). Em (D), exemplos de contornos de otólitos da espécie em diferentes classes de idade.



O contorno morfológico dos otólitos é complexo e pode apresentar vários valores para um único ângulo devido a saliências e cavidades, este efeito induz ruído para a série de dados. Ou seja, com o mesmo ângulo, a estrutura pode apresentar valores distintos de pontos com alta, moderada e baixa probabilidade de agregação (Figura 3), caracterizando a complexidade das estruturas analisadas.

Figura 3 - Representação esquemática de uma possível configuração de pontos visualizados em algum ângulo. O ponto 1 possui maior probabilidade, o ponto 2 tem probabilidade moderada e o ponto 3 tem baixa probabilidade de agregação.



Fonte: Duarte-Neto (2012).

3.3 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)

Realizado o procedimento descrito em (3.2) para segmentação das flutuações do contorno em uma série angular normalizada das distâncias do centro de massa aos pixels do contorno, é aplicada a análise multifractal que está exposta a seguir.

Introduzido por KANTELHARDT et al. (2002), o método MF-DFA analisa características multifractais em séries temporais não estacionárias. O MF-DFA toma como base o método *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA), que determina propriedades monofractais em séries temporais não estacionárias, proposto por PENG et al. (1994).

O método MF-DFA pode ser decomposto em cinco passos.

Tome z_k uma série periódica de comprimento N , correspondente ao número de pixels que formam o contorno do otólito, com r_c valores no intervalo $[-\pi, \pi]$.

(i) Inicialmente integramos a série original z_k para produzir

$$W(i) \equiv \sum_{j=1}^i (z_j - \bar{z}), i = 1, \dots, N \quad (3.3.1)$$

em que \bar{z} é a média.

(ii) A série integrada $W(i)$ é fragmentada em $N_\ell \equiv [N/\ell]$ segmentos não sobrepostos de igual comprimento ℓ .

(iii) Para todos os segmentos N_ℓ , através de ajuste de mínimos quadrados das séries, é calculada a tendência local. Com isso, calcula-se a variância sem tendência com a seguinte expressão:

$$F^2(\ell, v) = \frac{1}{\ell} \sum_{i=1}^{\ell} \{W[(v-1)\ell + i] - y_v(i)\}^2 \quad v = 1, \dots, N_\ell \quad (3.3.2)$$

em que, $y_v(i)$ é o ajuste polinomial no segmento v .

(iv) A função de flutuação de ordem q para um segmento de tamanho ℓ é dada por

$$F_q(\ell) = \left\{ \frac{1}{N_\ell} \sum_{v=1}^{N_\ell} [F^2(\ell, v)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (3.3.3)$$

onde q pode assumir qualquer valor real com exceção do zero.

(v) Através do gráfico da função de flutuação, em escala log-log, $F_q(\ell)$ versus ℓ , determina-se o comportamento de escala dessa função para cada valor de q . Estando presentes as correlações de longo alcance, então $F_q(\ell)$ aumenta com ℓ segundo uma lei de potência.

$$F_q(\ell) \sim \ell^{h(q)} \quad (3.3.4)$$

Segundo KANTELHARDT et al. (2002), séries monofractais apresentam $h(q)$ constante, ou seja, independente de q , enquanto que para séries multifractais, $h(q)$ é uma função decrescente de q .

As propriedades multifractais do contorno são também investigadas com base no cálculo de medidas multifractais, $f(\alpha)$ e $\tau(q)$, chamados de espectro de singularidade (ou espectro multifractal) e expoente de Rényi, respectivamente, obtidos através da transformada de Legendre

$$f[\alpha(q, \ell)] = q\alpha(q) - \tau(q), \quad (3.3.5)$$

onde

$$\alpha(q) = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (3.3.6)$$

O $h(q)$ obtido do MF-DFA está relacionado com o expoente de Rényi através da expressão

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (3.3.7)$$

O espectro de singularidade fornece uma descrição da medida multifractal em termos de conjuntos entrelaçados com força de singularidade α , em que $f(\alpha)$ é dimensão do subconjunto do contorno caracterizado por α . No caso de uma estrutura monofractal, a singularidade do espectro produz um único ponto, enquanto que para estruturas multifractais, a singularidade do espectro é dada por uma função côncava para baixo, cujo grau de multifractalidade é avaliado por $f(\alpha)$.

Um conjunto de parâmetros pode ser extraído a partir dos espectros multifractais (Figura 4) para caracterizar a complexidade do contorno, cada um com uma interpretação intuitivamente simples:

a) α_0 , posição do máximo de $f(\alpha)$, corresponde ao ponto em que $q \rightarrow 0$.

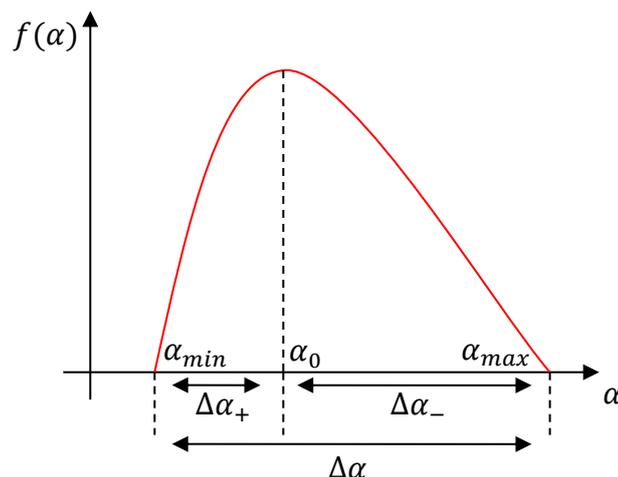
b) $\Delta\alpha$, largura do espectro, estimada pela amplitude de α , com $f(\alpha) > 0$, ou seja, $\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}$.

c) $\Delta\alpha_+$, contribuição da parte positiva de q na amplitude do espectro, calculado por $\Delta\alpha_+ = \alpha_0 - \alpha_{min}$.

d) $\Delta\alpha_-$, contribuição da parte negativa de q na amplitude do espectro, calculado por $\Delta\alpha_- = \alpha_{max} - \alpha_0$.

e) Podemos quantificar também o espectro quanto à simetria através da expressão $B = \Delta\alpha_- / \Delta\alpha_+$. Se $B = 1$, o espectro é simétrico, para $B > 1$, significa que o espectro é assimétrico à direita, do contrário, apresenta assimetria à esquerda.

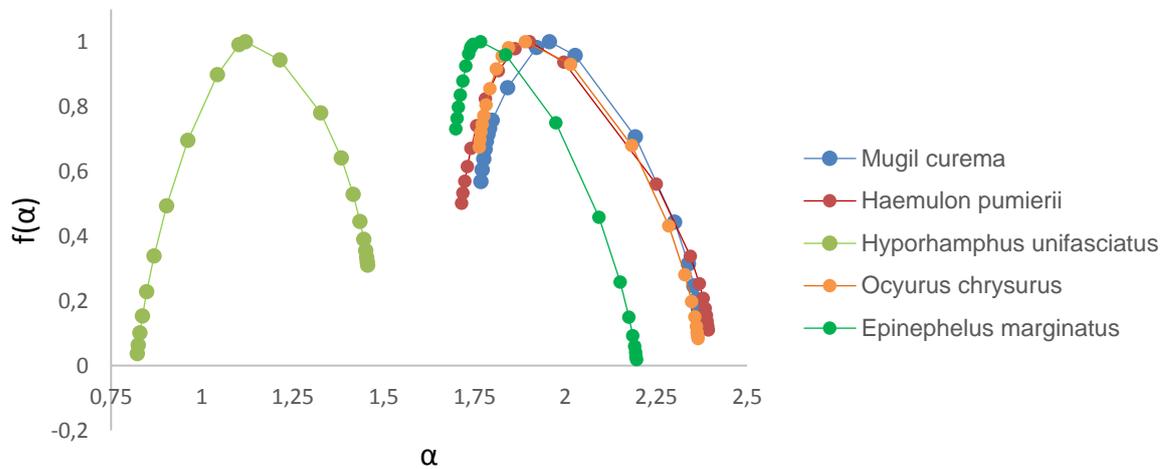
Figura 4 - Representação esquemática dos parâmetros multifractais extraídos do espectro de singularidade.



Estes cinco parâmetros servem para descrever a multifractalidade do sinal, e, por conseguinte, estimar a forma de contorno quanto a sua complexidade. Nesse sentido, de acordo com SHIMIZU et al. (2002), um contorno que apresenta valor grande de α_0 , maior comprimento do espectro multifractal $\Delta\alpha$, assimetria para a direita, $B > 1$, pode ser considerado um contorno com nível de complexidade mais elevado do que aqueles com características contrárias.

Abaixo, na figura 5, exemplos de espectros multifractais de indivíduos das cinco espécies estudadas.

Figura 5 – Indivíduos, em cada espécie, na faixa de comprimento de primeira maturação sexual.



Dois tipos diferentes de multifractalidade no contorno podem ser distinguidos: (a) Multifractalidade devido à função densidade de probabilidade para os valores da série temporal; (b) Multifractalidade devido às diferentes correlações de longo alcance de pequenas e grandes flutuações (KANTELDHARDT et al., 2002). Em (a), séries randomizadas não apresentam multifractalidade diferente, isto é, a multifractalidade não é afetada devido ao processo de randomização, enquanto que em (b), a randomização da série apresenta um comportamento aleatório simples, $h(q) = 0,5$, ou seja, o contorno perde a propriedade multifractal, pois são desfeitas todas as correlações de longo alcance no processo de randomizar. Se ambos os tipos de multifractalidade estão presentes numa determinada série, a série randomizada demonstra multifractalidade mais fraca do que o original.

Dentre esses parâmetros extraídos do espectro de singularidade, o parâmetro multifractal α_0 foi exclusivamente utilizado na investigação de correlações entre o metabolismo dos peixes e as flutuações do contorno de otólitos, corroborando,

confirmando e ampliando os resultados obtidos por Duarte-Neto (2014) para este parâmetro nas correlações em questão.

3.4 Método de Diferenciação de Dados Experimentais

De posse dos parâmetros calculados no item (3.3), obtemos, para cada amostra, um conjunto de pontos definidos pelo par ordenado (C_i, α_{0_i}) , sendo C_i o comprimento do peixe i e α_{0_i} o valor do parâmetro multifractal que descreve as flutuações do contorno do otólito deste mesmo indivíduo, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de indivíduos da amostra. Estes dados estão agrupados em classes de comprimento de amplitude 1 cm . O intuito desse agrupamento é a homogeneização da distribuição desses pontos ao longo do intervalo de comprimento da amostra, melhorando a visualização e equiparando os pesos das classes na obtenção dos ajustes realizados nos mesmos, afinal, na maior parte dos casos, temos um elevado número de indivíduos da amostra em um intervalo de comprimento comercial de captura, aliado a um quantitativo baixo de indivíduos fora desse intervalo.

Dentro de cada classe de comprimento, foi calculada a média entre os valores do parâmetro multifractal α_0 – parâmetro retirado do espectro de singularidade, gerado por cada série angular dos contornos e é o valor que maximiza $f(\alpha)$ (ver item 3.3, figura 4) – e o desvio padrão desses valores. Assim, para cada classe de comprimento, temos um valor médio de α_0 e o desvio padrão desses valores dentro da classe.

A esses dados, foram realizados ajustes com o Método de Diferenciação de Dados Experimentais. O método aqui abordado garante a propriedade de equilíbrio entre refer os recursos essenciais dos dados e manter a amplificação do ruído sob controle, estando baseado em Lubansk et. al. (2006). Através dos dados obtidos nestes ajustes, foram estudadas as correlações com o metabolismo dos peixes e com parâmetros da curva de crescimento de von Bertalanffy (1938), que está exposta no próximo item.

Este método de suavização trabalha com a técnica de regularização de Tikhonov, a qual possui um parâmetro de regularização que visa equilibrar a condição de suavização com a condição de controlar a amplificação do ruído nos dados. Outro

ponto importante é a escolha desse parâmetro de regularização, a qual é feita pela técnica de validação cruzada generalizada.

Consideremos um conjunto de dados experimentais $(x_1^M, y_1^M), (x_2^M, y_2^M), \dots, (x_i^M, y_i^M), \dots, (x_n^M, y_n^M)$ onde $x_i^M < x_j^M$ se $i < j$; y é a variável dependente, da qual queremos encontrar a derivada $dy(x)/dx$, n é o número de pontos no conjunto de dados e M indica que estas são quantidades de medidas experimentais.

Fazemos a expansão de Taylor com resto integral em $y(x)$ em torno de x_0 :

$$y^c(x) = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0) + \int_{\underline{x}=x_0}^x (x - \underline{x}) y''(\underline{x}) d\underline{x} \quad (3.4.1)$$

Usaremos a notação $y(x_0) = y_0$ e, por conveniência, a primeira e segunda derivada serão denotadas por $r(x) = dy(x)/dx$ e $f(x) = d^2y(x)/dx^2$. Então a equação (3.4.1) fica

$$y^c(x) = \int_{\underline{x}=x_0}^x (x - \underline{x}) f(\underline{x}) d\underline{x} + y_0 + (x - x_0)r_0 \quad (3.4.2)$$

A equação (3.4.2) será resolvida em termos das funções desconhecidas $r(x)$ e $f(x)$. Usaremos um método numérico baseado em regularização de Tikhonov para resolver a equação (3.4.2) em termos de $f(x)$, que pode então ser integrada para obtermos $r(x)$.

Organizamos os dados em dois vetores

$$\mathbf{y}^M = y_1^M, y_2^M, \dots, y_i^M, \dots, y_n^M$$

e

$$\mathbf{x}^M = x_1^M, x_2^M, \dots, x_i^M, \dots, x_n^M$$

Não é necessário que \mathbf{x}^M seja uniformemente espaçado. O comprimento $x_n^M - x_1^M$ é dividido inserindo-se k pontos ($k > n$) uniformemente espaçados $\mathbf{x}^C = (x_1^C = x_1^M, x_2^C, \dots, x_i^C, \dots, x_k^C = x_n^M)$, separados por

$$\Delta = \frac{x_n^M - x_1^M}{k - 1}$$

Usaremos a notação $f(x_i^C) \equiv f_i$ para indicar o valor de $f(x)$ em cada ponto de \mathbf{x}^C , então teremos o vetor coluna $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3, \dots, f_k)$. A forma discreta da equação (2.5.2) é

$$y_i^C = \sum_{j=1}^k B_{ij} f_j + y_0 + (x_i^M - x_0)r_0, \text{ com } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.4.3)$$

em notação matricial

$$\mathbf{y}^C = \mathbf{B}\mathbf{f} + \mathbf{1}y_0 + (\mathbf{x}^M - \mathbf{1}x_0)r_0 \quad (3.4.4)$$

Onde \mathbf{B} é a matriz $n \times k$ de coeficientes numéricos resultantes da aproximação da integral da equação (3.4.2) por algum método numérico.

Adicionamos os vetores coluna $\mathbf{1}$ e $\mathbf{x}^M - \mathbf{1}x_0$ na matriz \mathbf{B} e incorporamos y_0 e r_0 em \mathbf{f} . Então a equação (3.4.4) fica

$$\mathbf{y}^C = \mathbf{B}\mathbf{f} \quad (3.4.5)$$

As incógnitas $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k, y_0, r_0$ são requeridas para minimizar as somas de quadrados:

$$(i): S_1 = \sum_{i=1}^n [y^C(x_i^M) - y_i^M]^2$$

$$(ii): S_2 = \sum_{j=2}^{k-1} \left(\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big|_{x=x_j^C} \right)^2$$

A condição (i) impõe que $y^C(x)$ aproxima-se estreitamente de $y^M(x)$ e a condição (ii) impõe que $f(x)$ não apresenta falsa flutuação.

Ao invés de satisfazer as condições (i) e (ii) separadamente, usaremos o método de regularização Tikhonov, o qual minimiza uma combinação linear com as somas S_1 e S_2 e utiliza um parâmetro de regularização que equilibra os itens acima.

3.4.1 Regularização de Tikhonov

Uma combinação linear $R = S_1 + \lambda S_2$ é minimizada, a fim de ponderar as condições (i) e (ii), onde λ é um parâmetro de regularização. Fazendo $\frac{\partial R}{\partial f_i} = 0$, obtemos

$$\mathbf{f} = \left(\mathbf{B}^T \mathbf{B} + \frac{\lambda}{\Delta^4} \beta^T \beta \right)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{y}^M \quad (3.4.6)$$

onde β é uma tridiagonal resultante da aproximação da segunda derivada $(d^2 f(x))/(dx^2)$ por diferenças finitas.

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & 0 & 0 \\ & 1 & -2 & 1 & & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & & \\ & & & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A equação (3.4.6) é uma equação algébrica que converte os dados experimentais \mathbf{y}^M em segundas derivadas $f(x)$ descritas por \mathbf{f} , que então pode ser

integrado usando qualquer procedimento de integração numérica para dar a primeira derivada $r(x)$.

3.5 A equação de crescimento de Von Bertalanffy

Estudar o crescimento, de modo simplificado, consiste em determinar o tamanho do corpo como uma função da idade. A equação de Von Bertalanffy (1938) foi empregada para descrever a relação entre o tamanho e a idade de peixes. A equação que modela o comprimento (L) como uma função da idade (t) do peixe é:

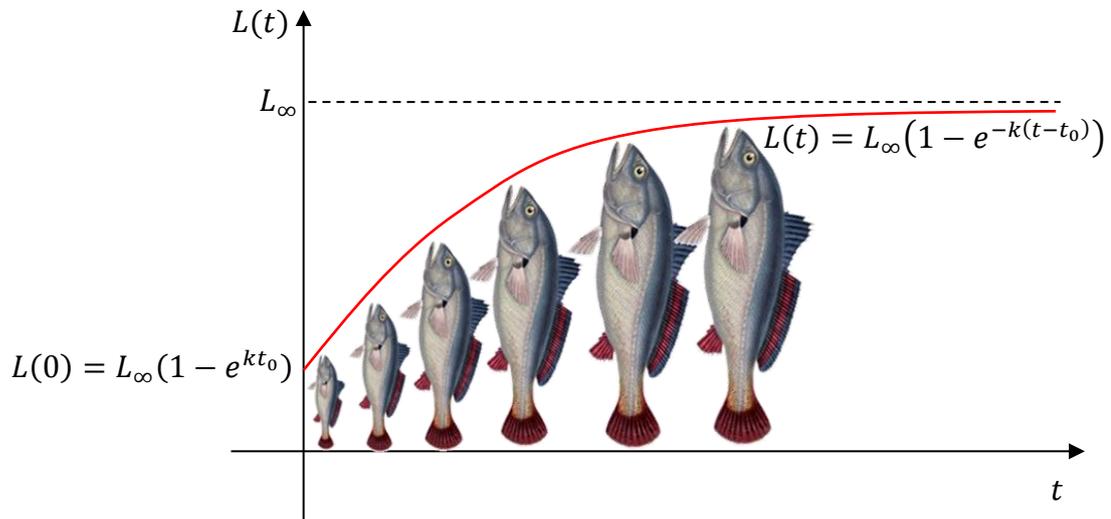
$$L(t) = L_{\infty}(1 - e^{-k(t-t_0)}) \quad (3.5.1)$$

onde $L(t)$ é o comprimento estimado do peixe na idade t . Os parâmetros da equação (3.5.1) podem ser vistos numa perspectiva biológica, L_{∞} como o comprimento médio de peixes muito velhos, também chamado de comprimento assintótico, K o coeficiente de crescimento e t_0 a idade em que o comprimento do peixe é, teoricamente, zero (SPARRE & VENEMA, 1997) – não há significado biológico para isto, visto que o crescimento tem início na eclosão, ou seja, quando a larva apresenta comprimento diferente de zero. Fazendo $t = 0$, temos $L(0)$ como comprimento na eclosão, o que pode ser observado na equação

$$L(0) = L_{\infty}(1 - e^{kt_0}) \quad (3.5.2)$$

porém $L(0)$ pode não ser uma estimativa plausível para o comprimento a eclosão, visto que as larvas apresentam padrões de crescimento que muitas vezes não são modeláveis pela equação de von Bertalanffy (SPARRE & VENEMA, 1997). A Figura 6 mostra a representação gráfica dos parâmetros descritos.

Figura 6 – Curva de crescimento de Von Bertalanffy. Imagem construída com base em Sparre e Venema (1997).



É óbvio que a taxa de crescimento diminui com o passar do tempo, isto é, o incremento do tamanho por unidade de tempo decresce à medida que os peixes envelhecem. Em um dado tempo, a relação matemática que relaciona o comprimento do peixe e sua taxa de crescimento é:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = a + bL(t) \quad (3.5.3)$$

Da equação de crescimento de von Bertalanffy, essa relação linear pode ser calculada como descrito abaixo

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = K[L_\infty - L(t)] \quad (3.5.4)$$

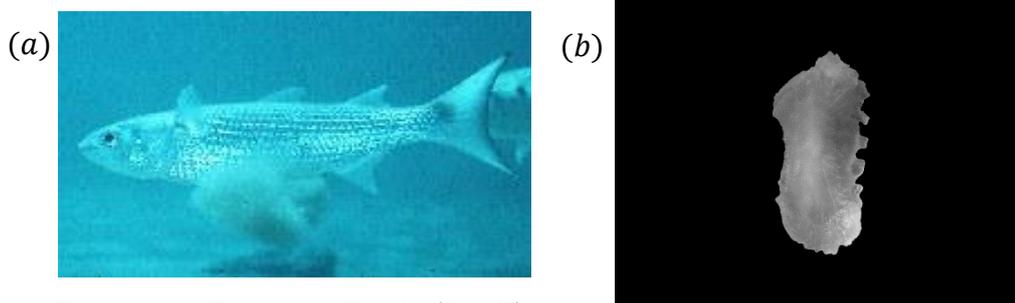
onde $k = -b$ e $L_\infty = -a/b$.

4 APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO EM AMOSTRAS DE PEIXES TELEÓSTEOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

4.1 *Mugil curema* (Valenciennes, 1836)

Peixe da família *Mugilidae*, a tainha, parati ou saúna (Figura 7) – como são vulgarmente conhecidas na costa brasileira – podem ser encontradas em águas tropicais e subtropicais de todo o planeta, ocorrendo com maior abundância em regiões costeiras e estuarinas (MENEZES, 1983; TORRES et al., 2008; SECKENDORFF E AZEVEDO, 2007). No Brasil, são encontradas em águas rasas ao longo de toda a região costeira (CERVIGÓN et al., 1992).

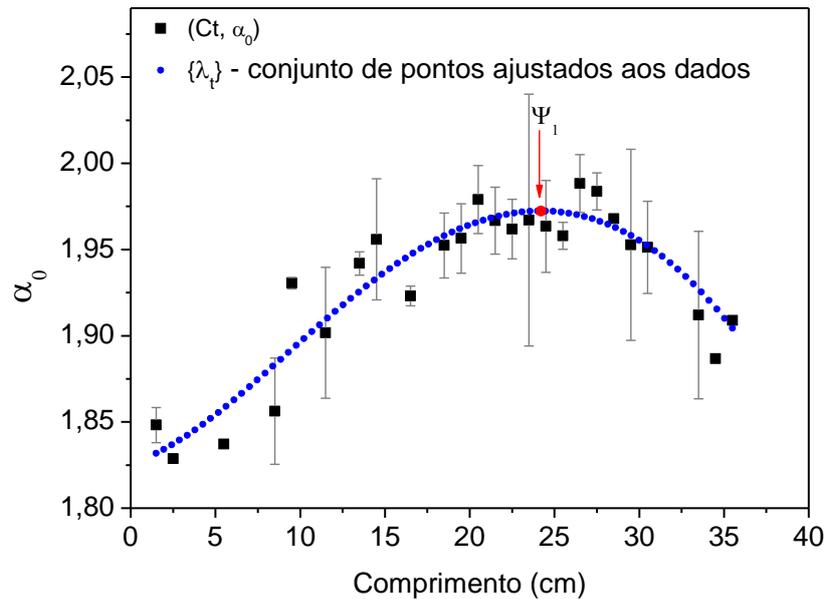
Figura 7 – Em (a), peixe da espécie *Mugil curema*. Em (b), exemplo de otólito de um indivíduo da amostra estudada.



Fonte (a): Froese e Pauly (2017)

Na amostra em estudo – mesma utilizada por Duarte-Neto et. al. (2014) – os resultados já mostrados pelo mesmo foram identicamente observados, a saber, a obtenção do comprimento de primeira maturação (L_{50}) da espécie, por meio da análise multifractal das flutuações do contorno dos otólitos, porém, ao invés de ajustes lineares para descrever as duas tendências nos dados observados – como proposto por Duarte-Neto et. al. (2014) –, foi feito um ajuste através do Método de Diferenciação de Dados Experimentais (item 3.4) e uma curva descrita por um conjunto de pontos que apresentam maior sensibilidade a tendências locais foi obtida (Figura 8).

Figura 8 – $\Psi_1(a_1, b_1)$ é o ponto máximo do conjunto de pontos $\{\lambda_t\}$, com $a_1 = 24,2 \text{ cm}$.

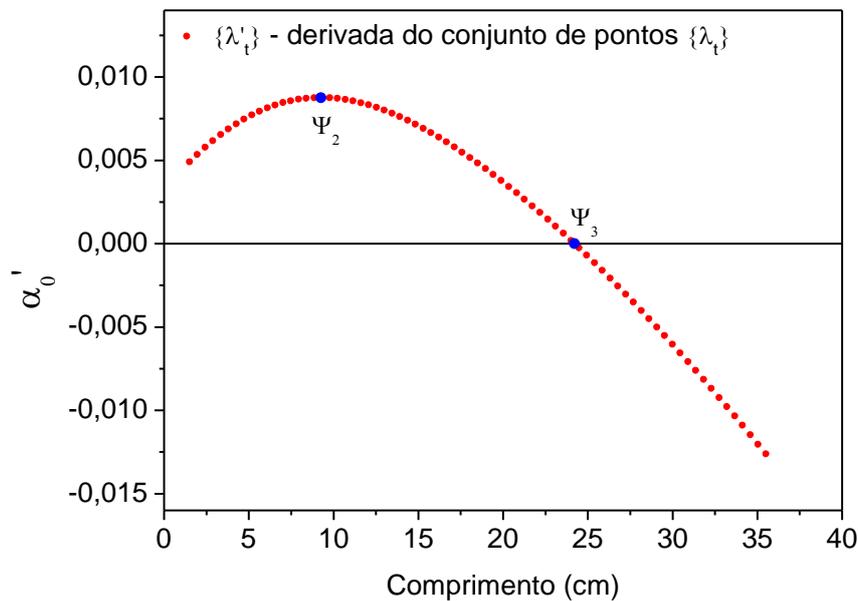


A figura 8 apresenta um comportamento crescente do parâmetro α_0 seguido por um decréscimo desse parâmetro após o ponto Ψ_1 do ajuste $\{\lambda_t\}$, que possui abscissa $a_1 = 24,2 \text{ cm}$, ou seja, esse parâmetro descreve duas tendências distintas no nível de complexidade do contorno dos otólitos da amostra ao longo do intervalo de comprimento dos indivíduos. Nessas condições, este ponto notável pode estar diretamente relacionado a algum processo ou característica metabólica importante da espécie, visto que fatores como crescimento somático, temperatura, salinidade, níveis hormonais durante o desenvolvimento, crescimento e reprodução de peixes, também afetam o crescimento de otólitos (FABLET, et. al., 2011). O comprimento de primeira maturação sexual foi estimado em $23,3 \text{ cm}$ utilizando gônadas e não foi observada diferença entre o crescimento de machos e fêmeas (SANTANA et. al., 2009), valor próximo ao observado no pico Ψ_1 do ajuste $\{\lambda_t\}$, o que pode explicar a notabilidade deste ponto, indicando que o comprimento de primeira maturação sexual dessa espécie é percebido pela análise multifractal, através dessa metodologia (DUARTE-NETO et. al., 2014).

Com essa nova abordagem para descrever o comportamento do parâmetro α_0 , é possível ir além da obtenção do L_{50} já constatado por Duarte-Neto et. al. (2014) e aqui confirmado, afinal, um ajuste linear possui taxa de crescimento constante, que não serve como parâmetro fidedigno para descrever diferentes períodos de crescimento da espécie ao longo do tempo selecionado, enquanto que o conjunto de pontos $\{\lambda_t\}$ apresenta taxas de crescimento instantâneas diversas, que podem melhor

descrever as mudanças na complexidade do contorno dos otólitos e, conseqüentemente, os mais variados períodos da vida do peixe. Na Figura 9, o conjunto de pontos $\{\lambda'_t\}$, – que representa a primeira derivada do ajuste $\{\lambda_t\}$ – mostra, além do ponto Ψ_3 , cuja abscissa possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_1 e que serve para determiná-lo, o ponto $\Psi_2(a_2, b_2)$, com $a_2 = 9,3 \text{ cm}$, que também pode estar relacionado a algum evento notável da espécie.

Figura 9 – Primeira derivada $\{\lambda'_t\}$ do ajuste $\{\lambda_t\}$. $\Psi_2(a_2, b_2)$ é o ponto máximo desse conjunto, com $a_2 = 9,3 \text{ cm}$. $\Psi_3(a_1, 0)$ é o ponto onde a derivada é igual a zero ($a_1 = 24,2 \text{ cm}$), logo a abscissa desse ponto é igual a abscissa do ponto Ψ_1 .

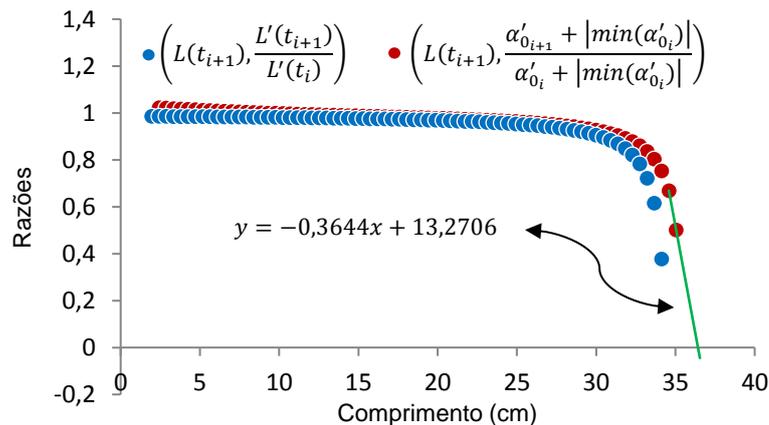


Na família *Mugilidae*, a desova acontece em alto mar, todavia uma fase estuarina é imprescindível para os juvenis, à qual segue-se o período de migração reprodutiva para o mar, geralmente conexo a épocas de diminuição da temperatura e variações na salinidade (BIZERRIL & COSTA, 2001). Isso pode explicar o ponto de máximo Ψ_2 , com $a_2 = 9,3 \text{ cm}$, na taxa de crescimento instantânea do parâmetro α_0 (Figura 9), isto associado ao fato de, segundo Santana et. al. (2009), o crescimento da espécie até a maturidade é acelerado, no entanto, após o amadurecimento até 9 anos de idade, a taxa de crescimento cai pela metade e continua a diminuir até o fim da vida. Nesse sentido, Ψ_2 pode estar relacionado ao comprimento médio em que os peixes migram do oceano para o estuário, mostrando, assim, uma associação intrínseca da complexidade do contorno do otólito a episódios notáveis do metabolismo da espécie, características capturadas pela análise multifractal.

Usando microestruturas diárias e macroestruturas anuais, Santana et. al. (2009) obteve a seguinte curva de crescimento de von Bertalanffy para a espécie: $L(t) =$

$L_\infty [1 - e^{-0,365(t-0,311)}]$, com $L_\infty = 34,4 \text{ cm}$, $k = 0,365$ e $t_0 = 0,311$ ano. Uma sequência ordenada de razões foi calculada a partir desta curva de crescimento, gerando um conjunto de pontos definidos pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Analogamente, no conjunto de pontos $\{\lambda'_t\}$, também foram calculadas razões que estão definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste. Na Figura 10, observe que esses dois conjuntos de pontos apresentam comportamento similar, exibindo um comportamento quase constante seguido de uma drástica queda quando se aproximam os indivíduos que possuem maior comprimento.

Figura 10 – Razões em Von Bertalanffy definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Razões em $\{\lambda'_t\}$ definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste.



Sabe-se que a taxa de crescimento do peixe diminui com o passar do tempo, isto é, o incremento do tamanho por unidade de tempo decresce à medida que os peixes envelhecem. Na equação de von Bertalanffy, essa relação é linear e, da equação (3.5.4), é possível obter $k = 0,3644$ e $L_\infty = 36,42 \text{ cm}$ da reta y (Figura 10), valores muito próximos aos parâmetros obtidos por Santana et. al. (2009) ($k = 0,365$ e $L_\infty = 34,4 \text{ cm}$), neste caso, conjecturamos que $x \sim L(t)$ e $y \sim L'(t)$, sendo $L(t)$ e $L'(t)$ a função de von Bertalanffy da equação (3.5.1) e sua derivada, respectivamente, com $f(x) = y$ o ajuste linear que conserva a tendência do último par de pontos das razões em questão. Note que a tendência final das duas curvas é análoga, sendo que nas razões em von Bertalanffy um ajuste linear nos dois últimos pontos é suficiente para um

retorno muito próximo aos próprios parâmetros k e L_∞ dessa mesma curva, através da equação (3.5.4).

Observadas essas correlações, é ainda mais forte a tese que a taxa de crescimento do comprimento do peixe e a taxa de crescimento do parâmetro multifractal estudado estejam correlacionadas, no entanto, um fator de escala torna-se necessário para exprimi-las em padrões aproximados, pois foram obtidas de modo extremamente distintos e não dependentes. Com base nessas verificações, conjecturamos que a taxa de crescimento do parâmetro α_0 e a taxa de crescimento do comprimento do peixe descrita pela curva de von Bertalanffy estão correlacionadas pela seguinte expressão:

$$\alpha'_0 \sim 10^{-2} \left(\frac{L'(t)}{\gamma} - 1 \right) \quad (4.1.1)$$

ou

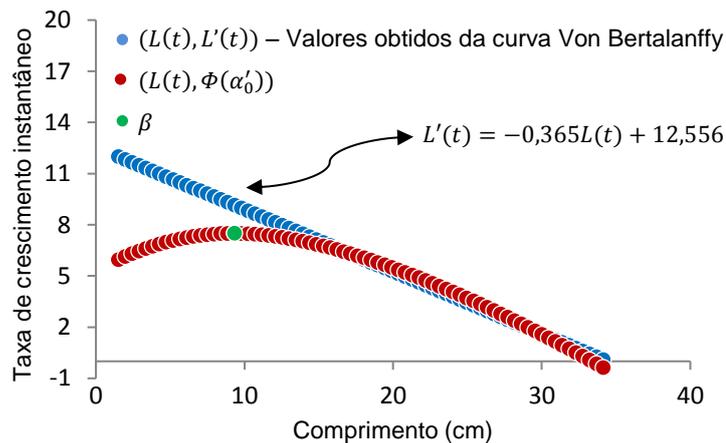
$$L'(t) \sim \gamma(10^2 \alpha'_0 + 1) \quad (4.1.2)$$

sendo $L'(t)$ a derivada da função de von Bertalanffy, α'_0 a derivada do parâmetro multifractal α_0 ajustado pelo Método de Diferenciação de Dados Experimentais e γ um fator de escala associado a espécie.

Em vista dessa conjectura, na série azul (Figura 11), observe um comportamento linear decrescente do comprimento do peixe em função de sua taxa de crescimento, este padrão está descrito pela função $L'(t) = -0,365L(t) + 12,556$, onde podemos obter $k = 0,365$ e $L_\infty = 34,4$ pela equação (3.5.4), que são os parâmetros da curva de von Bertalanffy para essa amostra. Vale ressaltar que $L'(t)$ foi obtida a partir da curva de von Bertalanffy já calculada por Santana et. al. (2009), não o contrário. A série vermelha mostra uma transformação $[\Phi(\alpha'_0)]$ nos valores de α'_0 através da equação (4.1.2) com $\gamma = 4$ – valor empiricamente considerado apropriado para a espécie –, mostrando, a partir do ponto β – que possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_2 – um decréscimo aproximadamente equivalente à série azul, o que tornaria também possível a estimação dos parâmetros k e L_∞ para a amostra, apesar do método das razões supracitado (Figura 10) mostrar uma melhor precisão nessa estimação, ademais, esse fato apoia e dá mais consistência a tese de que hajam correlações entre parâmetros multifractais que descrevem a complexidade do contorno dos otólitos com parâmetros de crescimento da espécie, logo com seu metabolismo, neste

caso específico, a taxa de crescimento desse parâmetro está relacionada com a taxa de crescimento do comprimento do peixe, isso apenas com uma defasagem de escala.

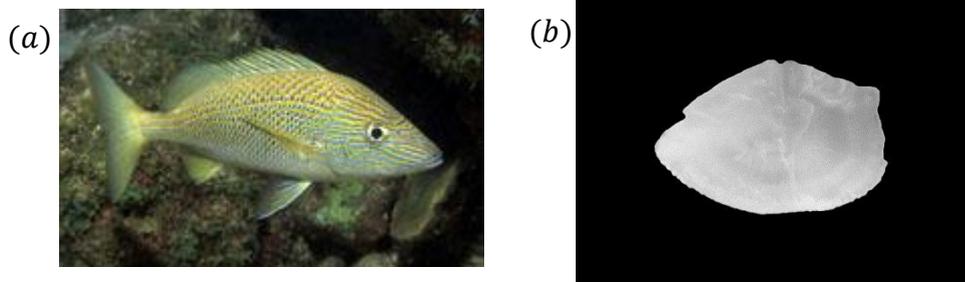
Figura 11 – Da curva de von Bertalanffy: $L(t) = 34,4(1 - e^{-0,365(t-0,311)})$ (SANTANA, et. al., 2009), obtêm-se a função $L'(t) = -0,365L(t) + 12,556$, que, pela equação (3.5.4), obtemos $k = 0,365$ e $L_\infty = 34,4$. A série vermelha apresenta um conjunto de pontos que estão definidos pelo par ordenado $(L(t), \Phi(\alpha'_0))$, com $\Phi(\alpha'_0)$ obtido pela equação (4.1.2) com $\gamma = 4$. O ponto β possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_2 .



4.2 *Haemulon plumierii* (Lacepède, 1801)

Peixe da família *Haemulidae*, a biquara – um dos nomes vulgares que é conhecida na costa brasileira –, é um peixe que vive em recifes de corais e pode ser encontrado ao longo de toda a costa leste das Américas, do sudeste do Brasil até a Baía de Chesapeake, nos Estados Unidos, em profundidades de 3 a 40 metros (SMITH, 1997; POTTS e MANOOCH, 2001).

Figura 12 – Em (a), peixe da espécie *Haemulon Plumierii*. Em (b), exemplo de otólito de um indivíduo da amostra estudada.



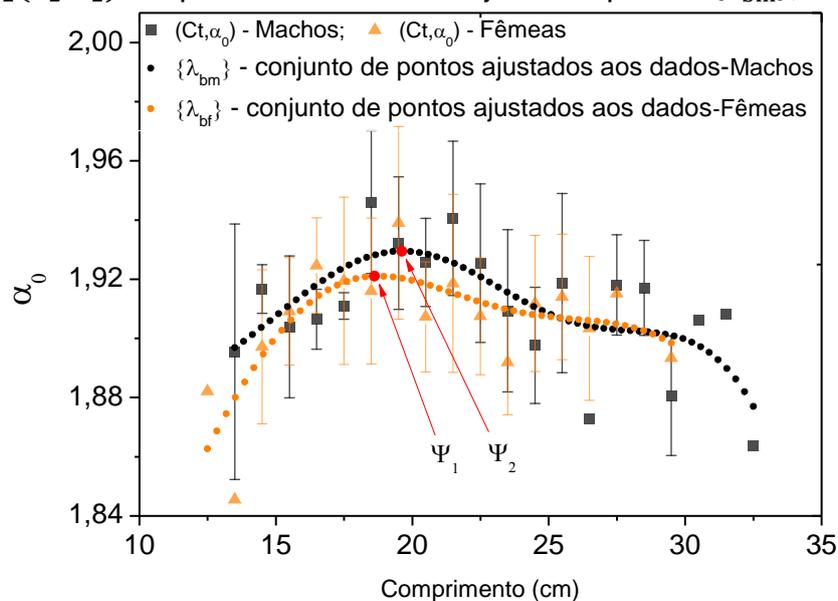
Fonte (a): Froese e Pauly (2017)

As biquaras juvenis são conhecidas por formar grandes cardumes, mostram alta fidelidade ao habitat por períodos de meses e alimentam-se normalmente de peixes,

moluscos, crustáceos e anelídeos (RANDALL, 1967; APPELDOORN, et. al., 2009), realizando pequenas migrações de até 600 m em busca de alimento (TULEVECH e RECKSIEK, 1994).

À esta amostra de biquara, uma análise semelhante das flutuações do contorno realizada nos otólitos da tainha foi aplicada, porém com separação entre machos e fêmeas, obtendo, para ambos os sexos, um comportamento análogo ao observado na tainha – um crescimento seguido de um decrescimento do parâmetro α_0 ao longo do intervalo de comprimento do peixe (Figura 13) –, consequentemente, valores máximos desse parâmetro, $\Psi_1(a_1, b_1)$, com $a_1 = 18,6 \text{ cm}$ e $\Psi_2(a_2, b_2)$ com $a_2 = 19,6 \text{ cm}$, para fêmeas e machos, respectivamente, foram observados. O Comprimento de primeira maturação sexual da biquara foi estimado em 16,86 cm para fêmeas e 18,55 cm para machos por Shinozaki-Mendes et. al. (2013), no Ceará, utilizando microscopia. Resultado semelhante ao obtido por Padgett (1997) na Carolina do Sul, que observou um L_{50} de 18,6 cm em machos e 16,7 cm em fêmeas, além de Darcy (1983), em Campeche Bank (EUA), com uma estimativa de que a biquara madura com 3 anos e 18 cm, valores bastante próximos aos pontos notáveis Ψ_1 e Ψ_2 obtidos através da análise multifractal das flutuações do contorno, corroborando para a confirmação do resultado obtido por Duarte-Neto et. al. (2014) na análise dessas duas espécies.

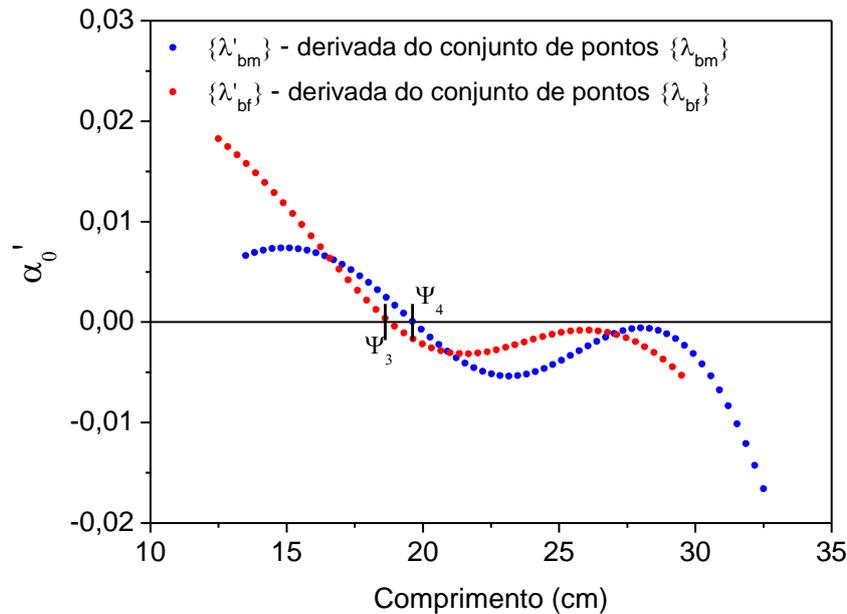
Figura 13 - $\Psi_1(a_1, b_1)$ é o ponto máximo do conjunto de pontos $\{\lambda_{bf}\}$, com $a_1 = 18,6 \text{ cm}$. $\Psi_2(a_2, b_2)$ é o ponto máximo do conjunto de pontos $\{\lambda_{bm}\}$, com $a_2 = 19,6 \text{ cm}$.



As taxas de crescimento instantâneo para os ajustes $\{\lambda_{bf}\}$ e $\{\lambda_{bm}\}$ realizados aos dados podem ser observados na Figura 14, cujos pontos Ψ_3 e Ψ_4 possuem a mesma

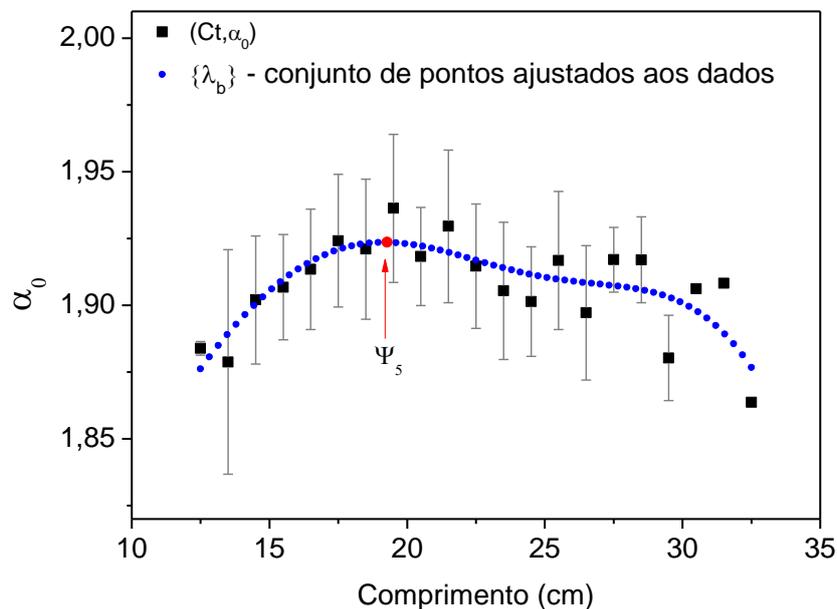
abscissa de Ψ_1 e Ψ_2 , respectivamente, e que servem para determiná-los. Outros valores notáveis – máximos e mínimos locais – poderiam ser obtidos nas curvas das taxas de crescimento, isso após os pontos Ψ_3 e Ψ_4 , porém sem uma interpretação biológica associada.

Figura 14 – Taxas de crescimento instantâneo do parâmetro α_0 para ambos os sexos. Ψ_3 e Ψ_4 são pontos onde a derivada é zero, logo são pontos críticos que servem para determinar as abscissas de Ψ_1 e Ψ_2 , respectivamente.



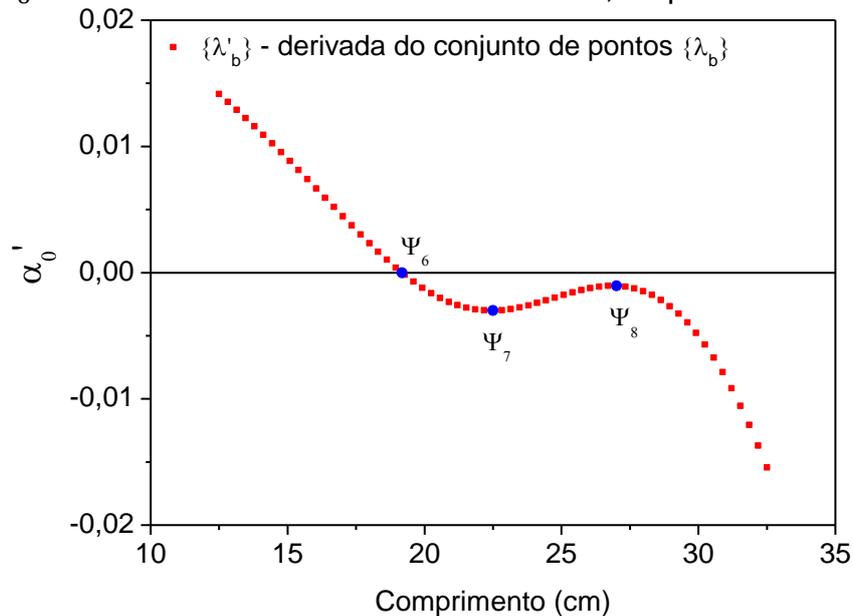
Para sexos agrupados (Figura 15), obtemos um padrão semelhante aos obtidos para os sexos analisados separadamente, com um comprimento de primeira maturação estimado em $a_5 = 19,2 \text{ cm}$, valor aproximado aos supracitados e também próximo ao $L_{50} = 18,3 \text{ cm}$ de Froese e Pauly (2017).

Figura 15 - $\Psi_5(a_5, b_5)$ é o ponto máximo do conjunto de pontos $\{\lambda_b\}$, com $a_5 = 19,2 \text{ cm}$.



A taxa de crescimento instantâneo para o ajuste $\{\lambda_b\}$ realizado aos dados pode ser observada na Figura 16, cujo ponto Ψ_6 possui a mesma abscissa de Ψ_5 e que serve para determiná-la. Outros valores notáveis, a saber, Ψ_7 e Ψ_8 – valores locais de mínimo e máximo do conjunto de pontos $\{\lambda'_b\}$, respectivamente –, não apresentam uma interpretação biológica notável associada.

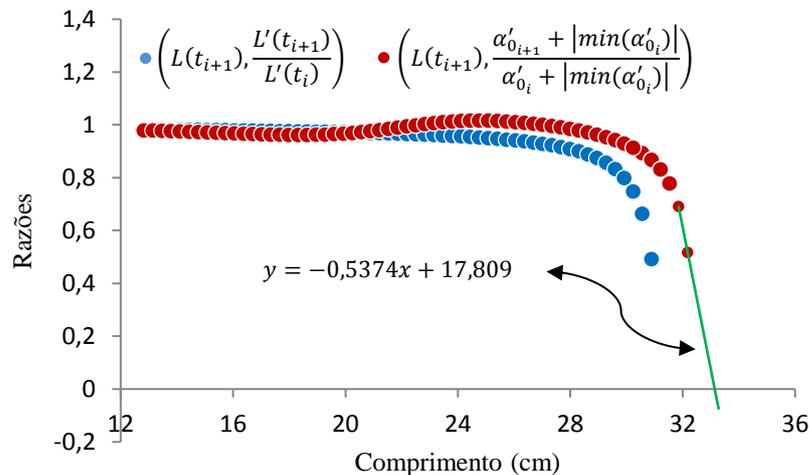
Figura 16 – Primeira derivada $\{\lambda'_b\}$ do ajuste $\{\lambda_b\}$. $\Psi_6 (a_5, 0)$ é o ponto onde a derivada é igual a zero ($a_5 = 19,2 \text{ cm}$), logo a abscissa desse ponto é igual a abscissa do ponto Ψ_5 . Ψ_7 e Ψ_8 são valores locais de mínimo e máximo, respectivamente.



Os modelos de crescimento de von Bertalanffy apresentam diferenças significativas entre os sexos, a saber, para fêmeas, machos e para sexos agrupados foram calculados $L(t) = 29,8[1 - e^{-0,59(t-0,08)}]$, $L(t) = 33,18[1 - e^{-0,35(t+1,08)}]$ e $L(t) = 31,22[1 - e^{-0,48(t+0,32)}]$, respectivamente, (ARAÚJO e MARTINS, 2007).

No intuito de repetir o procedimento já realizado para a tainha no item anterior, uma sequência ordenada de razões foi obtida a partir da curva de crescimento com sexos agrupados, gerando um conjunto de pontos definidos pelo par ordenado $(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)})$. Analogamente, no conjunto de pontos $\{\lambda'_b\}$, também foram calculadas razões que estão definidas pelo par ordenado $(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|})$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste. Na figura 17, note que o comportamento dessas razões é similar ao observado na Figura 10 para espécie *Mugil curema*, ou seja, um comportamento quase constante seguido de uma drástica queda quando se aproximam os indivíduos que possuem maior comprimento.

Figura 17 – Razões em von Bertalanffy definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Razões em $\{\lambda'_b\}$ definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_0)|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_0)|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste.



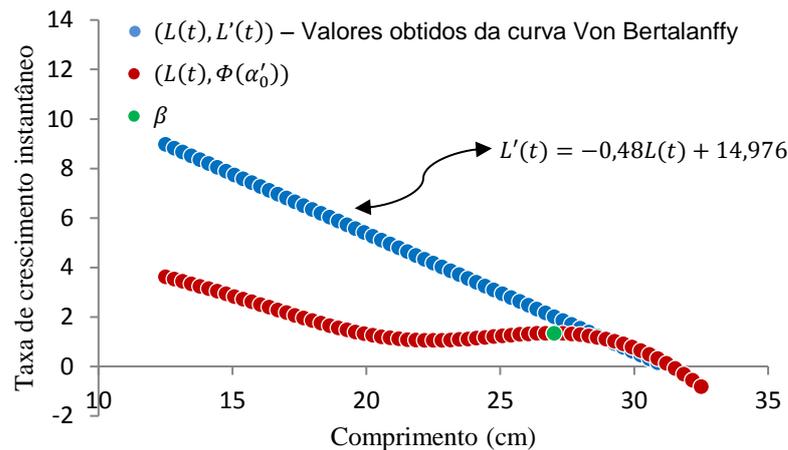
Da equação (3.5.4), é possível obter $k = 0,537$ e $L_\infty = 33,14 \text{ cm}$ da reta y (Figura 17), valores muito próximos aos parâmetros obtidos por Araujo e Martins (2007) para sexos agrupados ($k = 0,48$ e $L_\infty = 31,22 \text{ cm}$). De modo análogo ao conjecturado no item anterior para tainha, observamos, também na biquara, uma estreita correlação que reforça a tese de que $x \sim L(t)$ e $y \sim L'(t)$, sendo $L(t)$ e $L'(t)$ a função de von Bertalanffy da equação (3.5.1) e sua derivada, respectivamente, com $f(x) = y$ o ajuste linear que conserva a tendência do último par de pontos das razões em questão.

Nesta conjuntura, basta agora verificar se as equações (4.1.1) e (4.1.2) verificam-se também para a biquara, ou seja, se existe um fator de escala γ associado a espécie que torne a taxa de crescimento do parâmetro α_0 e a taxa de crescimento linear descrita pela curva de von Bertalanffy correlacionadas pelas equações citadas.

Observe, na Figura 18, um comportamento linear decrescente do comprimento do peixe em função de sua taxa de crescimento, este padrão está descrito pela função $L'(t) = -0,48L(t) + 14,976$, onde podemos obter $k = 0,48$ e $L_\infty = 31,2 \text{ cm}$ pela equação (3.5.4), que são os parâmetros da curva de von Bertalanffy para essa amostra. Vale ressaltar que $L'(t)$ foi obtida a partir da curva de von Bertalanffy já calculada por Araujo e Martins (2007), não o contrário. A série vermelha mostra uma transformação $[\Phi(\alpha'_0)]$ nos valores de α'_0 através da equação (4.1.2) com $\gamma = 1,5$ – valor empiricamente considerado apropriado para a espécie –, mostrando, a partir do ponto β – que possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_7 – um decréscimo aproximadamente equivalente à série azul, o que tornaria também possível a

estimação dos parâmetros k e L_∞ para a amostra, apesar do método das razões supracitado mostrar uma melhor acurácia nessa estimação, como já dito antes.

Figura 18 – Da curva de von Bertalanffy para sexos agrupados: $L(t) = 31,22[1 - e^{-0,48(t+0,32)}]$ (ARAUJO e MARTINS, 2007), obtêm-se a função $L'(t) = -0,48L(t) + 14,976$, que, pela equação (3.5.4), obtemos $k = 0,48$ e $L_\infty = 31,2$. A série vermelha apresenta um conjunto de pontos que estão definidos pelo par ordenado $(L(t), \Phi(\alpha'_0))$, com $\Phi(\alpha'_0)$ obtido pela equação (4.1.2) com $\gamma = 1,5$. O ponto β possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_7 .



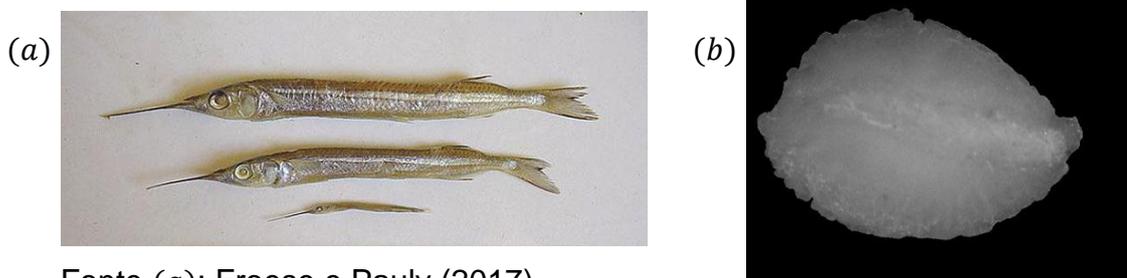
Com os resultados apresentados até aqui, temos uma validação das equações (4.1.1) e (4.1.2) para as espécies tainha e biquara, com um fator de escala $\gamma = 4$ e $\gamma = 1,5$ associados a cada espécie, respectivamente. Portanto, por esta verificação, podemos afirmar que a taxa de crescimento do parâmetro multifractal α_0 das flutuações do contorno dos otólitos está relacionada com a taxa de crescimento do comprimento do peixe, isso apenas com uma defasagem de escala.

4.3 *Hyporhamphus unifasciatus* (Ranzani, 1841)

Hyporhamphus unifasciatus (Figura 19) é um peixe da família *Hemiramphidae*, conhecido vulgarmente por agulhinha branca. É uma espécie de pequeno porte e está na base da cadeia alimentar de grandes carnívoros, características biológicas possivelmente atreladas a uma alta taxa de crescimento e baixa longevidade (LESSA et. al., 2004). Pode ser encontrada desde o sul da Flórida até o Uruguai. Apesar de comestível, não é muito apreciada e tem baixo valor comercial, frequentemente utilizada como isca (FROESE e PAULY, 2017). Possui distribuição costeira, sendo

capturada principalmente no estuário até a isóbata de 5 metros de profundidade (CERVIGÓN et. al., 1992; LESSA et. al., 2004).

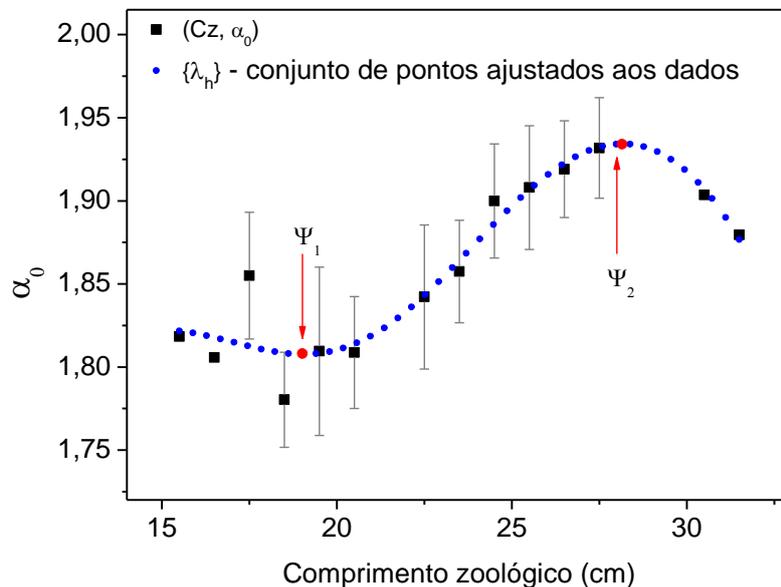
Figura 19 – Em (a), peixe da espécie *Hyporhamphus unifasciatus*. Em (b), exemplo de otólito de um indivíduo da amostra estudada.



Fonte (a): Froese e Pauly (2017)

As análises já realizadas nos itens 4.1 e 4.2 foram aplicadas também aos otólitos dos indivíduos dessa amostra, apresentando três tendências distintas para o parâmetro multifractal α_0 – o parâmetro decresce, seguido por um crescimento e volta a decrescer, isso à medida que o comprimento do peixe aumenta – apresentando um valor mínimo (Ψ_1) e um máximo (Ψ_2) no ajuste $\{\lambda_h\}$ (Figura 20).

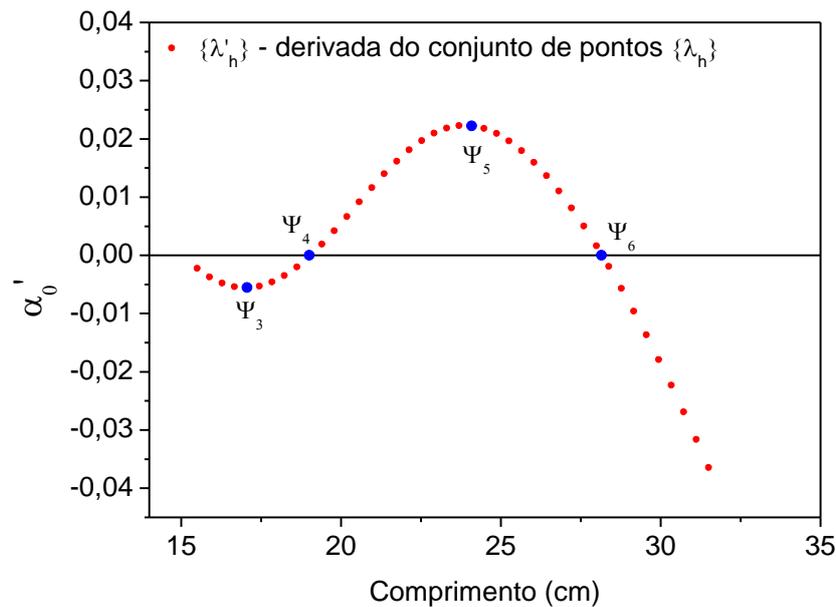
Figura 20 – $\Psi_1(a_1, b_1)$ é o ponto mínimo do conjunto de pontos $\{\lambda_h\}$, com $a_1 = 19 \text{ cm}$. $\Psi_2(a_2, b_2)$ é o máximo do conjunto de pontos $\{\lambda_h\}$, com $a_2 = 28,2 \text{ cm}$.



O comprimento de primeira maturação foi estimado em $18,9 \text{ cm}$ para fêmeas e de $17,6 \text{ cm}$ para machos (LESSA et. al., 2004). Para dados agrupados, Froese e Pauly (2017) indicam um $L_{50} = 18,9 \text{ cm}$, valores bastante próximos a abscissa de $\Psi_1(a_1, b_1)$ – que é o ponto mínimo do conjunto de pontos $\{\lambda_h\}$ para sexos agrupados –, com $a_1 = 19 \text{ cm}$. Uma análise distinta para os sexos não foi realizada, pois não havia, no banco de dados, informações sobre o sexo dos indivíduos.

A taxa de crescimento instantâneo para o ajuste $\{\lambda_h\}$ realizado aos dados pode ser observada na Figura 21, cujos pontos Ψ_4 e Ψ_6 possuem a mesma abscissa de Ψ_1 e Ψ_2 , respectivamente, e que servem para determiná-las. Outros valores notáveis, a saber, Ψ_3 e Ψ_5 – valores locais de mínimo e máximo do conjunto de pontos $\{\lambda'_h\}$, respectivamente –, não apresentam uma interpretação biológica notável associada.

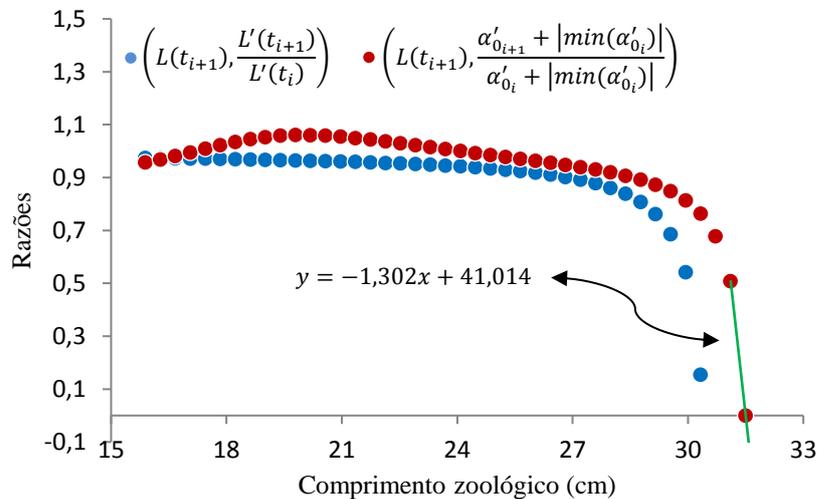
Figura 21 – Primeira derivada $\{\lambda'_h\}$ do ajuste $\{\lambda_h\}$. $\Psi_4(a_1, 0)$ e $\Psi_6(a_2, 0)$ são pontos onde a derivada é igual a zero, com $a_1 = 19 \text{ cm}$ e $a_2 = 28,2 \text{ cm}$, que são os mesmos valores das abscissas dos pontos Ψ_1 e Ψ_2 , respectivamente.



O intervalo de comprimento entre os pontos notáveis Ψ_1 e Ψ_2 exibe elevada taxa de crescimento positivo do parâmetro α_0 (na Figura 21, esse intervalo está entre Ψ_4 e Ψ_6), fato que pode ter relação com a elevada taxa de crescimento e baixa longevidade da agulhinha branca (LESSA et. al, 2004). O ponto $\Psi_2(a_2, b_2)$ do conjunto de pontos $\{\lambda_h\}$, com $a_2 = 28,2 \text{ cm}$, pode estar associado ao comprimento mínimo onde a agulhinha branca reduz sua elevada taxa de crescimento e os peixes se aproximam do seu comprimento assintótico.

Com o objetivo de repetir toda a metodologia já realizada para tainha e biquara nos itens anteriores, uma sequência ordenada de razões foi obtida a partir da curva de crescimento de von Bertalanffy para a espécie, gerando um conjunto de pontos definidos pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Analogamente, no conjunto de pontos $\{\lambda'_h\}$, também foram calculadas razões que estão definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste (Figura 22).

Figura 22 – Razões em von Bertalanffy definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Razões em $\{\lambda'_h\}$ definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste.



O modelo de crescimento de von Bertalanffy para a agulhinha branca foi calculado através da leitura de incrementos diários em otólitos lapili, obtendo-se a seguinte função: $L(t) = 30,4[1 - e^{-1,46(t-0,046)}]$, com $L_\infty = 30,4 \text{ cm}$, $k = 1,46$ e $t_0 = 0,046$ (LESSA et. al., 2004). Da equação (3.5.4), é possível obter $k = 1,302$ e $L_\infty = 31,5 \text{ cm}$ da reta y (Figura 22), valores muito próximos aos parâmetros obtidos por Lessa et. al. (2004) acima mencionados. De modo análogo ao conjecturado nos itens anteriores para tainha e biquara, observamos também na agulhinha branca uma estreita correlação que reforça a tese de que $x \sim L(t)$ e $y \sim L'(t)$, sendo $L(t)$ e $L'(t)$ a função de von Bertalanffy da equação (3.5.1) e sua derivada, respectivamente, com $f(x) = y$ o ajuste linear que conserva a tendência do último par de pontos do ajuste em questão.

Basta agora verificar se as equações (4.1.1) e (4.1.2) verificam-se também para a agulhinha, ou seja, se existe um fator de escala γ associado a espécie que torne a taxa de crescimento do parâmetro α_0 e a taxa de crescimento linear descrita pela curva de von Bertalanffy, correlacionadas pelas equações citadas. Para esta espécie, observamos uma necessária modificação nas expressões em questão. Nessa conjuntura, com base nessas verificações, conjecturamos que a taxa de crescimento do parâmetro α_0 e a taxa de crescimento linear descrita pela curva de von Bertalanffy, para esta espécie, ficam correlacionadas pela seguinte expressão:

$$\alpha'_0 \sim 10^{-2} \left(\frac{L'(t)}{\gamma} - 2 \right) \quad (4.3.1)$$

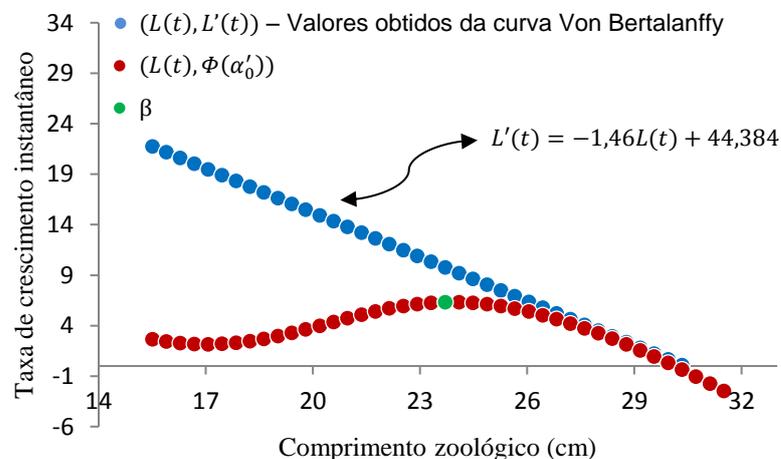
ou

$$L'(t) \sim \gamma(10^2 \alpha'_0 + 2) \quad (4.3.2)$$

sendo $L'(t)$ a derivada da função de von Bertalanffy, α'_0 a derivada do parâmetro multifractal α_0 ajustado pelo Método de Diferenciação de Dados Experimentais e γ um fator de escala associado a espécie.

Na série azul (Figura 23), observe um comportamento linear decrescente do comprimento do peixe em função de sua taxa de crescimento, este padrão está descrito pela função $L'(t) = -1,46L(t) + 44,384$, onde podemos obter $k = 1,46$ e $L_\infty = 30,4$ pela equação (3.5.4), que são os parâmetros da curva de von Bertalanffy para essa amostra. Vale ressaltar que $L'(t)$ foi obtida a partir da curva de von Bertalanffy já calculada por Lessa et. al. (2004), não o contrário. A série vermelha mostra uma transformação $[\Phi(\alpha'_0)]$ nos valores de α'_0 através da equação (4.3.2) com $\gamma = 1,5$ – valor empiricamente considerado apropriado para a espécie –, mostrando, a partir do ponto β – que possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_5 – um decréscimo aproximadamente equivalente à série azul, o que tornaria também possível a estimação dos parâmetros k e L_∞ para a amostra, apesar do método das razões supracitado mostrar uma melhor acurácia nessa estimação, como já dito antes.

Figura 23 – Da curva de von Bertalanffy: $L(t) = 30,4[1 - e^{-1,46(t-0,046)}]$ (LESSA et. al., 2004) obtêm-se a função $L'(t) = -1,46L(t) + 44,384$, que, pela equação (3.5.4), obtemos $k = 1,46$ e $L_\infty = 30,4$. A série vermelha apresenta um conjunto de pontos que estão definidos pelo par ordenado $(L(t), \Phi(\alpha'_0))$, com $\Phi(\alpha'_0)$ obtido pela equação (4.3.2) com $\gamma = 1,5$. O ponto β possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_5 .

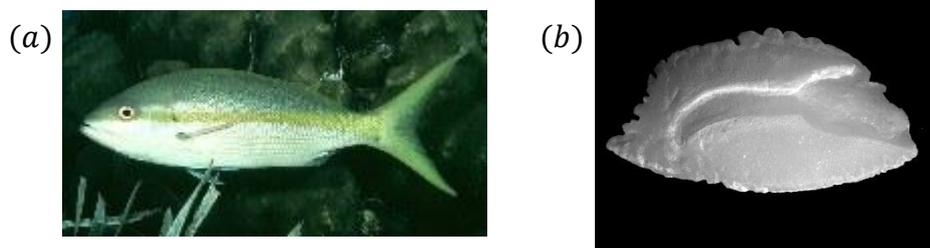


Com os resultados apresentados até aqui, temos uma validação das equações (4.1.1) e (4.1.2) para as espécies tainha e biquara, com um fator de escala $\gamma = 4$ e $\gamma = 1,5$ associados a cada espécie, respectivamente, todavia, foi necessário um ajuste nestas equações para uma melhor descrição das correlações em questão para a agulhinha branca, isso foi exposto nas equações (4.3.1) e (4.3.2). Na conclusão deste trabalho, encontra-se uma generalização dessas expressões com parâmetros suficientes para descreverem essas correlações nas espécies analisadas.

4.4 *Ocyurus chrysurus* (Bloch, 1791)

Ocyurus chrysurus ou guaiuba (Figura 24) – como é chamado vulgarmente no Brasil (CARVALHO e BRANCO, 1977) – podem ser encontradas desde o atlântico ocidental até o sudeste do Brasil. Os juvenis habitam, agrupados, regiões litorâneas, sobretudo em áreas de recifes de corais. Alimentam-se principalmente de uma combinação de plâncton e animais bentônicos, enquanto os adultos ocorrem em águas mais distantes do litoral e alimentam-se de pequenos peixes, crustáceos, vermes, gastrópodes e cefalópodes. (MENEZES e FIGUEIREDO, 1980; FRIMODT, 1995). É uma espécie de vida longa e crescimento lento (JONHSON, 1983; MANOOCH e DRENNON, 1987).

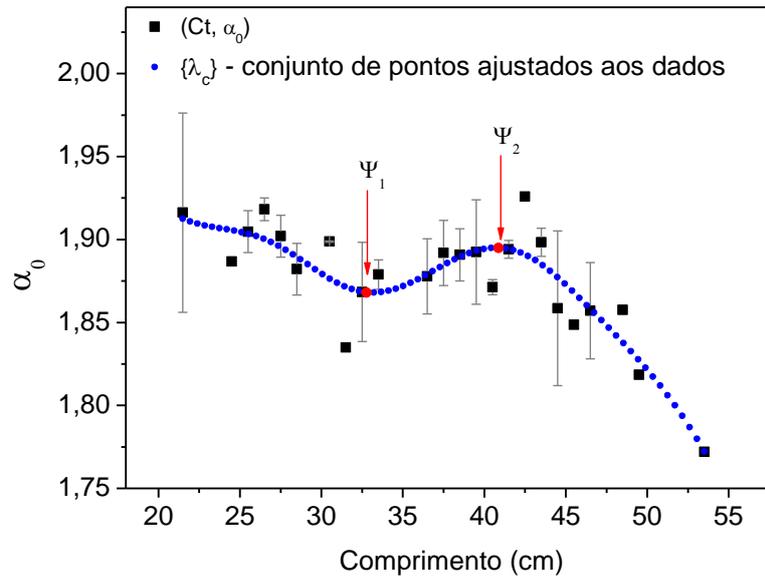
Figura 24 – Em (a), peixe da espécie *Ocyurus chrysurus*. Em (b), exemplo de otólito de um indivíduo da amostra estudada.



Fonte (a): Froese e Pauly (2017)

As análises já realizadas nos itens 4.1, 4.2 e 4.3 para tainha, biquara e agulhinha branca, respectivamente, foram aplicadas também aos otólitos dos indivíduos dessa amostra, apresentando três tendências distintas para o parâmetro multifractal α_0 – o parâmetro decresce, seguido por um crescimento e volta a decrescer, isso à medida que o comprimento do peixe aumenta – apresentando um valor mínimo (Ψ_1) e um máximo (Ψ_2) no ajuste $\{\lambda_c\}$ (Figura 25).

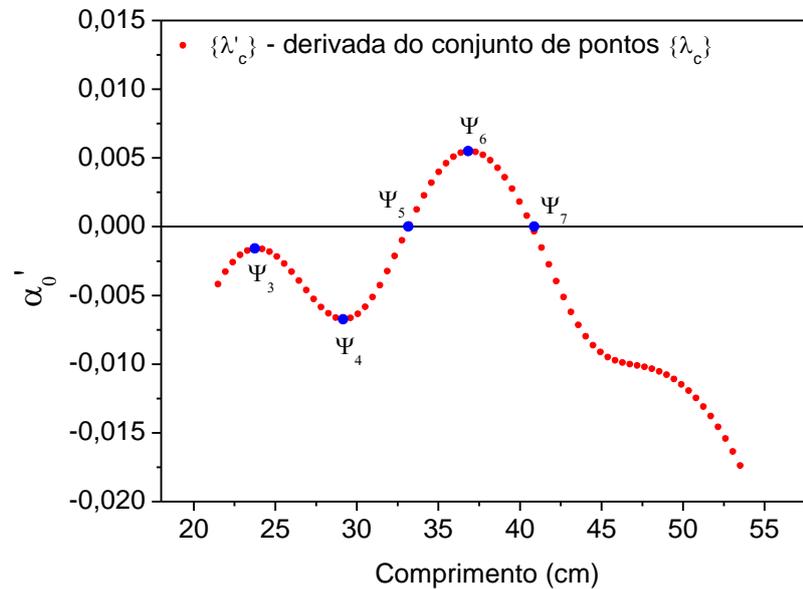
Figura 25 – $\Psi_1(a_1, b_1)$ e $\Psi_2(a_2, b_2)$ são pontos de mínimo e máximo locais do conjunto de pontos $\{\lambda_c\}$, respectivamente, com $a_1 = 33,16 \text{ cm}$ e $a_2 = 40,9 \text{ cm}$.



O comprimento de primeira maturação para sexos agrupados foi estimado em $33,5 \text{ cm}$ utilizando análise macroscópica em amostra coletada no litoral de Pernambuco (CALADO NETO et. al. 1998), comprimento próximo ao indicado pela abscissa de $\Psi_1(a_1, b_1)$ – que é o ponto mínimo local do conjunto de pontos $\{\lambda_c\}$ para sexos agrupados –, com $a_1 = 33,16 \text{ cm}$.

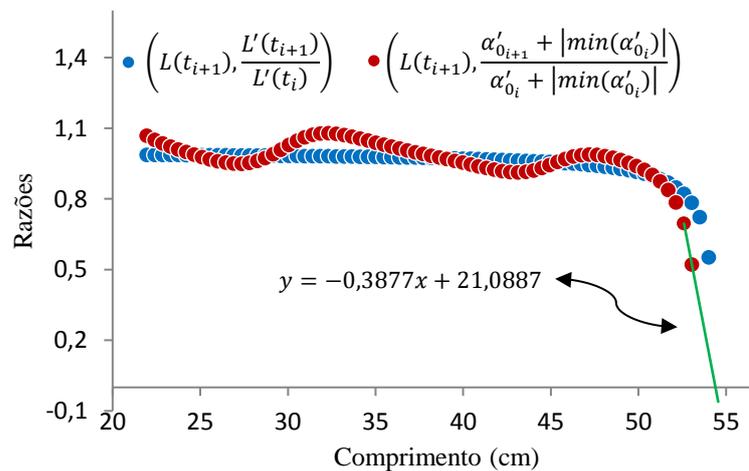
O conjunto de pontos $\{\lambda'_c\}$, que representa a derivada do ajuste $\{\lambda_c\}$ realizado aos dados, pode ser observado na Figura 26, cujos pontos Ψ_5 e Ψ_7 possuem a mesma abscissa de Ψ_1 e Ψ_2 , respectivamente, e que servem para determiná-las. Outros valores notáveis, a saber, Ψ_3 , Ψ_4 e Ψ_6 – máximos e mínimos locais do conjunto de pontos $\{\lambda'_c\}$, respectivamente –, não apresentam uma interpretação biológica notável associada.

Figura 26 – Primeira derivada $\{\lambda'_c\}$ do ajuste $\{\lambda_c\}$. $\Psi_5(a_1, 0)$ e $\Psi_7(a_2, 0)$ são pontos onde a derivada é igual a zero, logo as abscissas desses pontos têm valores iguais as abscissas dos pontos Ψ_1 e Ψ_2 , respectivamente.



Com o objetivo de repetir a metodologia já realizada para tainha, biquara e agulhinha branca nos itens anteriores, uma sequência ordenada de razões foi obtida a partir da curva de crescimento de von Bertalanffy para a espécie, gerando um conjunto de pontos definidos pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Analogamente, no conjunto de pontos $\{\lambda'_c\}$, também foram calculadas razões que estão definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste (Figura 27).

Figura 27 – Razões em von Bertalanffy definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Razões em $\{\lambda'_c\}$ definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste.

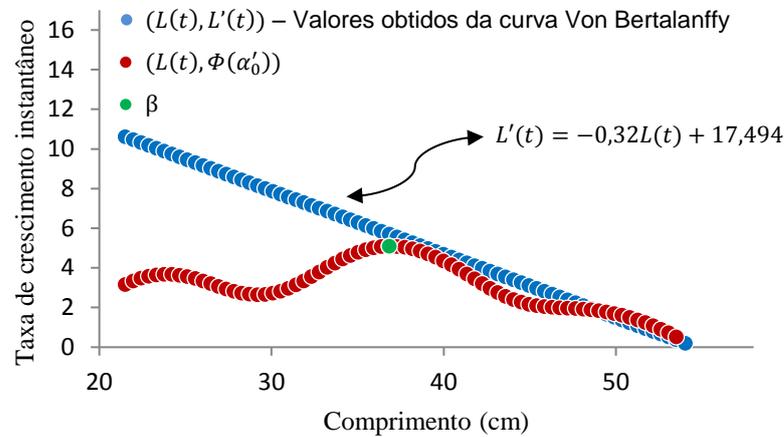


O modelo de crescimento de von Bertalanffy para a guaiuba – amostra capturada no litoral de Pernambuco – foi calculado e obteve-se a seguinte função: $L(t) = 54,67[1 - e^{-0,32(t+1,31)}]$, com $L_\infty = 54,67 \text{ cm}$, $k = 0,32$ e $t_0 = -1,31$ (CALADO NETO, et. al., 1998). Da equação (3.5.4), é possível obter $k = 0,3877$ e $L_\infty = 54,4 \text{ cm}$ da reta y (Figura 27), valores muito próximos aos parâmetros obtidos por Calado Neto et. al. (1998) acima mencionados. De modo análogo ao conjecturado nos itens anteriores para tainha, biquara e agulhinha branca, observamos também na guaiuba uma estreita correlação que reforça a tese de que $x \sim L(t)$ e $y \sim L'(t)$, sendo $L(t)$ e $L'(t)$ a função de von Bertalanffy da equação (3.5.1) e sua derivada, respectivamente, com $f(x) = y$ o ajuste linear que conserva a tendência do último par de pontos das razões em questão.

Basta agora verificar se as equações (4.1.1) e (4.1.2) ou (4.3.1) e (4.3.2) verificam-se também para a guaiuba, ou seja, se existe um fator de escala γ associado a espécie que torne a taxa de crescimento do parâmetro α_0 e a taxa de crescimento linear descrita pela curva de von Bertalanffy correlacionadas pelas equações citadas.

Observe na Figura 28 um comportamento linear decrescente do comprimento do peixe em função de sua taxa de crescimento, este padrão está descrito pela função $L'(t) = -0,32L(t) + 17,494$, onde podemos obter $k = 0,32$ e $L_\infty = 54,67$ pela equação (3.5.4), que são os parâmetros da curva de Von Bertalanffy para essa amostra. Vale ressaltar que $L'(t)$ foi obtida a partir da curva de von Bertalanffy já calculada por Calado Neto et. al. (1998), não o contrário. A série vermelha mostra uma transformação $[\Phi(\alpha'_0)]$ nos valores de α'_0 através da equação (4.3.2) com $\gamma = 2$ – valor empiricamente considerado apropriado para a espécie –, mostrando, a partir do ponto β – que possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_6 – um decréscimo aproximadamente equivalente à série azul, o que tornaria também possível a estimação dos parâmetros k e L_∞ para a amostra, apesar do método das razões supracitado mostrar uma melhor acurácia nessa estimação, como já dito antes.

Figura 28 – Da curva de von Bertalanffy: $L(t) = 54,67[1 - e^{-0,32(t+1,31)}]$ (CALADO NETO et. al., 1998) obtêm-se a função $L'(t) = -0,32L(t) + 17,494$, que, pela equação (3.5.4), obtemos $k = 0,32$ e $L_\infty = 54,67$. A série vermelha apresenta um conjunto de pontos que estão definidos pelo par ordenado $(L(t), \Phi(\alpha'_0))$, com $\Phi(\alpha'_0)$ obtido pela equação (4.3.2) com $\gamma = 2$. O ponto β possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_6 .

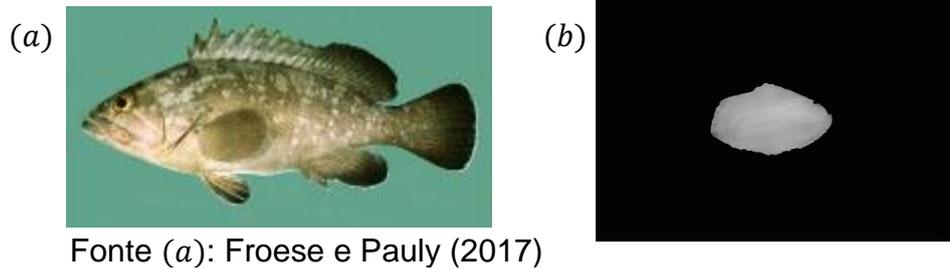


Com os resultados apresentados até aqui, temos uma validação das equações (4.1.1) e (4.1.2) para as espécies tainha e biquara, com um fator de escala $\gamma = 4$ e $\gamma = 1,5$ associados a cada espécie, respectivamente, e das equações (4.3.1) e (4.3.2) para a agulhinha branca e guaiuba, com um fator de escala $\gamma = 1,5$ e $\gamma = 2$ associados a cada espécie, respectivamente. Reitero que, na conclusão deste trabalho, encontra-se uma generalização dessas expressões com parâmetros suficientes para descreverem essas correlações nas espécies analisadas.

4.5 *Epinephelus marginatus* (Lowe, 1834)

Peixe que pertence à família *Serranidae*, a garoupa verdadeira (*Epinephelus marginatus*) é peixe hermafrodita protogínico (SMITH, 1965). Sua distribuição é bastante ampla, pode ser encontrado no Atlântico Leste e Sudoeste, Oceano Índico Ocidental e em todo o mar mediterrâneo. Os adultos preferem águas mais profundas e rochosas, enquanto que os juvenis são encontrados mais próximos a costa, isso desde águas rasas até os 200 m de profundidade. Os indivíduos maiores alimentam-se, sobretudo, de peixes associados ao recife de corais (FROESE e PAULY, 2017; ANDRADE, 2003; RANDALL e HEEMSTRA, 1993).

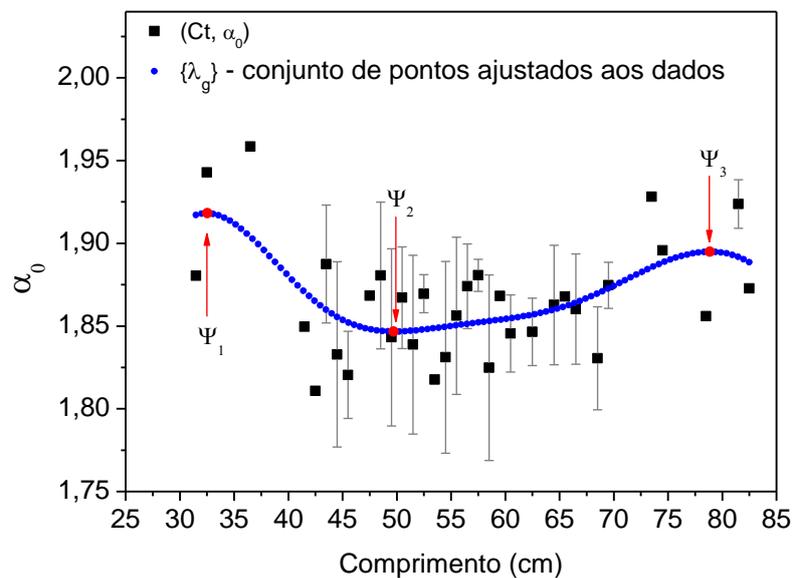
Figura 29 – Em (a), peixe da espécie *Epinephelus marginatus*. Em (b), exemplo de otólito de um indivíduo da amostra estudada.



Fonte (a): Froese e Pauly (2017)

As análises já realizadas nos itens 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4 para tainha, biquara, agulhinha branca e guaiuba, respectivamente, foram aplicadas também aos otólitos dos indivíduos dessa amostra, apresentando três principais tendências distintas para o parâmetro multifractal α_0 – o parâmetro decresce, seguido por um crescimento e, por fim, apresenta um pequeno decrescimento, isso à medida que o comprimento dos indivíduos aumentam – apresentando máximos e mínimos locais, a saber, Ψ_1 , Ψ_2 e Ψ_3 , como mostra a figura 30.

Figura 30 – $\Psi_1(a_1, b_1)$, $\Psi_2(a_2, b_2)$ e $\Psi_3(a_3, b_3)$ são máximos e mínimos locais do conjunto de pontos $\{\lambda_g\}$, com $a_1 = 32,5 \text{ cm}$, $a_2 = 49,7 \text{ cm}$ e $a_3 = 78,9 \text{ cm}$.

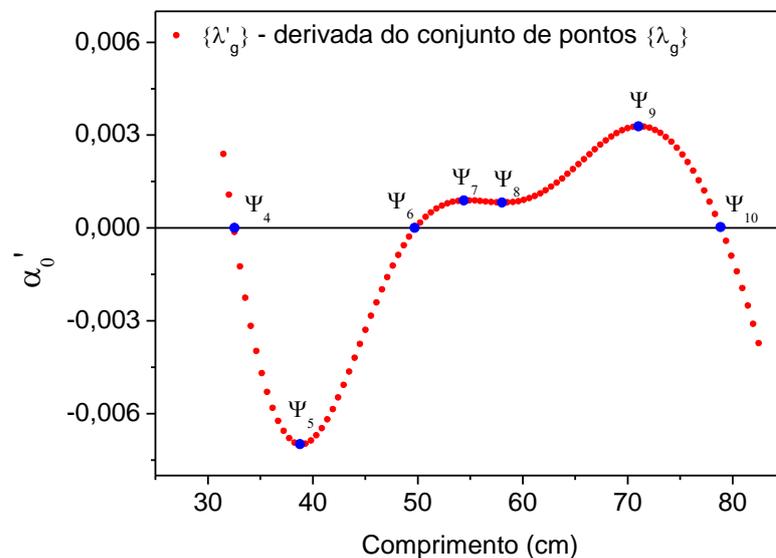


O comprimento de primeira maturação foi estimado em 47 cm utilizando análise macroscópica em gônadas (ANDRADE, 2003), comprimento próximo ao indicado pela abscissa de $\Psi_2(a_2, b_2)$ – que é o ponto mínimo do conjunto de pontos $\{\lambda_g\}$ –, com $a_2 = 49,7 \text{ cm}$, valor também próximo ao calculado por Seyboth (2011), com $L_{50} = 45,13 \text{ cm}$. Note que os valores do parâmetro multifractal α_0 referentes a nossa amostra, apresentam grande dispersão na vizinhança do ponto $\Psi_2 - L_{50}$ da espécie, como dito antes –, fato que poderia tornar este resultado pouco significativo, no entanto,

segundo Andrade (2003), o processo de maturação da garoupa verdadeira ocorre ao longo de uma vasta amplitude de comprimentos (35 a 60 *cm*). Nesse sentido, a dispersão apresentada aos dados na Figura 30 validam e conferem mais consistência a tese de que o parâmetro multifractal α_0 – que descreve as flutuações do contorno dos otólitos – está intrinsecamente correlacionado ao metabolismo dos peixes, em particular, da espécie em análise. O ponto notável Ψ_1 não apresenta interpretação biológica associada e o ponto Ψ_3 pode estar relacionado ao comprimento de inversão sexual que foi estimado entre 80 e 90 *cm* (CHAUVET, 1988; BARREIROS, 1998).

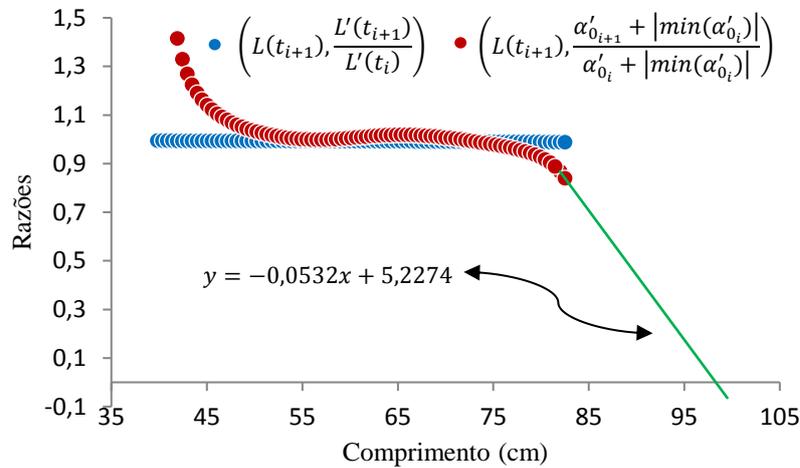
O conjunto de pontos $\{\lambda'_g\}$ – que representa a derivada do ajuste $\{\lambda_g\}$ (Figura 31) –, cujos pontos Ψ_4 , Ψ_6 e Ψ_{10} possuem a mesma abscissa de Ψ_1 , Ψ_2 e Ψ_3 , respectivamente, e que servem para determiná-las. Outros pontos notáveis, a saber, Ψ_5 , Ψ_7 , Ψ_8 e Ψ_9 – máximos e mínimos locais do conjunto de pontos $\{\lambda'_g\}$ –, não apresentam uma interpretação biológica notável associada.

Figura 31 – Primeira derivada $\{\lambda'_g\}$ do ajuste $\{\lambda_g\}$. $\Psi_4(a_1, 0)$, $\Psi_6(a_2, 0)$ e $\Psi_{10}(a_3, 0)$ são pontos onde a derivada é igual a zero, logo as abscissas desses pontos são iguais as abscissas dos pontos Ψ_1 , Ψ_2 e Ψ_3 .



Uma sequência ordenada de razões foi obtida a partir da curva de crescimento de von Bertalanffy para a espécie, gerando um conjunto de pontos definidos pelo par ordenado $(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)})$. Analogamente, no conjunto de pontos $\{\lambda'_g\}$, também foram calculadas razões que estão definidas pelo par ordenado $(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|})$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste (Figura 32).

Figura 32 – Razões em Von Bertalanffy definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{L'(t_{i+1})}{L'(t_i)}\right)$. Razões em $\{\lambda'_g\}$ definidas pelo par ordenado $\left(L(t_{i+1}), \frac{\alpha'_{0_{i+1}} + |\min(\alpha'_{0_i})|}{\alpha'_{0_i} + |\min(\alpha'_{0_i})|}\right)$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e n a quantidade de pontos do ajuste.



O modelo de crescimento de von Bertalanffy para garoupa verdadeira foi calculado e obteve-se $L(t) = 90[1 - e^{-0,129(t+1,45)}]$, com $L_\infty = 90 \text{ cm}$, $k = 0,129$ e $t_0 = -1,45$ (CONDINI et. al., 2014) e $L(t) = 124,9[1 - e^{-0,069(t+1,49)}]$, com $L_\infty = 124,9 \text{ cm}$, $k = 0,069$ e $t_0 = -1,49$ (SEYBOTH et. al., 2011). Da equação (3.5.4), é possível obter $k = 0,0532$ e $L_\infty = 98,26 \text{ cm}$ da reta y (Figura 32), valores próximos aos parâmetros obtidos pelos autores mencionados e, especificamente, no caso do $L_\infty = 98,26 \text{ cm}$, tem-se um valor pertencente ao intervalo entre os obtidos pelos referidos autores. De modo análogo ao conjecturado nos itens anteriores para tainha, biquara, agulhinha branca e guaiuba, observamos também na garoupa verdadeira uma estreita correlação que reforça a tese de que $x \sim L(t)$ e $y \sim L'(t)$, sendo $L(t)$ e $L'(t)$ a função de von Bertalanffy da equação (3.5.1) e sua derivada, respectivamente, com $f(x) = y$ o ajuste linear que conserva a tendência do último par de pontos das razões em questão.

Para esta espécie, observamos também uma necessária modificação em um valor constante na equação (4.1.1) e (4.1.2), assim como foi realizado para a agulhinha branca e guaiuba nas equações (4.3.1) e (4.3.2). Nessa conjuntura, com base nessas verificações, conjecturamos que a taxa de crescimento do parâmetro α_0 e a taxa de crescimento linear descrita pela curva de von Bertalanffy, para esta espécie, ficam correlacionadas pela seguinte expressão:

$$\alpha'_0 \sim 10^{-2} \left(\frac{L'(t)}{\gamma} - 3 \right) \quad (4.5.1)$$

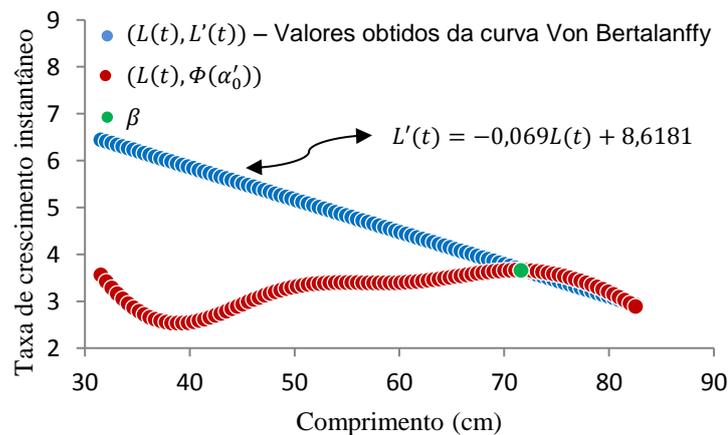
ou

$$L'(t) \sim \gamma(10^2 \alpha'_0 + 3) \quad (4.5.2)$$

sendo $L'(t)$ a derivada da função de von Bertalanffy, α'_0 a derivada do parâmetro multifractal α_0 ajustado pelo Método de Diferenciação de Dados Experimentais e γ um fator de escala associado a espécie.

Na série azul (Figura 33), observe um comportamento linear decrescente do comprimento do peixe em função de sua taxa de crescimento, este padrão está descrito pela função $L'(t) = -0,069L(t) + 8,6181$, onde podemos obter $k = -0,069$ e $L_\infty = 124,9 \text{ cm}$ pela equação (3.5.4), que são os parâmetros da curva de von Bertalanffy para essa amostra. Vale ressaltar que $L'(t)$ foi obtida a partir da curva de von Bertalanffy já calculada por Condini et. al. (2014), não o contrário. A série vermelha mostra uma transformação $[\Phi(\alpha'_0)]$ nos valores de α'_0 através da equação (4.5.2) com $\gamma = 1,1$ – valor empiricamente considerado apropriado para a espécie –, mostrando, a partir do ponto β – que possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_9 – um decréscimo aproximadamente equivalente à série azul, o que tornaria também possível a estimação dos parâmetros k e L_∞ para a amostra, apesar do método das razões supracitado mostrar uma melhor acurácia nessa estimação, como já dito antes.

Figura 33 – Da curva de von Bertalanffy: $L(t) = 124,9[1 - e^{-0,069(t+1,49)}]$ (CONDINI et. al., 2014), obtêm-se a função $L'(t) = -0,069L(t) + 8,6181$, que, pela equação (3.5.4), obtemos $L_\infty = 124,9 \text{ cm}$ e $k = 0,069$. A série vermelha apresenta um conjunto de pontos que estão definidos pelo par ordenado $(L(t), \Phi(\alpha'_0))$, com $\Phi(\alpha'_0)$ obtido pela equação (4.5.2) com $\gamma = 1,1$. O ponto β possui o mesmo valor da abscissa de Ψ_9 .



Na conclusão deste trabalho, encontra-se uma generalização das equações (4.1.1), (4.3.1) e (4.5.1) com parâmetros suficientes para descreverem essas correlações nas espécies analisadas.

5 CONCLUSÃO

i) As flutuações do contorno de otólitos de peixes das espécies estudadas, quantificadas através do parâmetro multifractal α_0 , demonstram uma sensibilidade a eventos notáveis relacionados ao metabolismo das espécies, de modo particular, ao comprimento de primeira maturação sexual;

ii) A taxa de crescimento do parâmetro multifractal α_0 das flutuações do contorno dos otólitos está relacionada com a taxa de crescimento do comprimento do peixe, isso apenas com uma defasagem de escala. Esta relação, derivada das equações (4.1.1), (4.3.1) e (4.5.1), pode ser generalizada com a introdução de mais um parâmetro associado as espécies pela a seguinte expressão:

$$\alpha'_0 \sim 10^{-2} \left(\frac{L'(t)}{\gamma} - \delta \right) \quad (5.1.1)$$

ou

$$L'(t) \sim \gamma(10^2 \alpha'_0 + \delta) \quad (5.1.2)$$

sendo $L'(t)$ a derivada da função de von Bertalanffy, α'_0 a derivada do parâmetro multifractal α_0 ajustado pelo Método de Diferenciação de Dados Experimentais e γ , δ fatores de escala associados às espécies. Para tainha e biquara temos $\gamma = 4$ e $\gamma = 1,5$ associados a cada espécie, respectivamente, com $\delta = 1$ comum para estas amostras. Um valor comum ($\delta = 2$) também foi observado para as espécies agulhinha branca e guaiuba, com um fator de escala $\gamma = 1,5$ e $\gamma = 2$ associados, respectivamente. Para a garoupa verdadeira, os parâmetros adequados foram $\gamma = 1,1$ e $\delta = 3$.

iii) É possível estimar parâmetros de crescimento da curva de von Bertalanffy através das flutuações do contorno de otólitos.

iv) Trabalhos futuros: a) Aplicar o procedimento em outras espécies de peixes; b) investigar correlações com outros parâmetros multifractais – além do α_0 – e parâmetros biológicos dos peixes; c) Avaliar se os valores dos parâmetros γ , δ da equação (5.1.1) verificam-se para outras amostras das mesmas espécies aqui analisadas e investigar a validade dessa equação para outras espécies.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEMAND, D.; MAYER-GOSTAN, N.; DE PONTUAL, H.; BOEUF, G.; PAYAN, P. **Fish Otolith Calcification in Relation to Endolymph Chemistry**, Weinheim: Wiley/VCH, chapter 7. pp. 291–308, 2007.

ANDRADE, Áthila Bertoncini et. al. **Reproductive biology of the dusky grouper *Epinephelus marginatus* (Lowe, 1834)**. Braz. arch. biol. technol., Curitiba, v. 46, n. 3, p. 373-382, June 2003.

APPELDOORN, R.S.; AGUILAR-PERERA, A.; BOUWMEESTER, B.L.K.; DENNI, S. G.D. e outros autores. **Movement of fishes (grunts: Haemulidae) across the coral reef seascape: a review of scales, patterns and processes**. Caribb J Sci 45: 304–316, 2009.

ARAÚJO J. N. e MARTINS A. S. **Age, growth and mortality of white grunt (*Haemulon plumierii*) from the central coast of Brazil**. Scientia Marina, 71(4), 793-800, 2007.

BARREIROS, J. P. **Inversão sexual em *Epinephelus marginatus* (Lowe, 1834) (Pisces: Serranidae, Epinephelinae) nos Açores**. Revista Portuguesa de Zootecnia, 5: (1), 81-90, 1998.

BIZERRIL, C.R.S.F & Costa, P.A.S. **Peixes marinhos do Estado do Rio de Janeiro**. FEMAR, SEMADS, 233 p., Rio de Janeiro, 2001.

CALADO NETO A. V.; SILVA A. L. N.; MATTOS, S. M. G. **Aspectos da dinâmica populacional da guaiuba *Ocyurus chrysurus*, (Bloch, 1791) Do litoral do estado de Pernambuco**. Boletim Técnico Científico do CEPENE, v. 6(1), p. 73 – 87, 1998.

CAMPANA, Steven E - 1999. **Chemistry and composition of fish otoliths: pathways, mechanisms and applications**. Mar Ecol. Prog Ser. Vol. 188 263-297.

CARVALHO, V. A.; BRANCO, R. **Relações de espécies marinhas e estuarinas no Nordeste brasileiro**. Brasília, Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Pesqueiro do Brasil, 60p, 1977.

CERVIGÓN, F.; CIPRIANI, R. W.; FISCHER, L.; GARIBALDI, M.; HENDRICKX, A.J.; LEMUS, R.; MÁRQUEZ, J.M.; POUTIERS, G. & RODRIGUEZ, B. **Fichas FAO de identificación de especies para los fines de la pesca. Guía de campo de las especies comerciales marinas y de aguas salobres de la costa septentrional de Sur América**. FAO, Roma, 513 p., 1992.

CHAUVET, C. **Étude de la croissance du mérout *Epinephelus guaza* (Linnaeus, 1758) des côtes tunisiennes**. Aquatic Living Resources, 1, 277-288, 1988.

CONDINI, M.V.; ALBUQUERQUE, C. Q.; GARCIA, A. M. **Age and growth of Dusky Grouper (*Epinephelus marginatus*) (Perciformes: Epinephelidae) from its southernmost population in Southwestern Atlantic, with a size comparison**

between offshore and littoral habitats. Fishery Bulletin (Washington, D.C.), v. 112, p. 311-321, 2014.

DARCY, G.H. **Synopsis of biological data on the Grunts *Haemulon aurolineatum* and *H. plumierii* (Pisces: Haemulidae).** NOAA Technical Report NMFS Circular 448. FAO Fish. Synopsis, 133: 37 pp. 1983.

DUARTE-NETO, P. J.; LESSA, R.; STOSIC, B.; MORIZE, E. **The use of sagittal otoliths in discriminating stocks of common dolphinfish (*Coryphaena hippurus*) off northeastern Brazil using multishape descriptors.** ICES Journal of Marine Science 65: 1114–1152, 2008.

DUARTE-NETO, P.J. **Multifractal analysis of closed contour fluctuations.** Tese de doutorado em Biometria e Estatística Aplicada - UFRPE. Editora Universitária, Recife, 2012.

DUARTE-NETO, P. J.; STOSIC, B.; STOSIC, T.; LESSA, R.; MILOSEVIC, M. V.; STANLEY, H. E.. **Multifractal Properties of a Closed Contour: A Peek beyond the Shape Analysis.** Plos One, v. 9, p. e115262, 2014.

ESPINO-BARR E., GALLARDO-CABELLO M., CABRAL-SOLÍS E.G., PUENTE-GÓMEZ M. & GARCÍA-BOA A. **Otoliths analysis of *Mugil curema* (Pisces: Mugilidae) in Cuyutlan Lagoon, Mexico.** Avances en Investigación Agropecuaria, 17: 35-64, 2013.

FABLET, R.; PECQUERIE, L.; de PONTUAL, H.; HØIE, H.; MILLNER, R.; et. al. **Shedding light on fish otolith biomineralization using a bioenergetic approach.** PLoS ONE 6: e27055, 2011.

FRIMODT, C. **Multilingual illustrated guide to the world's commercial warmwater fish.** Fishing News Books, Osney Mead, Oxford, England. 215p, 1995.

FROESE, R. e D. PAULY. Editores. **FishBase.** Publicação eletrônica da World Wide Web. www.fishbase.org, (10/2017), 2017.

GREEN, B. S. et al. **Tropical Fish Otoliths: Information for Assessment, Management and Ecology.** New York: Springer, 2009.

IBAÑEZ, A. L.; GUTIERREZ-BENÍTEZ, O. **Climate variables and spawning migrations of the striped mullet and white mullet in the north-western area of the Gulf of Mexico.** Journal of Fish Biology, 2014.

IVANOV, P.C. et al. **Multifractality in human heartbeat dynamics.** Physical Review Letters 389: 461–465, 1999.

JOHNSON. A. G. **Age and growth of yellowtail snapper from South Florida.** Trans. Am. Fish. Soc., 112:173-177, 1983.

KANTELHARDT, J. W. et al. **Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series.** Physica A, v. 316, p. 87–114, 2002.

LECOMTE-FINIGER, R. **L'otolithe: la boîte des téléostéens**. *Année*, v. 38, p. 107–122, 1999.

LESSA, R.P.; NÓBREGA, M.F. & BEZERRA Jr., J.L. **Dinâmica de populações e avaliação dos estoques dos recursos pesqueiros da região nordeste**. Relatório Final, Programa REVIZEE/SCORE-NE, 274 p., vol. II, Recife, 2004.

LESTREL, P. E. **Introduction and overview of fourier descriptors**. In: P. E. LESTREL. *Fourier Descriptors and Their Applications in Biology*. Cambridge: Cambridge University Press, cap. 2, p. 22–44, 1997.

LUBANSKY, A. S. et. al. **A General Method of Computing Derivative of Experimental Data**. *AIChE Journal*, v. 52, n.1, p.323-332, 2006.

MANOOCH, C. S. **Age and growth of snappers and groupers**. In: Polovina, J. J. & Ralston, S. eds *Tropical snapper and groupers: biology and fisheries management*. Boulder, Westview Press, p.329-373, 1987.

MENEZES, N. A.; FIGUEIREDO, J. L. **Manual de peixes marinhos do Sudeste do Brasil**. IV Teleostei (3), São Paulo, Museu de Zoologia – USP, 96p, 1980.

MENEZES, N.A. **Guia prático para o conhecimento e identificação de tainhas e paratis (Pisces, Mugilidae) do litoral brasileiro**. *Rev. Bras. Zool.*, v.2, n.1, p.1-12, 1983.

PADGETT, S.M. **Age, growth, and reproductive biology of the white grunt, *Haemulon plumieri*, along the southeast Atlantic Coast of the United States**. South Carolina: Univ. Charleston. 122p, (1997)

PANELLA, G. **Fish otoliths: Daily growth layers and periodical patterns**. *Science* 173: 1124–1126, 1971.

PANFILI, J., H. de Pontual, H. Troadec & P.J.Wright, (eds.). **Manual of fish sclerochronology**. Brest, France. Ifremer-IRD coedition, 464 p, 2002.

PENG, C.-K. et al. **Mosaic organization of dna nucleotides**. *Physical Review E, APS*, v. 49, n. 2, p. 1685, 1994.

PIERA, J. et al. **Otolith shape feature extraction oriented to automatic classification with open distributed data**. *Marine and Freshwater Research* 56: 805–814, 2005.

POPPER, A. N.; Hoxter, B. **The fine structure of the sacculus and lagena of a teleost fish**. *Hearing Research*, v. 5, p. 245–263, 1981.

POTTS, J.C.; MANOOCH, C.S. **Differences in the age and growth of white grunt (*Haemulon plumieri*) from North Carolina and South Carolina compared with southeast Florida**. *Bull. Mar. Sci.* 68, 1-12, 2001.

RANDALL, J.E. **Food habits of reef fishes of the West Indies**. *Stud. Trop. Oceanogr.* 5, 665-847, 1967.

RANDALL, J. E. & HEEMSTRA, P. C. **Groupers of the world (Family Serranidae, Subfamily Epinephelinae)**. FAO Fisheries Synopsis 125, 382 pp., Rome: FAO, 1993.

SANTANA, F. M.; MORIZE, E.; CLAVIER, J.; LESSA, R. **Otolith micro-and macrostructure analysis to improve accuracy of growth parameter estimation for white mullet *Mugil curema***. *Aquatic Biology* 7: 199-206, 2009.

SECKENDORFF, R. W. VON E AZEVEDO, V. G. de. **Abordagem Histórica da Pesca da Tainha *Mugil platanus* e Parati *Mugil curema* (Perciformes: Mugilidae) no Litoral Norte do Litoral de São Paulo**. Série Relatórios Técnicos, Instituto de Pesca, São Paulo. Vol. 28: pp. 1-8, 2007.

SEYBOTH, E.; CONDINI, M.V.; ALBUQUERQUE, C. Q.; VARELA, A. S.; VELASCO, G.; Vieira, J. P.; GARCIA, A. M. **Age, growth, and reproductive aspects of the dusky grouper *Mycteroperca marginata* (Actinopterygii: Epinephelidae) in a man-made rocky habitat in southern Brazil**. *Neotropical Ichthyology* (Impresso), v. 9, p. 1-2, 2011.

SHIMIZU, Y.; THURNER, S.; EHRENBERGER, K. **Multifractal spectra as a measure of complexity in human posture**. *Fractals*, World Scientific, v. 10, n. 01, p. 103–116, 2002.

SHINOZAKI-MENDES, R.A.; SANTANDER-NETO, J.; SILVA, J.R.F.; HAZIN, F.H.V. **Reproductive biology of *Haemulon plumierii* (Teleostei: Haemulidae) in Ceará state, Northeastern Brazil**. *Braz. J. Biol.*, v.73 (2), p. 391-396, 2013.

SMITH, C.L. **National Audubon Society field guide to tropical marine fishes of the Caribbean, the Gulf of Mexico, Florida, the Bahamas, and Bermuda**. New York: Alfred A. Knopf, Inc., 1997. 720 pp, 1997.

SMITH, C.L. **The pattern of sexuality and the classification of serranid fishes**. *American Museum Novitates* 2207, 1-20, 1965.

SPARRE, P.; VENEMA, S.C.. **Introdução à avaliação de mananciais de peixes tropicais. Parte 1: Manual**. FAO Documento Técnico sobre as Pescas. No. 306/1, Rev. 2. Roma, FAO. 1997. 404p.

STOSIC, DARKO; STOSIC, DUSAN; STOSIC, T; STOSIC, B; STANLEY, H. E. **Multifractal analysis of managed and independent float exchange rates**. *Physica A* (Print). v. 428, p. 13-18, 2015.

STOSIC, T; STOSIC, B. **Multifractal analysis of human retinal vessels**. *IEEE Transactions on Medical Imaging* 25: 1101–1107, 2006.

TORRES, C.M.; Travassos, P.; Figueiredo, M.B.; Hazin, F.; Campos, D.F. & Andrade, F. **Biologia reprodutiva de *Mugil curvidens* e *Mugil incilis* no litoral norte de Alagoas**. *Rev. Bras. Ciên. Agrar.*, Recife, v.3, n.1, p.68-73, 2008.

TULEVECH, S.M. e RESKSIEK, C.W. **Acoustic tracking of adult white grunt, *Haemulon plumieri*, in Puerto Rico and Florida.** Fisheries Research 19, 301-319, 1994.

VON BERTALANFFY, L. **A quantitative theory of organic growth (inquiry on growth laws II).** Hum Biol 10:181–213, 1938.

APÊNDICE A - Tabelas de frequências

Os indivíduos de todas as espécies analisadas foram agrupados em classes de comprimento de amplitude 1 cm, como descrito no item 3.4. As tabelas abaixo apresentam a frequência absoluta e relativa dos indivíduos de cada espécie por classe de comprimento.

<i>Mugil curema</i>		
Comprimento (cm)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
1 - 2	2	2,941%
2 - 3	1	1,471%
5 - 6	1	1,471%
8 - 9	3	4,412%
9 - 10	2	2,941%
11 - 12	3	4,412%
13 - 14	2	2,941%
14 - 15	6	8,824%
16 - 17	2	2,941%
18 - 19	4	5,882%
19 - 20	5	7,353%
20 - 21	5	7,353%
21 - 22	3	4,412%
22 - 23	2	2,941%
23 - 24	2	2,941%
24 - 25	6	8,824%
25 - 26	3	4,412%
26 - 27	2	2,941%
27 - 28	2	2,941%
28 - 29	1	1,471%
29 - 30	2	2,941%
30 - 31	5	7,353%
33 - 34	2	2,941%
34 - 35	1	1,471%
35 - 36	1	1,471%
Total	68	100%

<i>Haemulon plumierii</i>		
Comprimento (cm)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
12 † 13	2	1,418%
13 † 14	3	2,128%
14 † 15	8	5,674%
15 † 16	9	6,383%
16 † 17	8	5,674%
17 † 18	8	5,674%
18 † 19	12	8,511%
19 † 20	10	7,092%
20 † 21	15	10,638%
21 † 22	8	5,674%
22 † 23	10	7,092%
23 † 24	9	6,383%
24 † 25	11	7,801%
25 † 26	10	7,092%
26 † 27	5	3,546%
27 † 28	3	2,128%
28 † 29	3	2,128%
29 † 30	4	2,837%
30 † 31	1	0,709%
31 † 32	1	0,709%
32 † 33	1	0,709%
Total	141	100%

<i>Hyporhamphus unifasciatus</i>		
Comprimento (cm)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
15 † 16	1	1,587%
16 † 17	1	1,587%
17 † 18	5	7,937%
18 † 19	2	3,175%
19 † 20	7	11,111%
20 † 21	8	12,698%
22 † 23	8	12,698%
23 † 24	5	7,937%
24 † 25	6	9,524%
25 † 26	8	12,698%
26 † 27	6	9,524%
27 † 28	4	6,349%
30 † 31	1	1,587%
31 † 32	1	1,587%
Total	63	100%

<i>Ocyurus chrysurus</i>		
Comprimento (cm)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
21 † 22	2	3,636%
24 † 25	1	1,818%
25 † 26	3	5,455%
26 † 27	2	3,636%
27 † 28	2	3,636%
28 † 29	3	5,455%
30 † 31	2	3,636%
31 † 32	1	1,818%
32 † 33	4	7,273%
33 † 34	5	9,091%
36 † 37	6	10,909%
37 † 38	2	3,636%
38 † 39	2	3,636%
39 † 40	2	3,636%
40 † 41	2	3,636%
41 † 42	3	5,455%
42 † 43	1	1,818%
43 † 44	2	3,636%
44 † 45	4	7,273%
45 † 46	1	1,818%
46 † 47	2	3,636%
48 † 49	1	1,818%
49 † 50	1	1,818%
53 † 54	1	1,818%
Total	55	100%

<i>Epinephelus marginatus</i>		
Comprimento (cm)	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
31 † 32	1	1,299%
32 † 33	1	1,299%
36 † 37	1	1,299%
41 † 42	1	1,299%
42 † 43	1	1,299%
43 † 44	2	2,597%
44 † 45	3	3,896%
45 † 46	2	2,597%
47 † 48	1	1,299%
48 † 49	5	6,494%
49 † 50	5	6,494%
50 † 51	4	5,195%
51 † 52	6	7,792%
52 † 53	2	2,597%
53 † 54	1	1,299%
54 † 55	4	5,195%
55 † 56	4	5,195%
56 † 57	4	5,195%
57 † 58	3	3,896%
58 † 59	2	2,597%
59 † 60	1	1,299%
60 † 61	2	2,597%
62 † 63	2	2,597%
64 † 65	5	6,494%
65 † 66	1	1,299%
66 † 67	2	2,597%
68 † 69	2	2,597%
69 † 70	3	3,896%
73 † 74	1	1,299%
74 † 75	1	1,299%
78 † 79	1	1,299%
81 † 82	2	2,597%
82 † 83	1	1,299%
Total	77	100%