

EVELYN SOUZA CHAGAS

**Análise multifractal das correlações cruzadas entre séries
temporais de precipitação e vazão**

RECIFE-PE – FEVEREIRO/2014.



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

**Análise multifractal das correlações cruzadas entre séries
temporais de precipitação e vazão**

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em
Biometria e Estatística Aplicada como
exigência parcial à obtenção do título de
Mestre.

Área de Concentração: Biometria e
Estatística Aplicada.

Orientador: Prof^o. Dr. Wilson Rosa de Oliveira Junior

Coorientadora: Prof^a. Dr^a. Tatijana Stosic

RECIFE-PE – FEVEREIRO/2014.

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA
APLICADA**

**Análise multifractal das correlações cruzadas entre séries temporais de
precipitação e vazão**

EVELYN SOUZA CHAGAS

Dissertação julgada adequada para
obtenção do título de Mestre em Biometria
e Estatística Aplicada, defendida e
aprovada por unanimidade em 21/02/2014
pela Banca Examinadora.

Orientador:

Prof^o. Dr. Wilson Rosa de Oliveira Junior
DEINFO - UFRPE

Banca Examinadora:

Prof^a. Dr^a. Tatijana Stosic
DEINFO - UFRPE

Prof^o. Dr. Borko D. Stosic
DEINFO - UFRPE

Prof^o. Dr. Pedro Hugo de Figueirêdo
DF - UFRPE

Dedico este trabalho aos meus pais Edna e Adelson, aos meus irmãos Richard e Wendell, e ao meu noivo Orlando, vocês foram o alicerce para esta conquista.

AGRADECIMENTOS

Ao meu Deus, razão da minha existência e das bênçãos em minha vida, meu louvor, minha adoração e minha gratidão. Sua constante presença ao meu lado, me conduzindo, me fortalecendo, preservando minha vida e me dando vitórias sobre vitórias em toda minha trajetória desde o nascimento, é tão imprescindível quanto o ar que nos concede para respirar. TE ADORO... TE AMO... MEU ETERNO DEUS.

Aos meus pais, Adelson e Edna, que me deram a vida e no trilhar da mesma, ensinaram-me que para alcançar o sucesso é necessário ter dignidade, perseverança e superação. A estes que nos momentos mais tenebrosos e obscuros dessa caminhada me fizeram entender que por mais árdua que seja a batalha, por mais difícil que seja a caminhada, segui-la com Deus e tendo como escudo a fé, alcançaremos os sonhos almejados, Deus os cubra permanentemente com a bênção do amor, da paz e da felicidade.

Ao meu noivo Orlando, seu exemplo de coragem e determinação, aliado ao companheirismo, carinho e compreensão, em muitas vezes ter que se ausentar para que eu pudesse me dedicar aos estudos, foi um forte estímulo para tão grande sucesso. Sua atitude me assegura que: viver ao seu lado é realizar mais e mais sonhos.

Aos manos Richard e Wendell, companheiros de caminhada, brincadeiras, sorrisos, dores, inquietudes... Meus cúmplices... Suas presenças, apoio e vibração, por cada etapa conquistada, foram ingredientes motivadores para que eu chegasse até o final dessa jornada, obrigada, muito obrigada.

Aos meus queridos avós, tios e primos, obrigada pelo apoio transmitido seja através de um simples olhar expressivo, um sorriso, uma admiração, um abraço e orações. Vocês fizeram valer essa conquista, por isso estarão sempre presentes no meu sucesso.

A minha coorientadora Prof^a. Dr^a. Tatijana Stosic meu ponto de apoio, de incentivo, de atenção, a qual não mediu esforços no compartilhar conhecimentos e pela dedicação: minha gratidão constante e admiração permanente. Por acreditar e me motivar a buscar a conclusão dessa etapa, para isso reorganizando sua agenda para poder me atender, Rogo a Deus que a abençoe sempre, grande Amiga.

Ao meu orientador Prof^o. Dr. Wilson Rosa que foi além do tradicional, para compreender, ser paciente, acreditar em mim e permitir me dividir com minhas atribuições, responsabilidades estudantis e profissionais sem, deixar que perdesse o foco na realização deste sonho: A conclusão do Mestrado, meu obrigado e minha gratidão.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada em especial ao Prof^o. Dr. Borko Stosic pela grande contribuição no meu trabalho.

A minha grande amiga Lêda Valéria e Hérica que começaram e continuam comigo, desde a faculdade, sempre presente em cada momento, afirmo: a companhia, o carinho e amizade foram importantes para vencer essa jornada, Deus com seu amor e misericórdia guarde-as a cada momento.

A todos os colegas, da biometria pelos momentos vividos juntos e conhecimentos compartilhados e aqueles que de tão próximos, se tornaram uma família: Lêda, Hérica, Thaíze, Bárbara, Alessandro, Ricardo (gato preto), Ricardo, Diego, Samuel, Rodrigo, Lázaro, Rivelino e Djalma, meu reconhecimento, carinho e gratidão.

A Alessandro, amigo de todas as horas, sempre prestativo, nosso suporte ao chegarmos a Recife, um grande professor e incentivador nos fazendo sonhar alto, minha gratidão permanente.

Aos amigos Samuel e Rodrigo que não mediu esforços, sempre disponíveis a qualquer hora para nos ensinar: probabilidade, inferência e estatística computacional, além da linda amizade, muito, muito obrigada!

A CAPES pelo apoio financeiro, ao secretário Marcos, um amigo sempre pronto a ajudar, minha gratidão e reconhecimento.

A Universidade Federal de Sergipe e Rural de Pernambuco pela oportunidade de adquirir e ampliar meus conhecimentos, sempre me orgulhará.

Enfim, a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização dessa conquista, deste sonho, a minha gratidão permanente e que Deus os conduza sempre com paz, saúde e prosperidade.

“Posso todas as coisas naquele que me fortalece” (Filipenses 4:13)

RESUMO

Sistemas hídricos são compostos por vários componentes (precipitação, escoamento, evaporação, transpiração, infiltração, etc) e exibem um comportamento não linear, com todos os componentes individuais exibindo um comportamento não linear também. Apesar da não linearidade dos processos hidrológicos ter sido reconhecida por muitos anos, o desenvolvimento recente do poder computacional e tecnologias de aquisição de dados proporcionam ferramentas poderosas para avaliar os métodos existentes e desenvolver novas técnicas mais eficientes para estudar a variabilidade espacial e temporal e a complexidade desses fenômenos. Considerando-se que a precipitação é o fator natural que mais influencia o regime de fluxo de vazão, neste trabalho estuda-se a relação não linear entre os componentes do sistema hidrológico, através da análise de correlações multifractais de séries temporais individuais de precipitação e vazão, assim como correlações cruzadas entre os dois processos. Para isto, são aplicados os métodos *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)* e *Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis (MF-DXA)* em séries temporais diárias de precipitação e vazão registradas na Bacia do Rio Piracicaba, a qual está localizada no estado de São Paulo, Brasil. Os resultados mostram que séries temporais da precipitação e vazão possuem correlações e correlações cruzadas multifractais indicadas pelo comportamento das medidas multifractais: expoente de Hurst generalizado, expoente de Rényi e espectro multifractal. O espectro multifractal obtido pela análise de correlação cruzada (MF-DXA) é semelhante ao espectro multifractal da vazão (obtido pelo MF-DFA) para as sub-bacias Corumbataí, Jaguari e Atibaia, enquanto para as sub-bacias Camanducaia e Piracicaba a multifractalidade das correlações cruzadas é semelhante a multifractalidade da precipitação. Esta diferença poderia ser relacionada ao uso da terra e o tipo de solo que afeta o processo de evapotranspiração, e conseqüentemente todo o ciclo hidrológico da bacia.

Palavras-chave: Multifractalidade, Correlação de longo alcance, Correlação cruzada.

ABSTRACT

Hydrological systems are composed of many components (precipitation, runoff, evaporation, transpiration, infiltration, etc.) and exhibit nonlinear behavior, with all individual components exhibiting non linear behavior as well. Although nonlinearity of hydrological processes has been recognized for many years, recent development of computational power and data acquisition technologies provide researches with powerful tools to evaluate existing methods and develop new more efficient techniques to study spatial and temporal variability and complexity of these phenomena. Considering that rainfall is the mayor natural factor that governs the stream flow regime, in this work we study non linear relationship between these components of the hydrological system, by examining multifractal correlations of individual rainfall and streamflow temporal series, as well as multifractal cross correlations between two processes. To this end we apply methods *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)* and *Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis (MF-DXA)* on daily rainfall and streamflow temporal series registered in Piracicaba River Basin which is located in the state of São Paulo, Brazil. The results show that rainfall and streamflow temporal series exhibit multifractal correlations and cross correlations indicated by the generalized Hurst exponent, Renyi exponent and multifractal spectrum. The multifractal spectrum obtained by cross correlation analysis is similar to the multifractal spectrum of streamflow, for Corumbataí, Jaguari e Atibaia sub-basin, while for Camanducaia and Piracicaba sub-basin the cross correlation spectrum is more similar to the multifractal spectrum of precipitation. This difference could be related with land use and type of soil that affect the process of evapotranspiration and thus the whole hydrological cycle.

Keywords: Multifractality, Long-range correlation, Cross-correlation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Chuvas convectivas. Fonte: FORSDYKE, A. G., 1975.	4
Figura 2 - Chuvas frontais. Fonte: FORSDYKE, A. G., 1975.	5
Figura 3 - Chuvas orográficas. Fonte: FORSDYKE, A. G., 1975.	6
Figura 4 – Hidrograma típica. Fonte: PINTO ET. AL., 1988.	11
Figura 5 - Nível do lençol freático. Fonte: PINTO ET. AL., 1988.	11
Figura 6 - Fractal determinístico triângulo Sierpinski (VISCEK, 1993).	13
Figura 7 - Exemplo de um fractal estocástico.	13
Figura 8 – Processo fractal da frequência cardíaca (GOLDBERGER et., al., 2001).	16
Figura 9 – Principais rios e tributários da Bacia do Piracicaba. Fonte: CENA, 2014.	21
Figura 10 - Séries temporais de vazão (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996.	32
Figura 11 – Séries temporais de vazão (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Camanducaia (estação 3D-002) no período de 1945 a 2003.	33
Figura 12 - Séries temporais de vazão (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Corumbataí (estação 4D4-021) no período de 1973 a 2003.	33
Figura 13 - Séries temporais de vazão (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.	33
Figura 14 - Séries temporais de vazão (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.	34
Figura 15 - Séries temporais de precipitação (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996.	34
Figura 16 - Séries temporais de precipitação (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.	35
Figura 17 - Séries temporais de precipitação (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Corumbataí (estação D4-035) no período de 1937 a 1996.	35
Figura 18 - Séries temporais de precipitação (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.	35
Figura 19 - Séries temporais de precipitação (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.	36

Figura 20 – Histograma da série temporal de precipitação para as bacias hidrográficas (a) Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.....	37
Figura 21 - Histograma da série temporal de precipitação para as bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estação D4-035) no período de 1937 a 1996; (d) Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.	37
Figura 22 - Histograma da série temporal de precipitação para a bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.....	38
Figura 23 - Histograma da série temporal de vazão para as bacias hidrográficas (a) Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996; (b) Camanducaia (estação 3D-027) no período de 1945 a 2003.	38
Figura 24 - Histograma da série temporal de vazão para as bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estação 4D-021) no período de 1973 a 2003; (d) Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.	38
Figura 25 - Histograma da série temporal de vazão para a bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.	39
Figura 26 – Gráfico MF-DFA da função de flutuação $Fq(n)$ versus (n) para a vazão das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996 e (b) Camanducaia (estação 3D-002) no período de 1945 a 2003.	40
Figura 27 - Gráfico MF-DFA da função de flutuação $Fq(n)$ versus (n) para a vazão das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação 4D-021) no período de 1973 a 2003 e (d) Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.....	40
Figura 28 - Gráfico MF-DFA da função de flutuação $Fq(n)$ versus (n) para a vazão da bacia hidrográfica Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.....	40
Figura 29 - Gráfico MF-DFA da função de flutuação $Fq(n)$ versus (n) para a precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.	41
Figura 30 - Gráfico MF-DFA da função de flutuação $Fq(n)$ versus (n) para a precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação D4-035) no período de 1937 a 1996 e (d) Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.....	41
Figura 31 - Gráfico MF-DFA da função de flutuação $Fq(n)$ versus (n) para a precipitação da bacia hidrográfica Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.	41

Figura 32 – Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a vazão das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996; (b) Camanducaia (estação 3D-002) no período de 1945 a 2003.	42
Figura 33 - Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a vazão das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação 4D-021) no período de 1973 a 2003 e (d) Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.	42
Figura 34 - Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a vazão da bacia hidrográfica Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.	43
Figura 35 – Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996 e (b) Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.	43
Figura 36 - Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação D4-035) no período de 1937 a 1996 e (d) Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.	43
Figura 37 - Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.	44
Figura 38 – Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a vazão das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996 e (b) Camanducaia (estação 3D-002) no período de 1945 a 2003.	44
Figura 39 – Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a vazão das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação 4D-021) no período de 1973 a 2003 e (d) Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.	45
Figura 40 - Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a vazão da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.	45
Figura 41 - Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996 e (b) Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.	45
Figura 42 – Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação D4-035) no período de 1937 a 1996 e (d) Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.	46
Figura 43 - Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.	46

Figura 44 – Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(a)$ de vazão das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996 e (b) Camanducaia (estação 3D-002) no período de 1945 a 2003.....	46
Figura 45 – Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(a)$ de vazão das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação 4D-021) no período de 1973 a 2003; (d) Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.....	47
Figura 46 - Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(a)$ de vazão da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.....	47
Figura 47 - Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(a)$ de precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996 e (b) Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.....	47
Figura 48 – Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(a)$ de precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação D4-035) no período de 1937 a 1996; (d) Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.....	48
Figura 49 - Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(a)$ de precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.....	48
Figura 50 - Gráfico MF-DXA da função de flutuação $Fq(n)$ versus n de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estações 3D-006, D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estações 3D-002, D3-027) no período de 1953 a 1993.....	49
Figura 51 – Gráfico MF-DXA da função de flutuação $Fq(n)$ versus n de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estações 4D-021, D4-035) no período de 1991 a 1996 e (d) Jaguari (estações 3D-009, D3-018) no período de 1984 a 1998.....	50
Figura 52 - Gráfico MF-DXA da função de flutuação $Fq(n)$ versus n de vazão e de precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estações 4D-007, D4-044) no período de 1944 a 2003.....	50
Figura 53 – Gráfico MF-DXA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estações 3D-006, D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estações 3D-002, D3-027) no período de 1953 a 1993.....	51
Figura 54 – Gráfico MF-DXA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estações 4D-021, D4-035) no	

período de 1991 a 1996 e (d) Jaguari (estações 3D-009, D3-018) no período de 1984 a 1998.	51
Figura 55 - Gráfico MF-DXA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ de vazão e de precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estações 4D-007, D4-044) no período de 1944 a 2003.	51
Figura 56 – Gráfico MF-DXA de expoente de Rényi $\tau(q)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estações 3D-006, D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estações 3D-002, D3-027) no período de 1953 a 1993. .	52
Figura 57 – Gráfico MF-DXA do expoente de Rényi $\tau(q)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estações 4D-021, D4-035) no período de 1991 a 1996 e (d) Jaguari (estações 3D-009, D3-018) no período de 1984 a 1998. .	52
Figura 58 – Gráfico MF-DXA do expoente de Rényi $\tau(q)$ de vazão e de precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estações 4D-007, D4-044) no período de 1944 a 2003.	52
Figura 59 – Gráfico MF-DXA de espectro multifractal $f(a)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estações 3D-006, D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estações 3D-002, D3-027) no período de 1953 a 1993.	53
Figura 60 - Gráfico MF-DXA de espectro multifractal $f(a)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estações 4D-021, D4-035) no período de 1991 a 1996 e (d) Jaguari (estações 3D-009, D3-018) no período de 1984 a 1998. .	53
Figura 61 - Gráfico MF-DXA de espectro multifractal $f(a)$ de vazão e de precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estações 4D-007, D4-044) no período de 1944 a 2003.	53
Figura 62 – Gráfico do espectro multifractal $f(a)$ das séries temporais originais de precipitação, vazão e correlação cruzada da bacia hidrográfica Atibaia.	54
Figura 63 – Gráfico do espectro multifractal $f(a)$ das séries temporais originais de precipitação, vazão e correlação cruzada da bacia hidrográfica Camanducaia.	55
Figura 64 - Gráfico do espectro multifractal $f(a)$ das séries temporais originais de precipitação, vazão e correlação cruzada da bacia hidrográfica Corumbataí.	55
Figura 65 - Gráfico do espectro multifractal $f(a)$ das séries temporais originais de precipitação, vazão e correlação cruzada da bacia hidrográfica Jaguari.	56

Figura 66 - Gráfico do espectro multifractal $f(\alpha)$ das séries temporais originais de precipitação, vazão e correlação cruzada da bacia hidrográfica Piracicaba.56

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	4
2.1 Precipitação	4
2.2 Vazão.....	9
2.3 Fractais e Multifractais	12
2.2.1 Fractais	12
2.2.2 Multifractais	14
2.2.3 Processos Fractais.....	15
2.2.4 Processos Multifractais	17
3. DADOS E METODOLOGIA.....	19
3.1 Dados	19
3.1.1 Caracterização da área de estudo.....	20
3.2 Metodologia	26
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	32
5. CONCLUSÃO.....	57

1. INTRODUÇÃO

O gerenciamento dos recursos hídricos é uma das grandes preocupações da sociedade na última década. Segundo Machado (2001), diversas medidas governamentais e sociais têm sido tomadas objetivando viabilizar a continuidade das várias atividades públicas e privadas que têm como foco as águas doces, em particular, aquelas que incidem diretamente sobre a qualidade de vida da população. Shiklomanov (1998) cita que de acordo com dados quantitativos, produzidos por hidrólogos, 97,5% da água disponível na Terra são salgadas e 2,493% estão concentrados em geleiras ou regiões subterrâneas de difícil acesso; sobram, portanto, apenas 0,007% de água doce para o uso humano, disponível em rios, lagos e na atmosfera.

Mesmo com poucas fontes de águas doces disponíveis, o acelerado crescimento da população de forma desordenada aliado com o desenvolvimento industrial e tecnológico tem provocado a degradação desse recurso hídrico. A poluição dos mananciais, o desmatamento, o assoreamento dos rios, o uso inadequado de irrigação e a impermeabilização do solo vêm gerando a contaminação da água e morte dos mananciais. Atualmente, mais de 1,3 bilhão de pessoas carecem de água doce no mundo, e o consumo humano de água duplica a cada 25 anos, aproximadamente. Com base nesse cenário, a água doce adquire uma escassez progressiva e um valor cada vez maior, tornando-se um bem econômico propriamente dito (MACHADO, 2003).

Dentre as prioridades que abrangem o gerenciamento dos recursos hídricos em uma bacia hidrográfica é fundamental a quantificação dos elementos físicos que a compõem, como a precipitação e vazão (BELTRAME, 1994). A precipitação pluviométrica tem grande importância na caracterização do clima de uma região. Períodos de estiagens muito longos afetam o nível de água dos mananciais e dos reservatórios das usinas hidrelétricas, trazendo problemas para o abastecimento urbano e na geração de energia elétrica. (VIEIRA & CARVALHO, 2001).

O planejamento, projeto e operação de qualquer obra relacionada com o aproveitamento, controle e proteção dos recursos hídricos em uma bacia

hidrográfica baseiam-se na avaliação da demanda frente à disponibilidade de água na bacia. Para uma gestão adequada, notadamente nas atividades de administração, a disponibilidade hídrica na bacia precisa ser bem conhecida. Essa disponibilidade é avaliada através da aplicação de um balanço hídrico, para o que é imprescindível o conhecimento das principais variáveis hidrológicas, notadamente da precipitação e da vazão (BARBOSA et. al., 2005).

Vários estudos mostram a influência dos fatores climáticos na vazão, entre os quais, a precipitação é a que mais afeta a resposta hidrológica de uma bacia (YANG & LI, 2011, SINGH et. al., 2010). As interações não lineares entre vazão e precipitação refletem a complexidade do ciclo de água, gerada pelos fatores ambientais como inclinação do terreno, cobertura vegetal e porosidade do solo (ZHANG et. al., 2011). O conhecimento da natureza das correlações entre vazão e precipitação é importante para desenvolvimento dos modelos de ciclo hidrológico da bacia hidrográfica, e avaliação da influência das mudanças climáticas nos fenômenos ambientais (BESAW et. al., 2010).

A análise de fluxos de bacias hidrográficas tem uma longa história. Há mais de meio século atrás Hurst (1951) mostrou, por meio de sua análise R/S, que os registros de escoamento anual de vários rios apresentam dependências estatísticas de longo alcance, indicando que as flutuações nos processos de armazenamento de água e de escoamento são auto-semelhantes em uma ampla gama de escalas de tempo, sem escala característica única (KOSCIELNY-BUNDE, 2006).

Nas últimas décadas a análise multifractal tem sido empregada no estudo de bacias hidrográficas com o intuito de descrever e modelar a distribuição espacial e temporal das principais variáveis hidrológicas, precipitação pluvial e vazão fluvial dos rios (PANDAEY et. al., 1998; KANTELHARDT et. al., 2006; LIMA & LIMA, 2009). Essa metodologia possibilita o estudo dos processos hidrológicos nas diferentes escalas, providenciando as informações necessárias para modelagem de vários fenômenos hidrológicos como inundações, erosão do solo, transporte dos poluentes e infiltração.

Com objetivo de contribuir ao melhor entendimento das interações não lineares entre processos hidrológicos, neste trabalho foram estudadas as correlações em séries temporais da vazão e da precipitação, para várias escalas das flutuações. Aplicamos os métodos *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)* (KANTELHARDT et. al., 2002) e *Multifractal Detrended Cross-Correlation*

Analysis (MF-DXA) (ZHOU, 2008) nas séries temporais diárias de vazão e da precipitação da bacia do rio Piracicaba localizada no estado de São Paulo. Estes métodos foram recentemente desenvolvidos para avaliar as correlações e correlações cruzadas em processos não estacionários.

O estado de São Paulo comporta 1,6% da água doce brasileira, o rio mais famoso que atravessa o estado é o Tietê (SABESP, 1989). Um importante afluente do rio Tietê é o rio Piracicaba que funciona como um suporte para o abastecimento da região metropolitana de São Paulo, que por sua vez, recebe o apoio do governo através do Sistema Cantareira composto por cinco reservatórios de regularização de vazões, sendo eles: Juqueri, Atibainha, Cachoeira, Jaguari e Jacareí. Segundo o DAE (2013), o Sistema Cantareira responsável pelo abastecimento de 55% da Região Metropolitana de São Paulo é um dos maiores sistemas produtores de água do mundo, tratando 33 mil litros de água por segundo.

Esse trabalho está dividido em cinco capítulos. O Capítulo 1 apresenta uma breve introdução. O Capítulo 2 está composto por revisão de literatura sobre vazão, precipitação, fractais e multifractais, geométricos e séries temporais. O Capítulo 3 aborda os dados, as características da área de estudo e a metodologia utilizada. Nos Capítulos 4 e 5, serão apresentados os resultados e conclusões dessa dissertação.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Precipitação

A precipitação pode ser entendida como a fase do ciclo hidrológico responsável pelo retorno das águas condensadas na atmosfera à superfície terrestre sob qualquer forma: chuva, granizo, neblina, neve, orvalho ou geada. A precipitação pluviométrica tem seu início quando o vapor de água presente na atmosfera condensa-se ao atingir elevadas altitudes ou encontrar massas de ar frias, formando as nuvens que quando carregadas de vapor de água retornam a superfície terrestre em forma de chuva. Esse fenômeno, considerado aleatório no tempo e no espaço, provém das intervenções de fatores climáticos, característicos das regiões (PINTO et. al., 1988).

Existem diferentes processos que desencadeiam as chuvas, variando de acordo com o local, formas de relevo e temperatura do ambiente. De acordo com a maneira que o ar eleva-se, a chuva pode ser classificada em três tipos principais (TUCCI, 2002):

- *Convectivas* - Com o aquecimento do ar úmido na vizinhança do solo, podem-se criar camadas de ar que se mantêm em equilíbrio estável. Perturbado o equilíbrio, forma-se uma brusca ascensão local de ar menos denso que atingirá seu nível de concentração com formação de nuvens e, muitas vezes precipitações. A Figura 1 ilustra a formação dessas chuvas.

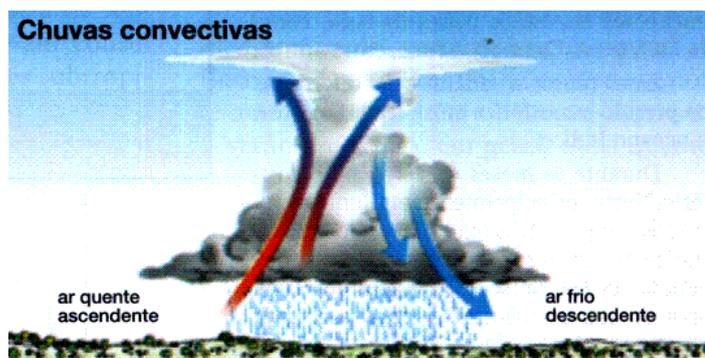


Figura 1 - Chuvas convectivas. Fonte: FORSDYKE, A. G., 1975.

As chuvas convectivas são características das regiões equatoriais, onde os ventos são fracos e os movimentos de ar são essencialmente verticais, podendo ocorrer nas regiões temperadas devido ao verão (tempestades violentas). São, geralmente, chuvas de grandes intensidades, pequenas durações e abrangências em pequenas áreas, tornando-as sujeitas às inundações e violentas tempestades.

- *Ciclônicas ou frontais* - Resulta do confronto entre massas de ar quentes e frias. Nas regiões de convergência na atmosfera, o ar mais quente e úmido é violentamente impulsionado para cima, resultando no seu resfriamento e na condensação do vapor de água, de forma a produzir chuvas. O processo de formação das chuvas frontais pode ser visto na Figura 2.

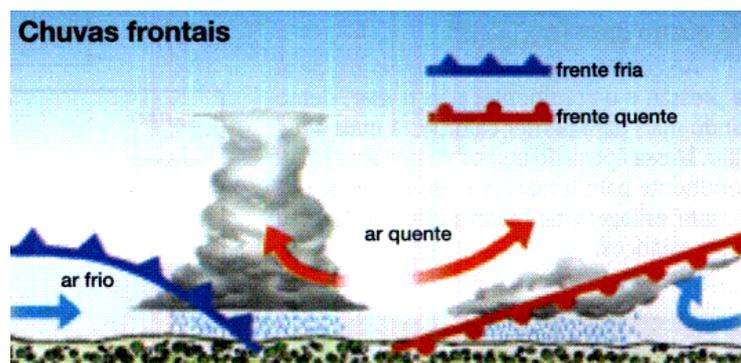


Figura 2 - Chuvas frontais. Fonte: FORSDYKE, A. G., 1975.

São chuvas de intensidades médias, grandes durações e geralmente atingem grandes áreas, e podem chegar acompanhadas de ventos fortes com circulação ciclônica. Podem produzir cheias em grandes bacias.

- *Orográficas* – Ocorre quando ventos quentes e úmidos, soprando geralmente do oceano para o continente, encontram uma barreira montanhosa, elevam-se e se resfriam adiabaticamente havendo condensação do vapor, formação de nuvens e ocorrências de chuvas. A ilustração do fenômeno está representada na Figura 3.

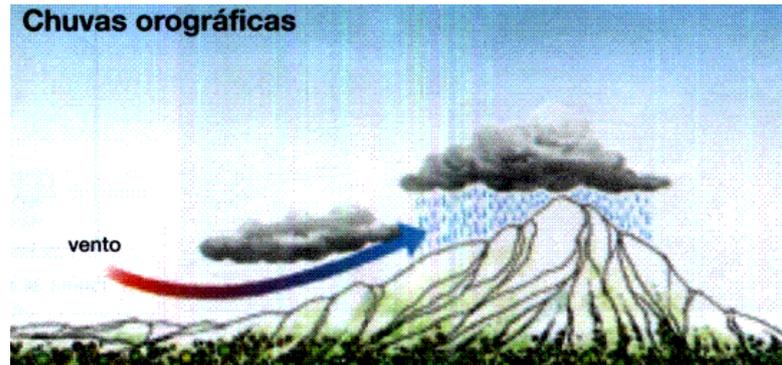


Figura 3 - Chuvas orográficas. Fonte: FORSDYKE, A. G., 1975.

São chuvas de pequenas intensidades e grandes durações que cobrem pequenas áreas. Quando os ventos conseguem ultrapassar a barreira montanhosa, do lado oposto projeta-se a sombra pluviométrica, dando lugar a áreas secas ou semiáridas causadas pelo ar seco, já que a umidade foi descarregada na encosta oposta.

Segundo Fellows (1978) pode-se dizer que chuvas orográficas são típicas de regiões onde barreiras topográficas obstruem o livre movimento das massas de ar; chuvas convectivas são os tipos normais de regiões tropicais, devido ao excessivo aquecimento da superfície; e chuvas frontais é o tipo predominante em regiões de média latitude, dominadas por frentes polares.

As regiões com maiores valores de precipitação se situam ao longo do paralelo do Equador, onde existem baixas pressões e convergência dos ventos alísios para o Equador, enquanto que as de menor precipitação se situam (de um modo geral) sobre os paralelos dos trópicos, pois existem principalmente altas pressões. Gerenciar estas diferenças implica antes de tudo, em compreender estes mecanismos e como eles atuam em cada área do planeta. Significa saber qual é a intensidade de precipitação, de evaporação e de suas variações no decorrer do tempo (MOREIRA & ASSIS, 2004).

Garcez e Alvarez (1995) apresentam as grandezas que caracterizam uma chuva. São elas:

- a) *Altura pluviométrica ou altura de precipitação (h)*: representa a quantidade de água precipitada por unidade de área horizontal. É dada pela altura que a água atingiria se ela se mantivesse no local da precipitação sem evaporar,

escoar ou infiltrar. Sua unidade de medida geralmente é expressa em milímetros, definido como a quantidade de precipitação correspondente ao volume de 1 litro por m^2 de superfície. A altura pluviométrica pode se referir a uma chuva determinada ou a todas as precipitações ocorridas em certo intervalo de tempo (alturas pluviométricas diárias, mensais, anuais).

- b) *Duração (t)*: intervalo de tempo decorrido entre o instante em que se iniciou a precipitação e seu término. Sua unidade de medida usual é o minuto ou hora.
- c) *Intensidade (i)*: velocidade de precipitação $i = h/t$, expressa por mm/min, mm/h ou litros/segundo/hectare.
- d) *Frequência*: número de ocorrências de uma determinada precipitação (definida por uma altura pluviométrica e uma duração) no decorrer de um intervalo de tempo fixo.

De acordo com Moraes (2001) o estudo da forma de ocorrência da distribuição pluviométrica torna-se relevante no planejamento racional de várias atividades agrícolas, pois se conhecendo a precipitação mínima na região, com certa margem de segurança, pode-se realizar um planejamento eficiente de irrigações suplementares e a otimização da água disponível, permitindo que o agricultor tome decisões mais confiáveis. Sendo assim, os níveis de probabilidade da precipitação pluvial devem ser adotados com base em critérios econômicos, tais como, o valor da cultura, a disponibilidade de recursos hídricos e o custo da irrigação.

A parte da hidrologia que trata dos processos pelo qual se pode medir, ou avaliar, valores que representem, ou dêem idéia, do tamanho de um evento de precipitação em uma região ou uma bacia hidrográfica, chama-se pluviometria. O conhecimento dos totais precipitados constitui elemento importante na determinação das vazões superficiais e conseqüentemente suas disponibilidades para um perfeito gerenciamento do recurso hídrico.

Os postos de medição de chuvas, conhecidos como estações pluviométricas são geograficamente fixados obedecendo a certa regularidade na distribuição espacial e tem por finalidade prover dados para constituir séries históricas

ininterruptas e confiáveis. Para maiores informações sobre recomendações na construção de estações pluviométricas ver DAEE (2003).

De acordo com Brandão (2001), os eventos naturais extremos que mais repercutem nas atividades humanas no Brasil são os eventos climáticos. Estes são causados por fatores naturais, associados às distúrbios no sistema meteorológico, embora venham sofrendo a atuação do homem, que contribui para sua maior frequência, intensidade e expansão areolar.

Assim, eventos pluviométricos excepcionais fazem parte da dinâmica ambiental, porém podem desencadear impactos no ambiente físico, biológico e às atividades humanas (NUNES, 2003). Dessa forma, a caracterização do comportamento das precipitações em determinada área é importante na análise de susceptibilidade e enchentes (LUIS; HERRMANN, 2003).

Ladsberg em 1981 destacou três causas que podem contribuir para o aumento e a modificação da precipitação na área urbana (GRILLO, BRINO, 1994):

- *Ilha de calor* – sua combinação direta com outras condições de tempo pode iniciar a precipitação.
- *Efeito obstáculo* – ocorre pela desigualdade aerodinâmica da estrutura urbana, que impede o progresso dos sistemas de tempo. Portanto se esse sistema for produtor de chuva pode aumentar o volume de precipitação.
- *Produtos da poluição* – contribuem como núcleos higroscópicos para formação de nuvens e mudanças no tamanho da gota da chuva.

Tucci (2002) sugere que o aumento da temperatura nas cidades cria condições de movimentação de ar ascendente, o que pode gerar o aumento da precipitação. Grillo, Brino (1994) e Gonçalves (2003) complementam que esse aumento este relacionado à direção do vento, aumento da ocorrência de tempestades, maior frequência das precipitações porém com volumes menores, aumento de dias com tempestade de granizo e diminuição da precipitação de neve nos centros da cidade.

No entanto, deve-se levar em conta que a natureza da alteração não é comum a todas as cidades, pois cada área urbana apresenta características próprias devido à localização, topografia, estrutura e condições climáticas.

2.2 Vazão

A vazão é definida como o volume de água que passa numa determinada seção do rio por unidade de tempo, sendo determinada pelas variáveis de profundidade, largura e velocidade do fluxo. É expressa comumente em m^3/s pelo sistema internacional (SI) de medidas. A vazão do rio aumenta da montante (região mais alta do rio) para a jusante (áreas rio abaixo) até sua foz. Porém, através de medições de vazão é possível observar áreas em que o ponto medido a jusante apresenta valores inferiores de vazão que a montante. Este fato pode ser explicado devido à dinâmica de transferência de energia canal – planície, explicado pela transferência de água para dentro da planície fluvial, formando áreas alagadas e lagos próximos ao canal, sendo que mais a jusante o rio estabelece seu equilíbrio usual (CARVALHO, 2007).

Pinto et. al. (1988) distingue dois tipos de vazão: as vazões normais e as vazões de inundação. A primeira está relacionada com o escoamento no curso da água e a segunda com o excedente de um valor limite, ou seja, ultrapassam a capacidade normal das seções de escoamento dos cursos de água. Essas vazões podem se referir a um instante dado ou aos valores de mínimo, máximo ou médio de um determinado intervalo de tempo (dia, mês ou ano). A relação entre a vazão em uma seção do curso de água e a área da bacia hidrográfica chama-se de vazão específica ou contribuição unitária.

Garcez e Alvarez (1995) mostram que o estudo das vazões médias mensais é muito útil em cálculos prévios de potência e energia de usinas hidrelétricas. Um conhecimento detalhado dos níveis de água e das vazões em uma determinada seção é extremamente importante para a navegação, controle de inundações, potências disponíveis, variabilidade num ciclo hidrológico, entre outros.

Os valores diários de vazão e níveis de água nos rios são dependentes no tempo. A vazão que ocorre em um dia, está ligada a vazão que ocorre nos dias anteriores e às que ocorreram nos dias seguintes. A ligação entre esses valores diminui à medida que o intervalo de tempo aumenta (GARCEZ & ALVAREZ, 1995). Em princípio, a vazão fluvial possui uma alta correlação linear com a precipitação. Contudo pode sofrer influência da superfície, antrópica ou não. Desta forma a vazão

fluvial pode apresentar variabilidade representativa das teleconexões atmosféricas refletidas nos campos das demais atividades atmosféricas (SILVA, 2013).

A vazão de um rio está ligado tanto as características físicas do mesmo, quando a precipitação e ao escoamento. Ainda, aponta os fatores naturais como sendo os seguintes: o relevo, a forma e o tamanho da bacia hidrográfica, a densidade e a distribuição da rede de drenagem, o tipo e a profundidade do solo presente no local, o tipo de leito fluvial e sua profundidade, o tipo do canal fluvial, a duração e a intensidade da precipitação e por fim a circulação costeira (marés de sizígia ou de tempestades).

Pinto et. al. (1988) descreve o ciclo da precipitação da seguinte forma: A partir do início da precipitação, parte das águas será interceptada pela vegetação e pelos obstáculos e retida nas depressões do terreno até preenchê-las completamente. Após o preenchimento das depressões e capacidade de infiltração no solo, tem início o intervalo do suprimento líquido, que é caracterizado pelo escoamento superficial. A chuva residual inicia-se próximo ao fim da precipitação quando o volume de água de chuva é inferior à capacidade de infiltração no solo. A partir desse instante, toda a precipitação se infiltra, além de uma parcela da água que está sobre a superfície do terreno, no fim do intervalo do suprimento líquido. A essa infiltração denomina-se infiltração residual.

O excesso de precipitação total é definido pelo escoamento superficial total acrescido da diferença entre a chuva residual e a infiltração residual. Na prática, considera-se o excesso de precipitação total igual ao escoamento superficial total, devido a sua pequena diferença.

A relação entre vazão, precipitação e escoamento pode ser representada através da construção do hidrograma, representado na Figura 4, a qual apresenta a curva de vazão registrada em uma seção de um curso de água devida a uma precipitação ocorrida na bacia hidrográfica correspondente.

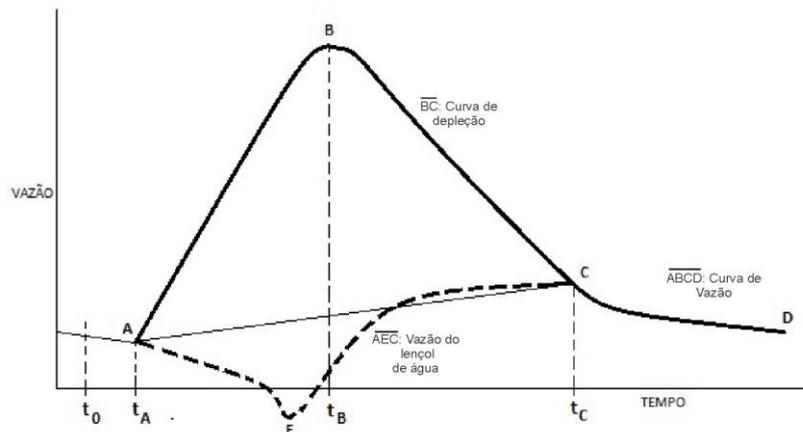


Figura 4 – Hidrograma típica. Fonte: PINTO ET. AL., 1988.

Na Figura 4 é possível observar que após o início da precipitação, instante t_0 , decorrido o intervalo de tempo correspondente da precipitação inicial, o nível da água começa a elevar-se. A vazão cresce desde o instante correspondente ao ponto A até o instante correspondente ao ponto B, quando atinge o seu valor máximo. A duração da precipitação é igual ou menor ao intervalo de tempo t_0 a t_B . Terminada a precipitação, o escoamento superficial prossegue durante certo tempo e a curva de vazão vai decrescendo. Ao trecho BC denomina-se curva de depleção do escoamento superficial.

A representação do que ocorre com o solo após a precipitação e o período de tempo seguinte é descrito na Figura 5.

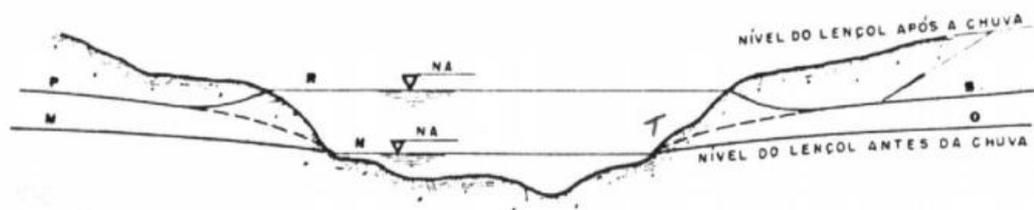


Figura 5 - Nível do lençol freático. Fonte: PINTO ET. AL., 1988.

No início da precipitação, o nível de água e o lençol de água contribuinte estavam em posição MNO. Devido à água de infiltração e após estar satisfeita a deficiência de umidade do terreno, o nível de água do lençol freático cresce até

atingir a posição OS. Ao mesmo tempo, em razão do escoamento superficial o nível de água na seção em estudo passa de N para R. Para as enchentes maiores, a elevação do nível de curso de água pode superar o correspondente do lençol, criando-se uma pressão hidrostática maior no rio do que nas margens, ocasionando a inversão do movimento temporariamente. Na Figura 4, a linha tracejada AEC representa a vazão correspondente ao lençol de água.

Para efeitos práticos, a linha que representa a contribuição da água do lençol subterrâneo ao curso de água costuma ser representada pela reta AC. Chama-se curva de depleção de água do solo ao trecho a partir do ponto C, correspondente a uma diminuição lenta da vazão do curso de água que é alimentado exclusivamente pela água subterrânea, em razão do seu escoamento natural. O andamento dessa curva pode sofrer a influência da transpiração, da evaporação do solo e da evaporação das águas tributárias.

2.3 Fractais e Multifractais

2.2.1 Fractais

Os fractais são objetos que não podem ser definidos pela geometria euclidiana, caracterizam-se por serem gerados por processos estocásticos ou mecanismos não lineares determinísticos. Duas particularidades dos fractais são: a presença da autossimilaridade que garante que se retirada uma parte de um objeto e ampliada à imagem, esta não perde as propriedades e continuará se assemelhando ao objeto todo e, a dimensão não inteira (fracionária) menor que a dimensão do espaço euclidiano no qual o fractal se encontra contido. O termo fractal é proveniente do adjetivo latim *fractus*, que significa quebrado, classifica uma forma geométrica irregular ou fragmentada que pode ser dividida em várias partes, sendo cada uma das partes uma cópia reduzida (pelo menos aproximadamente) objeto todo (MANDELBROT, 1983).

Os fractais geométricos classificam-se em duas categorias (MANDELBROT, 1983; FEDER, 1988; VICSEK, 1993):

- Fractais determinísticos – possuem uma regra fixa de substituição geométrica, sendo gerados por meio de iterações. Exemplos destes fractais são: Conjunto de Cantor, tapete de Sierpinski, triângulo Sierpinski, curvas de Peano, floco de neve de Koch, etc. A Figura 6 mostra um exemplo de fractal determinístico.

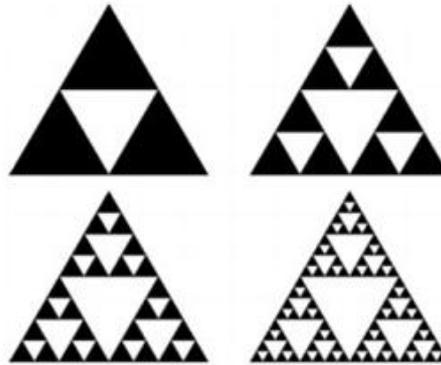


Figura 6 - Fractal determinístico triângulo Sierpinski (VISCEK, 1993).

- Fractais estocásticos – são gerados por processos estocásticos ao invés de determinísticos, sendo também conhecidos por fractais naturais. Exemplos: linhas costeiras, nuvens, árvores, sistema fluvial do rio, relâmpago, etc. A Figura 7 retrata a árvore como um fractal estocástico.

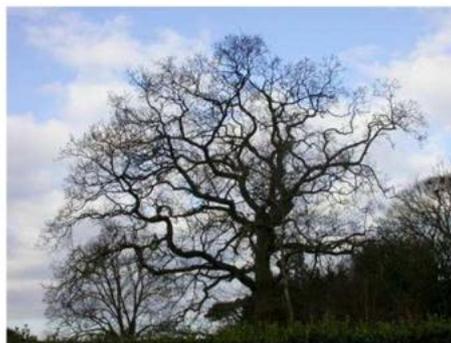


Figura 7 - Exemplo de um fractal estocástico.

A autossimilaridade dos fractais pode ser *autossimilaridade exata* onde o fractal é idêntico em diferentes escalas, geralmente é uma característica de fractais gerados por meio de iterações e *autossimilaridade estocástica*, neste caso, o fractal

possui medidas estatísticas que são preservadas em diferentes escalas, como os fractais estocásticos (MANDELBROT, 1983; FEDER, 1988; VICSEK, 1993).

Dentre as características que definem um fractal, a mais importante é a sua dimensão, que representa seu grau de regularidade e ocupação no espaço. Os métodos de cálculo da dimensão fractal são o método de contagem das caixas (*box-counting*), dimensão de informação e dimensão de correlação. O método mais utilizado é o *box-counting*: cobre-se o objeto com uma grade retangular de tamanho r e conta-se o número das caixas $n(r)$ que contenham pelo menos um ponto do objeto: $n(r) \sim r^{-D_f}$. Repete-se este procedimento com caixas de diferentes tamanhos r e estima-se a dimensão *box-counting* D_f como a inclinação negativa da reta dada por $\log[n(r)]$ versus $\log r$ (THEILLER, 1990).

2.2.2 Multifractais

Multifractais podem ser vistos como um entrelace de simples fractais. Para descrever as propriedades destas estruturas precisa-se uma hierarquia de dimensões fractais para diferentes membros deste entrelace. Para multifractais a dimensão calculada usando o método contagem de caixas tem valor maior do que a dimensão de informação, que tem valor maior do que a dimensão de correlação (FEDER, 1988).

A dimensão generalizada D_q pode ser calculada utilizando o método *Box-counting*, considerado o número de pontos de estrutura dentro da cada caixa:

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log \sum_i P_i^q}{\log r} \quad (1)$$

Onde $P_i = \frac{M_i}{M}$, M_i é o numero de pontos da estrutura em i -ésima caixa, M é o numero total de pontos da estrutura e r é o tamanho da caixa. Para fractais uniformes (monofractais) todos P_i são iguais e D_q é uma constante, para multifractais, D_q é uma função decrescente de q . Para q positivo, D_q descreve as propriedades fractais das caixas mais densas, para q negativo, D_q descreve as

propriedades fractais das caixas contendo poucos pontos da estrutura (THEILLER, 1990).

2.2.3 Processos Fractais

Processos fractais caracterizam-se pela geração de flutuações irregulares em múltiplas escalas de tempo. Os processos estocásticos também podem mostrar propriedades fractais caracterizados pela autossimilaridade das flutuações temporais da mesma forma que os fractais geométricos possuem a estrutura semelhante nas várias escalas espaciais. Porém, a identificação e quantificação da autossimilaridade numa série temporal são bem mais complexas. Diversos estudos têm sido desenvolvidos para séries temporais fractais, tais como: intervalos entre batimentos cardíacos (KOBAYASHI e MUSHA, 1982; PENG et. al., 1993), intervalo entre dois passos (HAUSDORFF et. al., 1995), flutuações na respiração (SZETO et. al, 1992), flutuações em atividade elétrica cerebral (KULISH, et. al., 2006), fenômenos climáticos (OÑATE, 1997), dados financeiros (MULLIGAN, 2004).

A Figura 8 apresenta um processo fractal de frequência cardíaca com autossimilaridade estatística das flutuações em diferentes escalas de tempo.

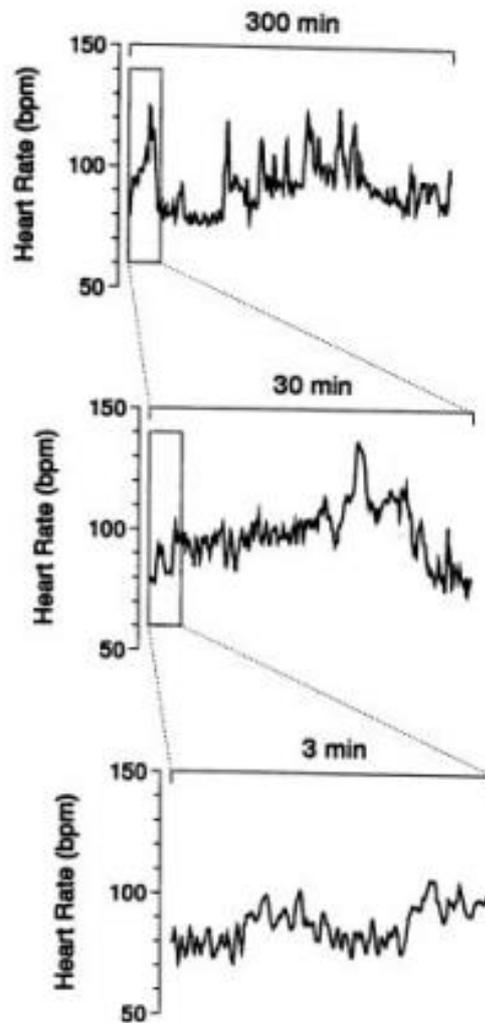


Figura 8 – Processo fractal da frequência cardíaca (GOLDBERGER et., al., 2001).

Uma série temporal $y(t)$ possui propriedade de autossimilaridade com o parâmetro α se:

$$y(t) = a^\alpha y\left(\frac{t}{a}\right) \quad (2)$$

onde “=” significa a igualdade de propriedades estatísticas, após mudanças de escalas $t \rightarrow t/a$ e $y(t) \rightarrow a^\alpha y(t)$ (PENG et. al., 2000). Séries temporais fractais possuem correlações de longo alcance (memória longa).

Para séries temporais estacionárias, $x(i)$, $i = 1, \dots, N$ com média $\langle x \rangle$ e variância σ^2 , a função de autocorrelação é definida como:

$$C(s) = \frac{\langle [x(i) - \langle x \rangle][x(i+s) - \langle x \rangle] \rangle}{\sigma^2} \quad (3)$$

Para uma série não correlacionada, $C(s) = 0$ para $s > 0$. Para uma série que possui correlações de curto alcance, $C(s) \approx \exp(-s/t_0)$, com uma escala característica t_0 . Para uma série que possui correlações de longo alcance $C(s)$ segue uma lei de potência $C(s) \approx s^{-\gamma}$, com o expoente de correlação, $0 < \gamma < 1$. Para séries não estacionárias a média não é bem definida dificultando a obtenção do expoente de correlação γ (BERAN, 1994) e outros métodos foram desenvolvidos, entre quais se destacam Detrended Fluctuation Analysis (PENG et. al., 1994), Detrended Moving Average analysis (ARIANOS & CARBONE, 2007) e Visibility Graph Method (LACASA & TORAL, 2010).

Alguns exemplos de processos fractais são: processos fisiológicos (GOLDBERGER et. al., 2002), sinais geofísicos (CURRENTI et. al., 2005) series temporais climáticas (KIRALY & JANOSI, 2005) e dados financeiros (LIU et. al., 1999).

2.2.4 Processos Multifractais

A multifractalidade de um processo estocástico é caracterizada pela necessidade de mais de um expoente de escala para representar sua dinâmica. Segundo Grassberger e Procaccia (1983), a análise multifractal permite obter mais conhecimento sobre os comportamentos de escala de séries temporais complexas e tem sido usada para caracterizar vários fenômenos em fisiologia (DUTTA, 2010), geofísica (TELESCA & LAPENNA, 2006), hidrologia (KANTELHARDT et. al., 2006) e finanças (ZUNINO et. al., 2008). Vários métodos foram desenvolvidos para analisar as propriedades multifractais dos sinais não estacionários, tais como: Wavelet transform modulus máxima (MUZY et. al., 1991), Multifractal detrended fluctuation analysis (KANTELHARDT et. al., 2002) e Multifractal detrending moving average analysis (GU & ZHOU, 2010).

Em geral, a multifractalidade em séries temporais pode ocorrer por dois motivos: devido a uma função densidade de probabilidade para os valores de uma série temporal ou devido a diferentes correlações de longo alcance para pequenas e

grandes flutuações. Através do embaralhamento da série é possível identificar o tipo de multifractalidade, uma vez que todas as correlações de longo alcance são destruídas pelo processo de embaralhar. Se ambos os motivos estão envolvidos, a série embaralhada apresentará correlação mais fraca (KANTELDHARDT et. al., 2002).

3. DADOS E METODOLOGIA

3.1 Dados

O banco de dados trata de registros de séries temporais de vazão e precipitação de cinco estações meteorológicas, localizadas nas bacias dos rios Atibaia, Jaguari, Camanducaia, Corumbataí e Piracicaba, que são sub-bacias do rio Piracicaba. A escolha das estações pluviométricas e fluviométricas em cada sub-bacia hidrográfica foi feita levando em consideração a estação que apresentou menor ausência de informações. Dentro desse critério, as estações escolhidas estão registradas nas Tabelas 1 e 2. Os dados foram coletados no portal do Departamento de Águas e Energia Elétrica (DAEE), através do site: <http://www.dae.sp.gov.br/>.

Tabela 1 – Estações pluviométricas das bacias Atibaia, Camanducaia, Corumbataí, Jaguari e Piracicaba.

Bacia	Município	Prefixo	Nome	Altitude	Latitude	Longitude
Atibaia	Campinas	D3-002	Salto Grande	690 m	22°56'	46°54'
Camanducaia	Monte Alegre do Sul	D3-027	Monte Alegre do Sul	750 m	22°42'	46°40'
Corumbataí	Analandia	D4-035	Analandia	660 m	22°08'	47°40'
Jaguari	Vargem	D3-018	Vargem	940 m	22°54'	46°25'
Piracicaba	Campinas	D4-044	Campinas	710 m	22°53'	47°05'

Tabela 2 - Estações fluviométricas das bacias Atibaia, Camanducaia, Corumbataí, Jaguari e Piracicaba.

Curso d'Água	Município	Prefixo	Nome	Latitude	Longitude	Área (Km ²)
Atibaia, r	Itatiba	3D-006	Bairro da Ponte	22°58'59"	46°49'46"	1920
Camanducaia/ Guardinha, r	Monte Alegre do Sul	3D-002	Monte Alegre do Sul	22°41'44"	46°40'25"	387
Corumbataí, r	Piracicaba	4D-021	Recreio	22°34'53"	47°41'01"	1581
Jaguari, r	Morungaba	3D-009	Buenopolis	22°51'02"	46°46'47"	1950
Piracicaba, r	Piracicaba	4D-007	Artemis	22°40'45"	47°46'31"	10918

As variáveis hidrológicas vazão e precipitação têm como característica básica uma grande variabilidade no tempo. Para analisar a vazão de um rio ou a precipitação em um local ou região, é importante destacar as variações sazonais, que ocorrem nos escoamentos dos rios, provocadas principalmente pelas estações do ano e os regimes de chuvas associados (ANA, 2005). Para diminuir o efeito da sazonalidade (em análise das flutuações) calculou-se a anomalia para as séries temporais de vazão e precipitação descrita por Kantelhardt (2006) da seguinte forma: $V'_i = (v_i - \bar{v})/\sigma_{vi}$ e $P'_i = (p_i - \bar{p})/\sigma_{pi}$, onde \bar{v} , \bar{p} , σ_{vi} , σ_{pi} são os valores médios e o desvio padrão dos dados de vazão e de precipitação registrados no dia calendário (anual).

Para o estudo das correlações cruzadas entre precipitação e vazão foi necessário escolher períodos equivalentes de cada bacia hidrográfica. Nos dias que houve falta de informação inferior a sete dias seguidos, foram efetuadas interpolações através da média aritmética e interpolação linear. Para períodos acima de sete dias, necessitou-se efetuar cortes nas séries históricas baseado nos estudos que mostram que cortes nas séries originais não afetam o resultado da análise de correlações (CHEN et. al., 2002). Dessa forma, os períodos definidos das séries temporais utilizadas neste estudo foram: Bacia Atibaia (1938-1996), Camanducaia (1953 – 1993), Corumbataí (1991-1996), Jaguari (1984-1998) e Piracicaba (1944-2003).

3.1.1 Caracterização da área de estudo

Localização

A bacia hidrográfica do rio Piracicaba está localizada no sudeste do estado de São Paulo e extremo sul de Minas Gerais entre os paralelos 22°00'S e 23°30'S e os meridianos 46°00'O e 48°30'O. Sua extensão é de aproximadamente 12.568,72 km², sendo que 91% da bacia encontram-se no estado de São Paulo e apenas 9% no estado de Minas Gerais (MORAES et. al., 1998). Possui população de aproximadamente 3 milhões de habitantes distribuídos em 61 municípios, entre os quais os dez municípios mais populosos, em ordem decrescente são: Campinas,

Piracicaba, Jundiaí, Limeira, Sumaré, Americana, Rio Claro, Hortolândia, Santa Bárbara d'Oeste e Indaiatuba (ANA, 2007).

A bacia do rio Piracicaba é um afluente de margem direita do rio Tietê. Os maiores rios que compõem essa bacia são: Atibaia (2.868,74 km²), Jaguari (3.290 km²), Piracicaba (3.700,79 km²), Corumbataí (1.679,19 km²) e Camanducaia (1.030 km²) (MORAES et. al., 1998). A área dessas sub-bacias está representada na Figura 9.

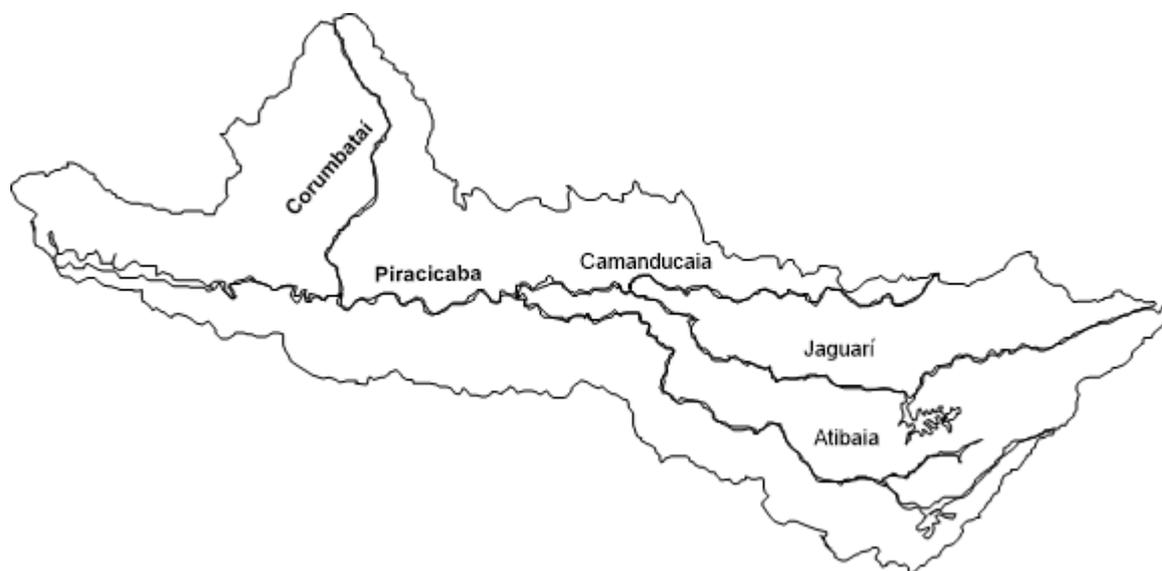


Figura 9 – Principais rios e tributários da Bacia do Piracicaba. Fonte: CENA, 2014.

Importância

A bacia do rio Piracicaba funciona como um suporte para o abastecimento da região metropolitana de São Paulo, visto que as retiradas de água no rio Tietê superam a disponibilidade hídrica (ANA, 2013). Para reforçar o abastecimento de água no rio Piracicaba, o governo criou o Sistema Cantareira composto por cinco reservatórios de regularização de vazões. A construção do Sistema teve início em 1966 e foi constituído de duas etapas: a primeira compreendeu o aproveitamento dos rios Juqueri, Atibainha e Cachoeira, tratando 11 mil litros por segundos. A segunda etapa foi iniciada em 1976, compreendendo os reservatórios de Jaguari e Jacareí, acrescentando uma capacidade de 22 mil litros por segundos. O projeto

final permitiu um aumento de 33 mil litros por segundo de água tratada (DAEE, 1985, SABESP, 1989). Este sistema é responsável pelo abastecimento de 55% da Região Metropolitana de São Paulo é um dos maiores sistemas produtores de água do mundo (DAE, 2013).

Geologia

O Rio Piracicaba se forma na cidade de Americana, no encontro das águas dos Rios Atibaia e Jaguari, onde se encontram rochas sedimentares das Formações Itararé e Rio Claro, bem como rochas intrusivas básicas tabulares. Desde as nascentes de seus tributários em Minas Gerais, possui um desnível topográfico acentuado, chegando a 1.400 m ao longo de uma extensão de 250 km – ou desde suas cabeceiras na Serra da Mantiqueira, quando alcança uma altitude média de 1.900 m, até sua foz, no Rio Tietê (IRRIGART, 2007).

A Bacia do Rio Piracicaba é formada por uma grande variedade de litologias que podem ser agrupadas em quatro grandes domínios geológicos (IRRIGART, 2007):

- *Embasamento cristalino* - constituído por rochas metamórficas e ígneas. Em geral, apresenta comportamento mais resistente (duro e coerente). Ocorre principalmente na porção leste da Bacia.
- *Rochas sedimentares mesozóicas e paleozóicas* - apresentam baixas resistências mecânicas, porém, quando cimentadas, passam a apresentar maiores coerências e resistências. Ocorrem em grandes extensões, notadamente na porção central e oeste das Bacias.
- *Rochas magmáticas efusivas e intrusivas básicas* - possuem melhor comportamento geomecânico, por serem mais homogêneas, maciças e isotrópicas (devido à presença de minerais sem orientações preferenciais), além de apresentarem altas resistências mecânicas e forte coesão dos constituintes minerais. São observadas em grande parte dos municípios, mais intensamente em Paulínia, Sumaré e Hortolândia.

- *Coberturas sedimentares cenozóicas* - são formadas por rochas brandas e por depósitos aluvionares e coluvionares dos cursos de água e os solos residuais resultantes de alteração de rochas.

Geomorfologia

As formas de relevos predominantes na bacia Piracicaba estão inseridas em três grandes compartimentos geomorfológicos (IRRIGART, 2007):

O *Planalto Atlântico*, situado a leste, caracterizado pelo embasamento cristalino, constitui áreas acidentadas compostas por relevo montanhoso e de morros, cujas altitudes chegam a superar 1.200 m e cujos assoalhos de seus vales oscilam predominantemente entre 750 m e 850 m, sendo drenadas pelas Sub-Bacias dos Rios Camanducaia, Atibaia, Jaguari e Jundiá.

A *Depressão Periférica*, composta por sedimentos, localizada na porção Centro-Oeste das Bacias constitui uma faixa com aproximadamente 50 km de largura, embutida entre as Cuestas e o Planalto Atlântico, com topografia predominantemente colinosa. Na Bacia Piracicaba, está inserida na Zona do Médio Tietê, sendo formada por rochas sedimentares e expressivas áreas de intrusões basálticas que interferem nas feições de relevos, além de contarem com grandes falhamentos que perturbam as suas camadas.

As *Cuestas Basálticas* localizadas no extremo oeste da região constituem um frontão caracterizado pelo relevo escarpado no contato com a Depressão Periférica e por relevos suavizados, dispostos sob a forma de grandes plataformas estruturais, com caimento para o quadrante oeste. Os relevos atingem altitudes máximas de 1.068 m na Serra de Itaqueri (a norte de Charqueada) e 1.058 m na Serra do Cuscuzeiro (a norte de Analândia). Na Bacia Piracicaba a cuesta apresenta-se de forma mais ou menos contínua na sua porção nordeste, onde está localizada a serra de São Pedro.

Solo, Clima e Fluviometria

Segundo Ballester et. al. (2001), o solo da bacia do rio Piracicaba é coberto por cana-de-açúcar (35%), pastagens (24%), culturas anuais e *citrus* (15%), silvicultura (16%), vegetação nativa (3.4%) e áreas urbanas (2.7%). IRRIGART (2007) destaca nove principais tipos de solo no segmento paulista, são estes:

- *Latossolo Vermelho Amarelo (LVA)* – compreendem solos minerais, não-hidromórficos, normalmente profundos, bem drenados, intemperismo avançado com predominância de argilominerais do tipo 1:1, muito poroso com baixa quantidade de minerais primários e baixa reserva de elementos nutritivos para as plantas.
- *Latossolo Vermelho (LV)* – compreendem solos minerais, não-hidromórficos com elevados teores de óxido férrico, profundos, bem drenados com pouca diferenciação entre os horizontes, texturas predominantemente argilosas e baixa fertilidade natural.
- *Gleissolo Háptico (GX)* – Compreende solos não-hidromórficos, mal drenados em função do lençol freático permanecer pouco profundo durante todo o ano. São originados de sedimentos argilo-siltosos e ocorrem em áreas planas, das várzeas dos rios de maior expressão.
- *Argissolos Vermelho-Amarelo (PVA)* – Compreende solos não-hidromórficos, normalmente com argila de atividade baixa e são bem a moderadamente bem drenados. São solos em sua maioria de fertilidade natural baixa/média, usualmente profundos.
- *Cambissolos Hápticos (CX)* – Compreendem solos minerais não hidromórficos. Ocorrem em duas situações distintas na paisagem. São bastante pobres em nutrientes e ácidos, apresentando altos teores de Al^{3+} trocável. A possibilidade de inundações, o lençol freático relativamente pouco profundo e a baixa fertilidade são limitações comuns desses solos.

- Planossolo Háplico (SX) - Compreende solos com mudança textural abrupta e com horizonte superficial de textura arenosa ou média, e são bastante sujeitos à erosão hídrica.
- Neossolo Litólico (RL) - Compreende solos minerais, pouco desenvolvidos. São solos que apresentam reduzida profundidade efetiva, o que limita seu uso com agricultura devido ao reduzido volume de terra disponível para o ancoramento das plantas e para a retenção de umidade.
- Neossolos Quartzarênicos (RQ) - Compreendem solos arenosos, essencialmente quartzosos, excessivamente drenados, profundos e de baixa fertilidade natural além de baixa capacidade de retenção de nutrientes e de água.
- Nitossolos Vermelhos (NV) - Compreende solos minerais não hidromórficos, profundos, com argila de atividade baixa e a erodibilidade relativamente alta.

A respeito da hidrologia o trecho paulista sofre influência das massas de ar atlânticas polares e tropicais, provocando diferenças regionais dadas pela distância em relação ao mar e por fatores topo-climáticos, como as serras do Japi e de São Pedro (IRRIGART, 2007). Na Bacia do rio Piracicaba praticamente toda a região apresenta clima subtropical Cwa, segundo a classificação de Köppen, caracteriza-se por apresentar inverno seco (abril a setembro) e verões quentes chuvosos (outubro a março) nas porções serranas das cabeceiras, com temperaturas médias anuais entre 18°C e 22°C (PELLEGRINO, 1995; ANA, 2007).

Os índices de precipitação pluviométrica anuais variam entre 1.200 mm e 1.800 mm. Entretanto, nos trechos das cabeceiras dos cursos formadores do rio Piracicaba, na região da Mantiqueira, a leste de Bragança Paulista, ocorrem as maiores precipitações pluviométricas, cujos índices superam os 2.000 mm anuais. Esses índices caem para 1.400 mm e 200 mm, nos cursos médios e baixos, respectivamente. Na região mais a oeste, a temperatura aumenta e a precipitação diminui, ficando a média próxima de 1.300 mm. As chuvas convectivas são

favorecidas pela presença da serra de São Pedro, que facilita a formação de cúmulos-nimbos (IRRIGART, 2014).

O rio Piracicaba apresenta uma vazão média de $144,3 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ e vazão mínima de $35,7 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, obtidas com base nos estudos de regionalização hidrológica feitos pelo DAEE (Departamento de Águas e Energia elétrica) em 1988 e 1994 e adaptados pelo Relatório de Situação dos Recursos Hídricos das Bacias dos rios Piracicaba, Capivari e Jundiá - 2002/2003 (IRRIGART, 2014).

3.2 Metodologia

A análise multifractal das correlações e correlações cruzadas em séries temporais de vazão e de precipitação foi feita utilizando os métodos *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)* e *Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis (MF-DXA)*.

3.2.1 *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)*

O método MF-DFA foi introduzido por Kantelhardt et. al. (2002), para quantificar correlações em séries temporais multifractais. Este método foi amplamente utilizado em análise dos processos fisiológicos (FIGLIOLA et. al., 2007), sinais geofísicos (TELESCA & LAPENA, 2006), séries temporais hidrológicas (HIRPA et. al., 2010) e dados financeiros (ZUNINO et. al., 2008).

O algoritmo de MF-DFA é seguinte:

- a) Dada uma série temporal de comprimento N , o primeiro passo consiste em determinar o perfil integrando a série temporal original x_k , $k = 1, \dots, N$:

$$X(i) = \sum_{k=1}^i [x_k - \bar{x}], \quad i = 1, \dots, N \quad (4)$$

- b) Divide-se a série integrada $X(i)$ em $N_n = \text{int}(N/n)$ intervalos (segmentos) não sobrepostos de tamanho n . Como pode acontecer dos segmentos não serem múltiplos de n , o método trabalha repetindo o mesmo procedimento a partir da extremidade oposta, a fim de não ignorar nenhuma parte da série. Desse modo, são obtidos completamente $2N_n$ segmentos.
- c) Para cada um dos $2N_n$ segmentos calcula-se a tendência local $x_s(i)$, que pode ser feita com ajuste linear ou polinomial, e por fim determina-se a variância sem tendência para cada segmento n , visto que esta tendência será subtraída da série.

$$F^2(n, s) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{X[(s-1)n + i] - x_s(i)\}^2 \quad (5)$$

para cada segmento s , $s = 1, \dots, N_n$ e,

$$F^2(n, s) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{X[N - (s - N_n)n + i] - x_s(i)\}^2 \quad (6)$$

para $s = N_n + 1, \dots, 2N_n$.

- d) Utiliza-se a média de todos os segmentos para obtenção da função de flutuação de ordem q :

$$F_q(n) = \left\{ \frac{1}{2N_n} \sum_{s=1}^{2N_n} [F^2(n, s)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (7)$$

onde, $q \neq 0$ e $n \geq m + 2$. Uma vez que m é a ordem do ajuste polinomial, o método MF-DFA pode ser representado por MF-DFAm. As etapas (b) e (c) devem ser repetidas para diferentes tamanhos dos segmentos, a fim de fornecer uma relação entre a função de flutuação e o tamanho do segmento.

- e) Determina-se o comportamento de escala da função de flutuação de ordem q através de um gráfico em escala log-log para $F_q(n)$ versus n para cada valor de q . Se a série original X_k possui correlações de longo alcance, $F_q(n)$ segue uma lei de potência,

$$F_q(n) \sim n^{h(q)} \quad (8)$$

O expoente de escala $h(q)$ pode ser obtido como o coeficiente angular da reta $\log F_q(n)$ versus $\log n$. Quando $q \rightarrow 0$, o valor de $h(0)$ não pode ser determinado diretamente usando o procedimento de média pela função de flutuação $F_q(n)$, porque o expoente diverge. Em vez disso, um procedimento do cálculo logarítmico da média deve ser empregado,

$$F_0(n) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_n} \sum_{s=1}^{2N_n} \ln[F^2(n, s)] \right\} \sim n^{h(0)} \quad (9)$$

Para séries estacionárias $h(2)$ é idêntico ao expoente clássico de Hurst H . Logo, $h(q)$ é chamado o expoente de Hurst generalizado. Para valores positivos de q , $h(q)$ descreve a invariância de escala dos segmentos com grandes flutuações, enquanto para valores negativos de q , $h(q)$ descreve a invariância de escala dos segmentos com pequenas flutuações. Para séries monofractais $h(q)$ é independente de q , para séries multifractais $h(q)$ é uma função decrescente de q . Os expoentes generalizados $h(q)$ são relacionados aos expoentes Rényi $\tau(q)$ definidos em análise multifractal clássica.

$$\tau(q) = q h(q) - 1 \quad (10)$$

Para séries monofractais $\tau(q)$ é uma função linear de q , para séries multifractais $\tau(q)$ é uma função não linear de q . O espectro multifractal $f(\alpha)$ relacionado à $\tau(q)$ via transformação de Legendre

$$\alpha(q) = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (11)$$

$$f(\alpha) = q\alpha - \tau(q) \quad (12)$$

onde $f(\alpha)$ é a dimensão fractal do subconjunto da série com valores caracterizados pelo expoente local α . O espectro $f(\alpha)$ de uma série monofractal é representado por um único ponto, enquanto para uma série multifractal $f(\alpha)$ é uma função côncava para baixo (KANTELHARDT ET. AL, 2002; FEDER, 1988).

3.2.2 *Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis (MF-DXA)*

O método MF-DXA foi introduzido por Zhou (2008). Este método representa uma generalização do MF-DFA e tem por objetivo investigar as correlações cruzadas entre duas séries temporais não estacionárias. Foi utilizado em análise dos processos hidrológicos (HAJIAN & MOVAHED, 2010), sinais geofísicos (SHADKHOO & JAFARI, 2009) e dados financeiros (HE & CHEN, 2011).

O algoritmo MF-DXA é semelhante ao MF-DFA, a diferença é que em vez da variância, calcula-se a covariância sem tendências.

- a) Considere duas séries temporais simultâneas $x(k)$ e $y(k)$, $k=1, \dots, N$ que são integradas produzindo os perfis:

$$X(i) = \sum_{k=1}^i x(k) \quad (13)$$

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i y(k) \quad (14)$$

onde i é um inteiro entre 1 e N .

- b) Dividem-se as séries integradas em N_n segmentos de mesmo tamanho n . Em seguida, captura-se a tendência local para cada um dos segmentos através da regressão linear ou polinomial com grau mais elevado.
- c) As séries integradas $X(i)$ e $Y(i)$ são retificadas subtraindo as tendências locais $x_s(i)$ e $y_s(i)$ (coordenadas da linha reta ou polinômios, dentro de cada segmento $s = 1, \dots, N$) a partir dos dados em cada caixa.
- d) Calcula-se a covariância sem tendência em cada caixa:

$$F(n, s) = \frac{1}{n} \sum_{i=(s-1)n+1}^{sn} |X(i) - X_s(i)| |Y(i) - y_s(i)| \quad (15)$$

Em seguida, calcula-se a média sobre todos os segmentos $s = 1, \dots, N_n$ para obter a covariância sem tendência de ordem q .

$$F_{xy}(q, n) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_s^{N_n} [F(n, s)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}} \quad (16)$$

onde q pode assumir qualquer valor exceto zero.

- e) Repetindo este cálculo para diferentes tamanhos de caixa fornece a relação entre $F_{xy}(q, n)$ e o tamanho da caixa n , onde no caso de correlações cruzadas de longo alcance $F_{xy}(q, n)$ aumenta com n de acordo com uma lei de potência.

$$F_{x,y}(q, n) \sim n^{K_{xy}(q)} \quad (17)$$

O expoente generalizado $h_{xy}(q)$ é obtido como o coeficiente angular da reta $\log F_{xy}(q, n)$ versus $\log n$ (ZHOU, 2008).

Quando $x = y$ o método MF-DXA é idêntico ao MF-DFA. Uma vez que os expoentes generalizados $h_{xy}(q)$ são determinados, os expoentes clássicos $\tau_{xy}(q)$ e o espectro multifractal $f_{xy}(\alpha)$ podem ser obtidos usando as equações (18), (19) e (20):

$$\tau_{xy}(q) = qh_{xy}(q) - 1 \quad (18)$$

$$\alpha_{xy}(q) = \frac{d\tau_{xy}(q)}{dq} \quad (19)$$

$$f_{xy}(\alpha_{xy}) = q\alpha_{xy} - \tau_{xy} \quad (20)$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Análise exploratória

A Figura 10 a Figura 14 apresentam as séries temporais originais e anomalias de vazão em cada sub-bacia do rio Piracicaba de acordo o ano adotado. Analisando-se os gráficos é possível perceber que as séries temporais originais de vazão indicam possível sazonalidade, segundo ANA (2013) tais sazonalidades são ocasionadas diretamente pela influência do clima na região, com invernos secos nos meses de abril a setembro e verões chuvosos de outubro a março. Além disso, observa-se grandes variações nas vazões das bacias em estudo. Tal fenômeno é relacionado à influência do Sistema Cantareira no qual o fluxo da água é controlado pelo homem (MORAES et. al., 1998). Ainda, pode-se notar que o fluxo da vazão é mais acentuado nas sub-bacias Jaguari (Figura 13a) e Piracicaba (Figura 14a), atingindo valores extremos próximos de $1200 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, este fato está relacionado com o tamanho da bacia e a presença do reservatório. A sub-bacia Corumbataí apresenta uma grande frequência de altos níveis de vazão por estar mais afastada da transferência de água inter-bacias. No conjunto de Figura 10b a Figura 14b têm-se a série de anomalias da vazão das bacias em estudo, através dela verifica-se que após a normalização das séries avaliadas houve uma redução da dispersão.

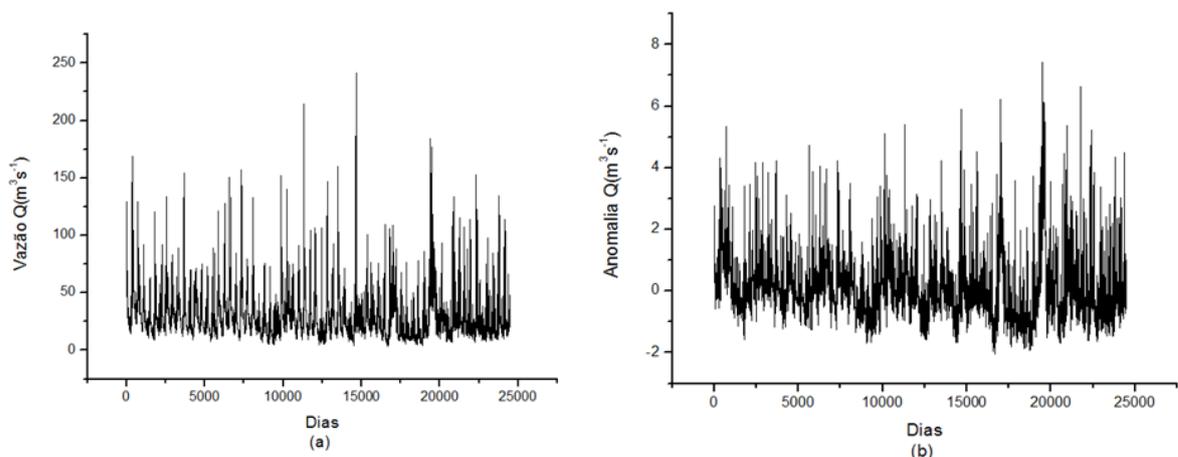


Figura 10 - Séries temporais de vazão (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996.

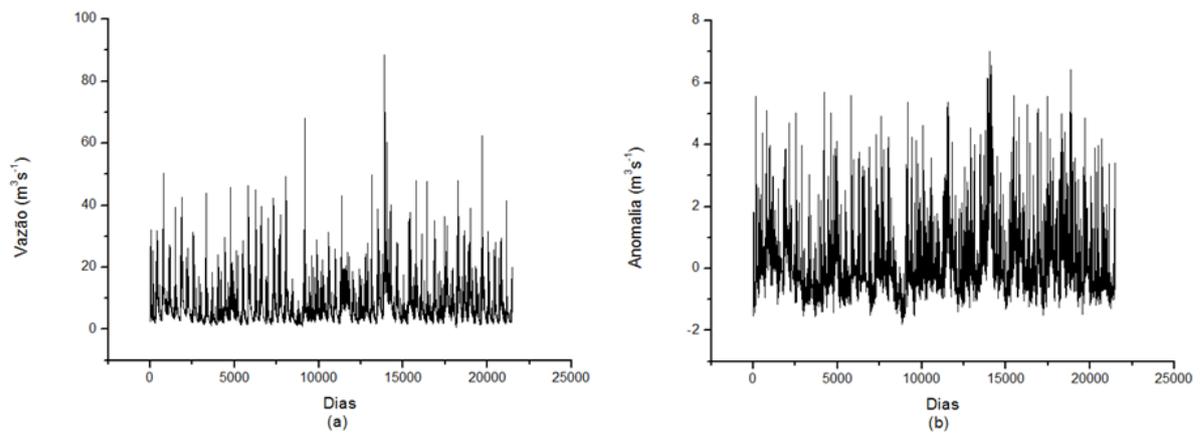


Figura 11 – Séries temporais de vazão (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Camanducaia (estação 3D-002) no período de 1945 a 2003

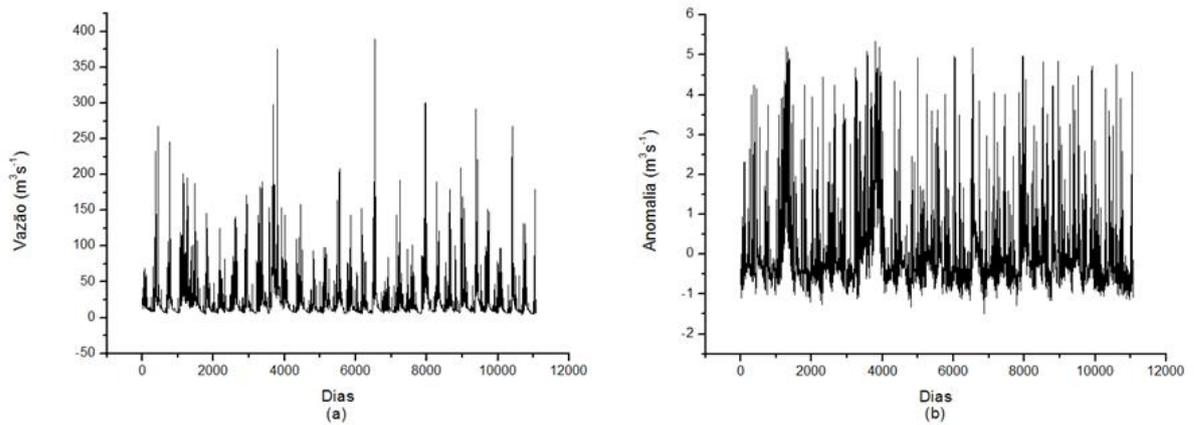


Figura 12 - Séries temporais de vazão (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Corumbataí (estação 4D4-021) no período de 1973 a 2003.

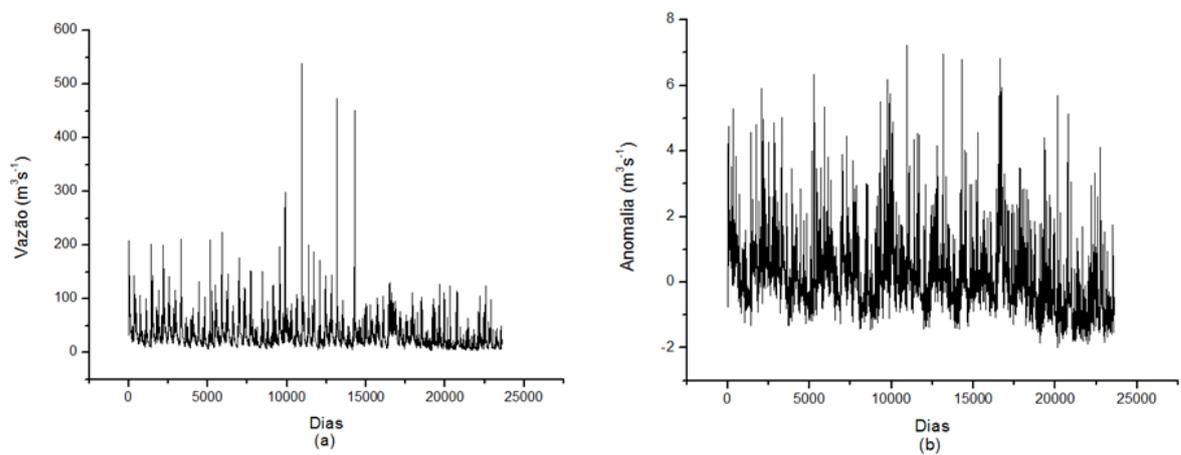


Figura 13 - Séries temporais de vazão (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.

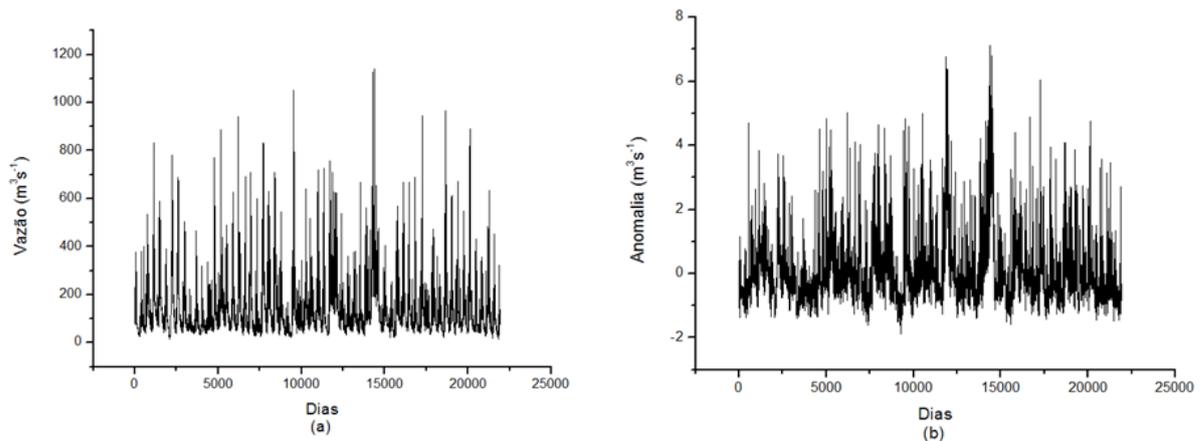


Figura 14 - Séries temporais de vazão (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.

As precipitações pluviométricas nas sub-bacias hidrográficas estão representadas no conjunto de Figura 15a a Figura 19a. Observa-se que as séries temporais de precipitação não possuem tão grande variabilidade entre bacias como na vazão fluviométrica devido a não interferência do homem de forma direta. Nas cinco sub-bacias a precipitação concentra-se em torno de 50 *mm* com a presença de picos acentuados. Após a normalização, Figura 15b a Figura 19b, as precipitações também apresentam menor variabilidade.

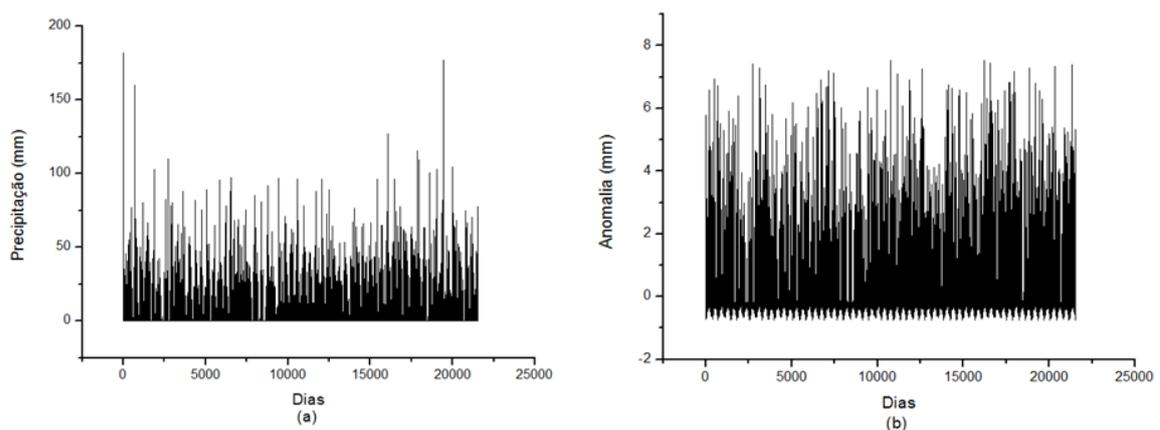


Figura 15 - Séries temporais de precipitação (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996.

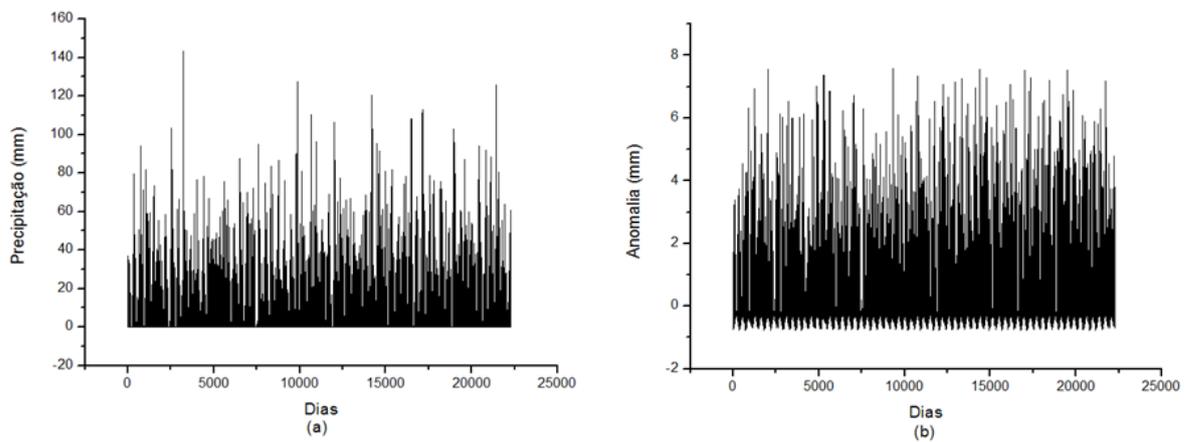


Figura 16 - Séries temporais de precipitação (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.

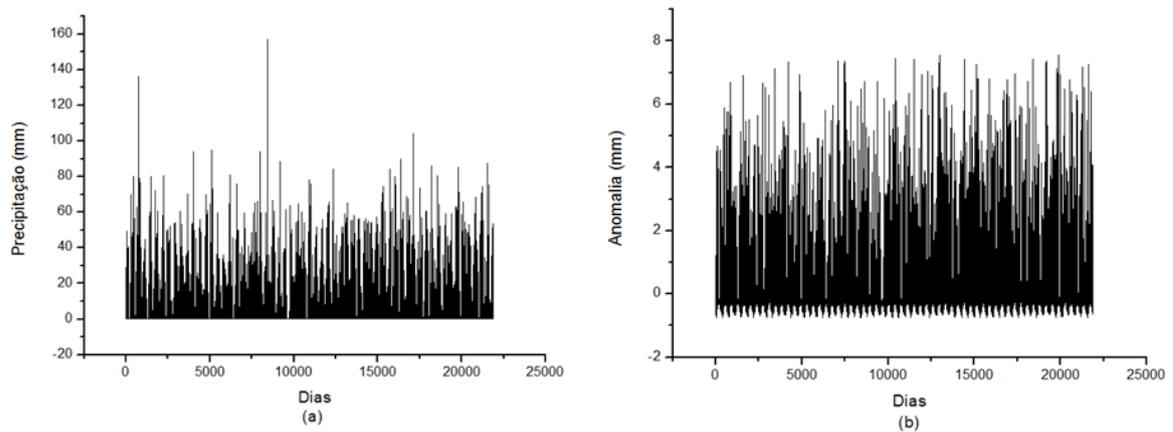


Figura 17 - Séries temporais de precipitação (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Corumbataí (estação D4-035) no período de 1937 a 1996.

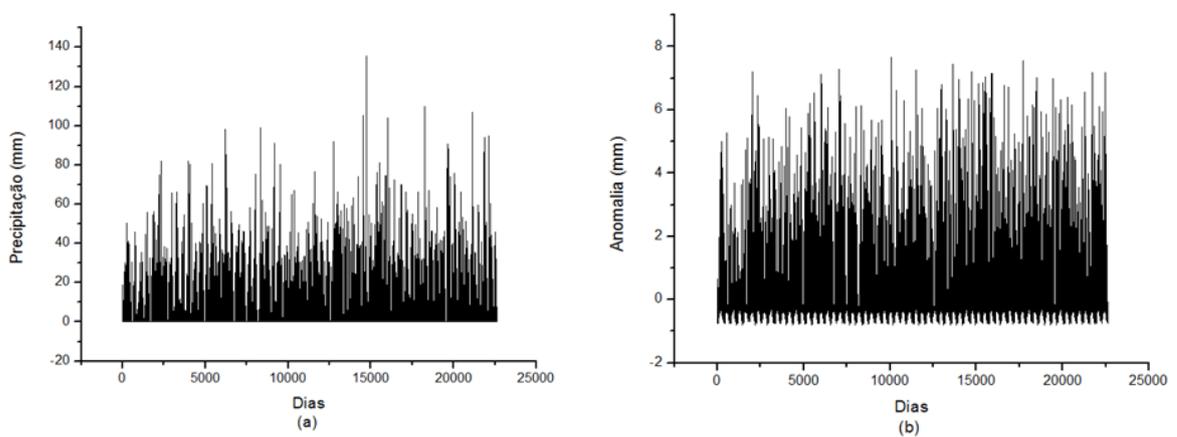


Figura 18 - Séries temporais de precipitação (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.

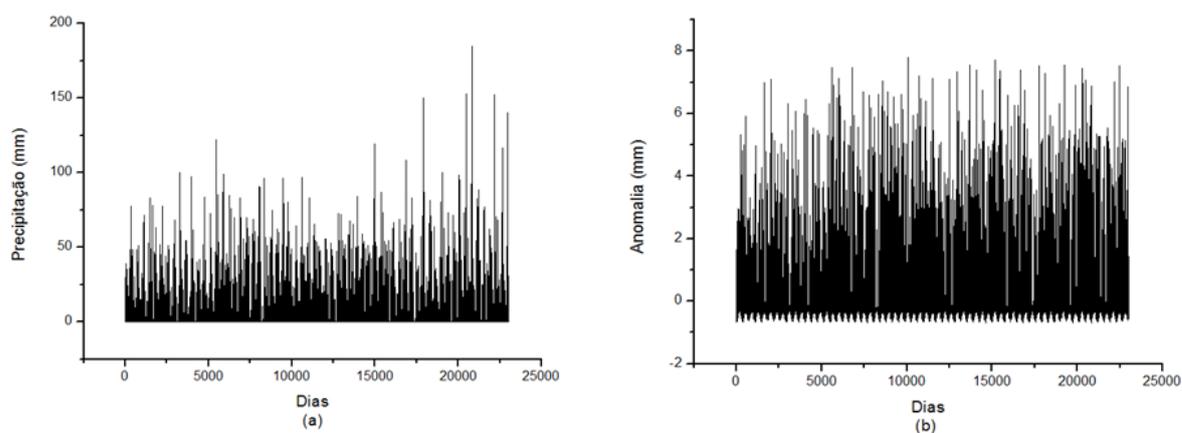


Figura 19 - Séries temporais de precipitação (a) e anomalia (b) da bacia hidrográfica Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.

Os resultados das medidas descritivas das cinco sub-bacias hidrográficas estudadas são apresentados nas Tabela 3 e Tabela 4. Observa-se que a sub-bacia Piracicaba apresenta vazão média superior às demais bacias, fato já verificado através do comportamento da série temporal, Figura 14. No entanto, a sub-bacia Camanducaia apresenta uma vazão média inferior às demais que se justifica por possuir a menor área de drenagem (387 Km²). A sub-bacia Corumbataí apresenta maior coeficiente de variação apesar de ser a segunda menor em extensão territorial. A explicação para esse comportamento está na confluência das bacias Atibaia, Jaguari e Camanducaia.

Tabela 3 – Estatística descritiva das vazões das bacias hidrográficas

Bacias Hidrográficas	Período	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo	CV
Atibaia,r	1930 -1996	28.36	19.43	3.48	241.79	68.52
Camanducaia/ Guardinha,r (da)	1945-2003	7.00	5.65	0.54	88.71	80.71
Corumbataí,r	1973-2003	25.07	28.89	4.19	389.19	115.24
Jaguari,r	1931-1998	30.54	24.90	1.98	538.88	81.53
Piracicaba,r	1944-2003	136.81	113.96	15.00	1141.50	83.21

As precipitações pluviométricas apresentadas na Tabela 4 não mostram grandes diferenças entre as bacias por não ser influenciada pela ação do homem, refletindo o fato que as condições climáticas são semelhantes para a toda região.

Tabela 4 - Estatística descritiva das precipitações das bacias hidrográficas

Bacias Hidrográficas	Período	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo	CV
Atibaia,r	1938-1996	3.91	10.25	0	182.4	262
Camanducaia/ Guardinha,r (da)	1943-2003	4.25	10.54	0	143.5	248
Corumbataí,r	1937 -1996	3.73	9.83	0	157.2	263.54
Jaguari,r	1941-2002	4.15	9.67	0	135.8	233.01
Piracicaba,r	1941-2003	3.76	10.27	0	185	273.14

O conjunto de Figuras de Figura 20 a Figura 25 representa o histograma para as variáveis precipitação e vazão em cada sub-bacia hidrográfica.

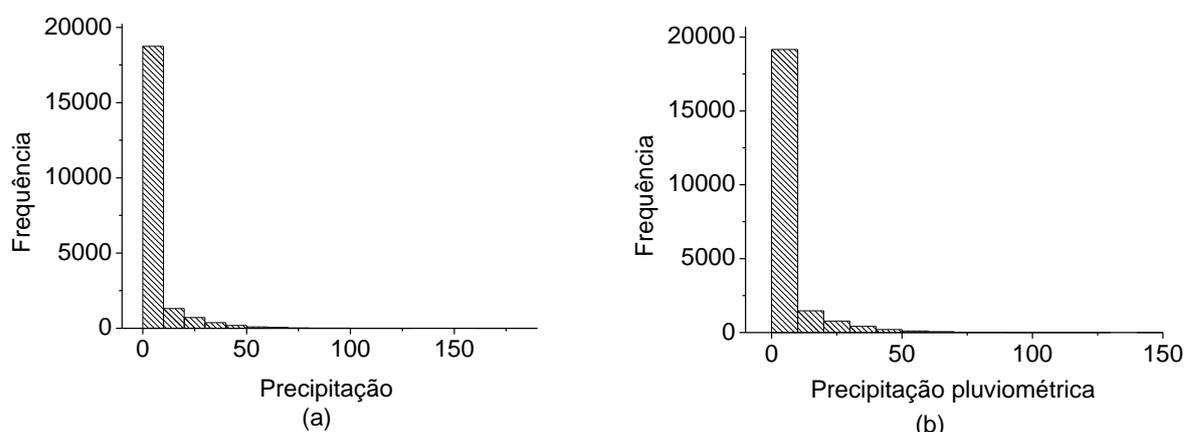


Figura 20 – Histograma da série temporal de precipitação para as bacias hidrográficas (a) Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.

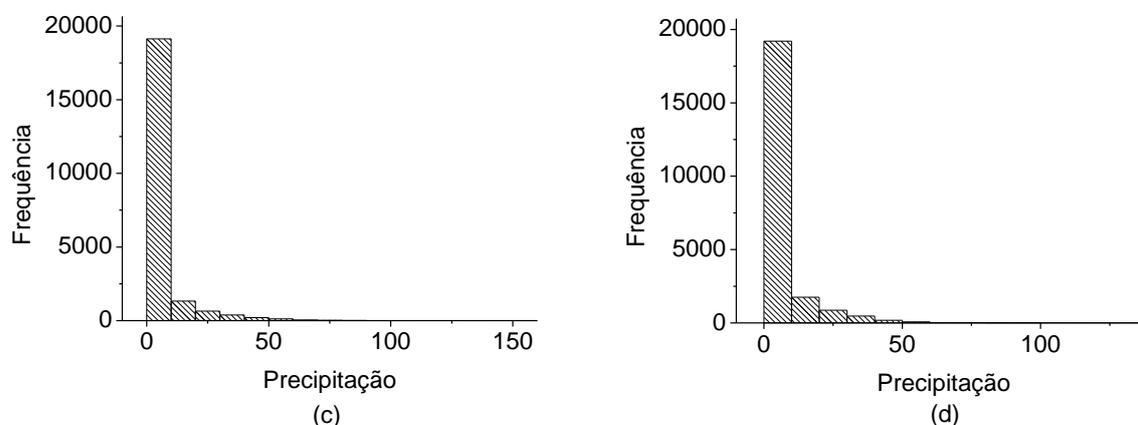


Figura 21 - Histograma da série temporal de precipitação para as bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estação D4-035) no período de 1937 a 1996; (d) Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.

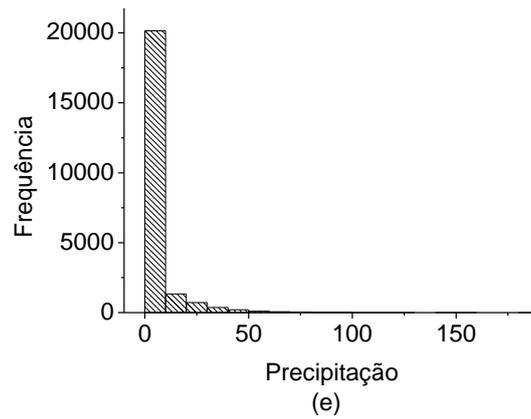


Figura 22 - Histograma da série temporal de precipitação para a bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.

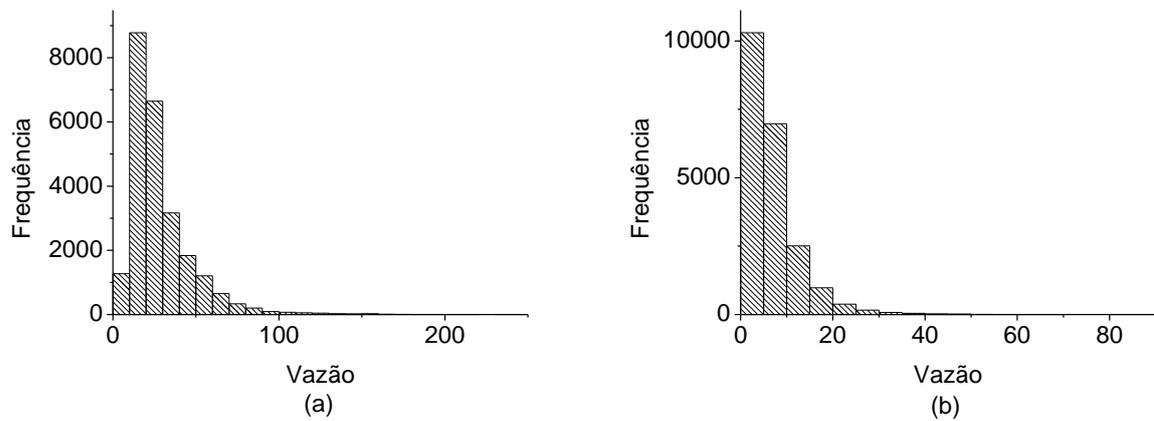


Figura 23 - Histograma da série temporal de vazão para as bacias hidrográficas (a) Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996; (b) Camanducaia (estação 3D-027) no período de 1945 a 2003.

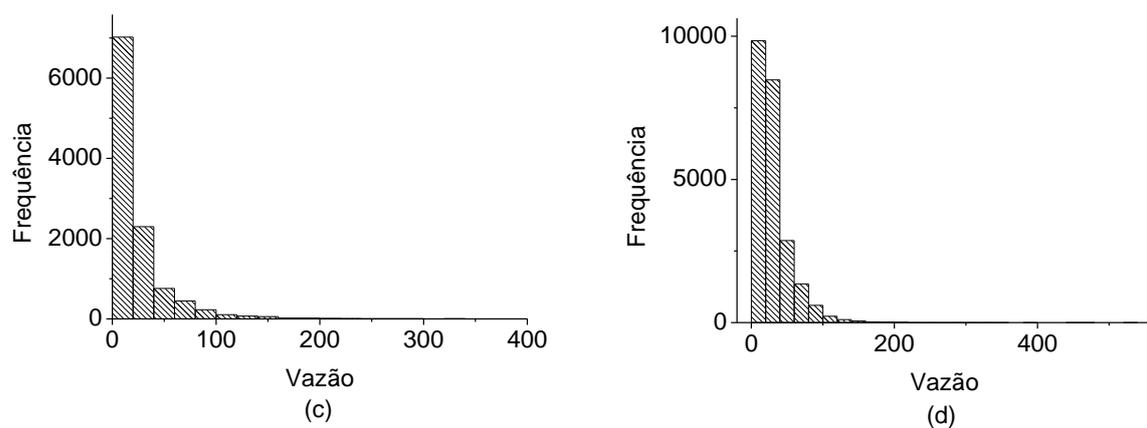


Figura 24 - Histograma da série temporal de vazão para as bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estação 4D-021) no período de 1973 a 2003; (d) Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.

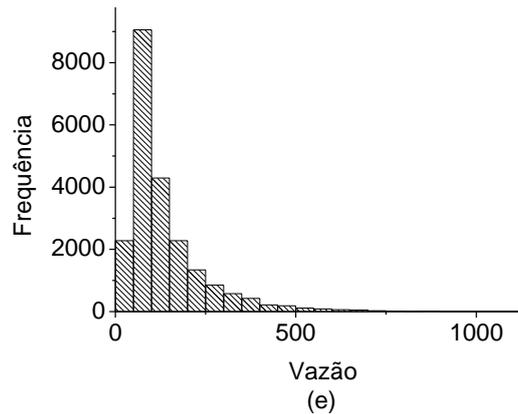


Figura 25 - Histograma da série temporal de vazão para a bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.

4.2 Análise MF-DFA

Nesta seção aplicou-se o algoritmo MF-DFA nas séries temporais de vazão e precipitação das sub-bacias em estudo. O conjunto de Figura 26 a Figura 31 apresentam os gráficos da função de flutuação $F_q(s)$ em escala log-log, definido na equação (7), para as vazões fluviométricas e as precipitações pluviométricas de cada bacia.

Os resultados indicam que as variáveis vazão e precipitação possuem uma forte correlação de longo alcance, além de possuírem um comportamento multifractal. Em outras palavras, a presença de correlação de longo alcance mostra que quando um grande fluxo de vazão ocorre no momento presente, um grande fluxo de vazão é mais propenso a acontecer no próximo momento, ou seja, as características podem ser refletidas no tempo e no espaço. Especificamente, o aumento no fluxo de vazão ocorrido devido algum fator externo são responsáveis e têm efeito de longo prazo sobre o aumento na vazão atual.

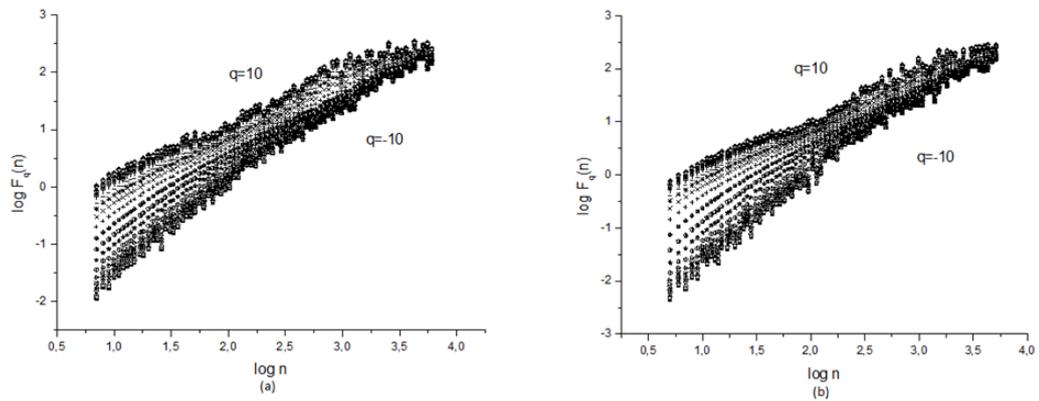


Figura 26 – Gráfico MF-DFA da função de flutuação $F_q(n)$ versus (n) para a vazão das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996 e (b) Camanducaia (estação 3D-002) no período de 1945 a 2003.

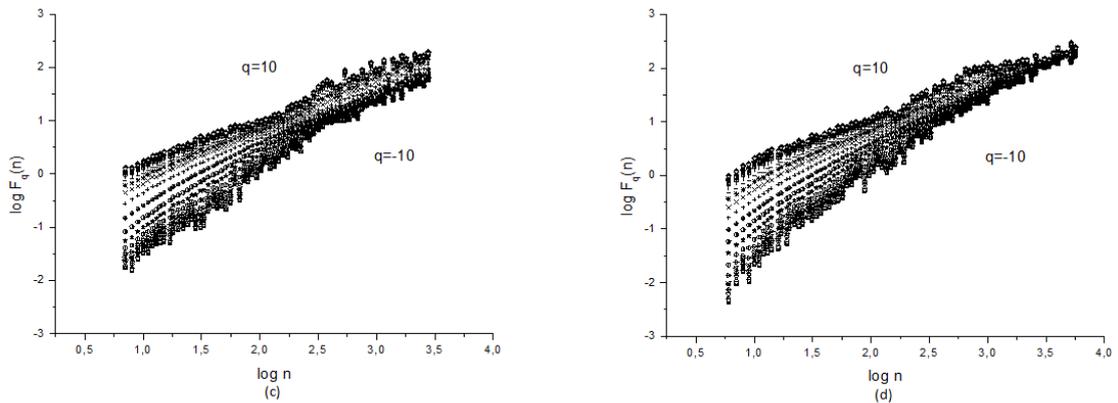


Figura 27 - Gráfico MF-DFA da função de flutuação $F_q(n)$ versus (n) para a vazão das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação 4D-021) no período de 1973 a 2003 e (d) Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.

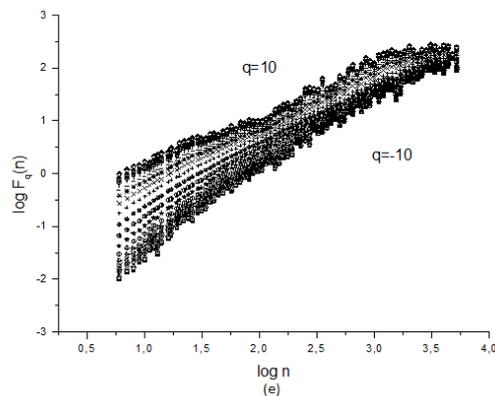


Figura 28 - Gráfico MF-DFA da função de flutuação $F_q(n)$ versus (n) para a vazão da bacia hidrográfica Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.

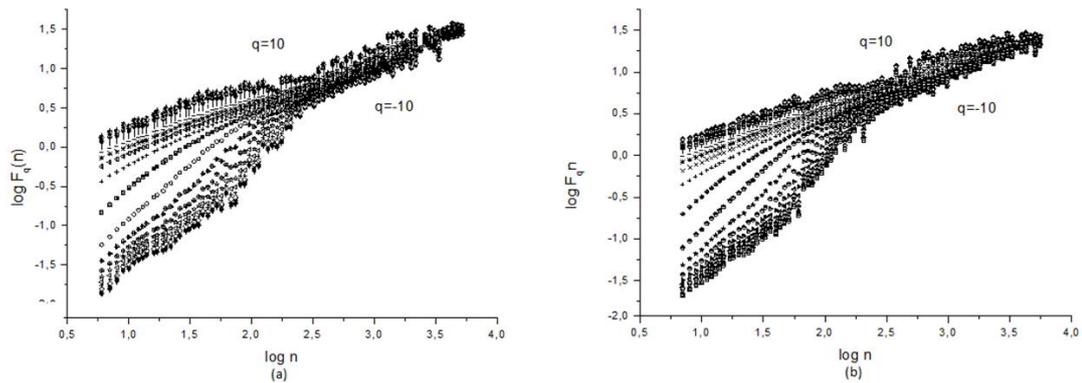


Figura 29 - Gráfico MF-DFA da função de flutuação $F_q(n)$ versus (n) para a precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.

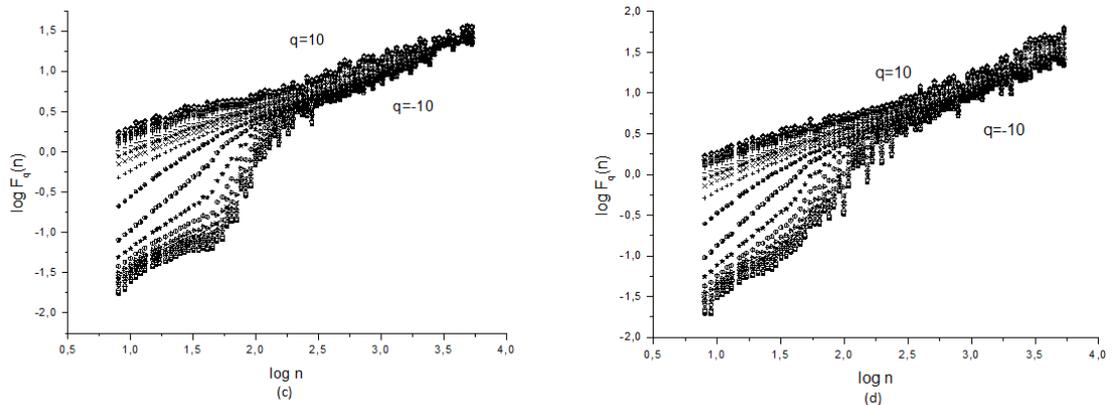


Figura 30 - Gráfico MF-DFA da função de flutuação $F_q(n)$ versus (n) para a precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação D4-035) no período de 1937 a 1996 e (d) Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.

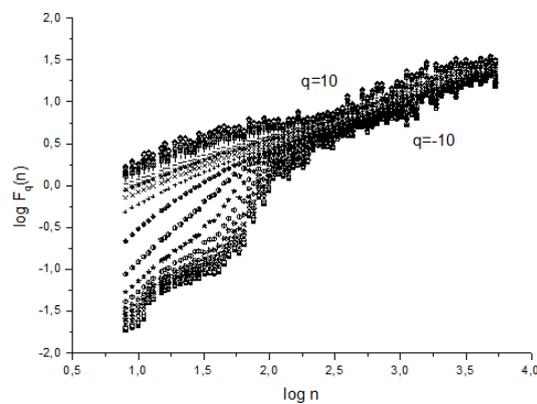


Figura 31 - Gráfico MF-DFA da função de flutuação $F_q(n)$ versus (n) para a precipitação da bacia hidrográfica Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.

A multifractalidade de séries temporais pode ser detectada pelo expoente generalizado de Hurst $h(q)$. A função $h(q)$ é obtida com base na função de flutuação, sendo definida pelo coeficiente linear da reta $\log[F_q(n)]$ versus $\log(n)$, para q variando de -10 a 10. A Figura 32 a Figura 37 apresentam um típico comportamento multifractal. O expoente generalizado de Hurst $h(q)$ decai a medida q aumenta, indicando a necessidade de diversos expoentes de escala para descrever as propriedades fractais de diferentes momentos de q . Verifica-se ainda que os valores de $h(q)$ para a vazão são maiores que 0,5 indicando um comportamento persistente para precipitação os valores de $h(q)$ são menores de 0,5 pra q positivo indicando um comportamento anti-persistente de subconjuntos com grandes flutuações.

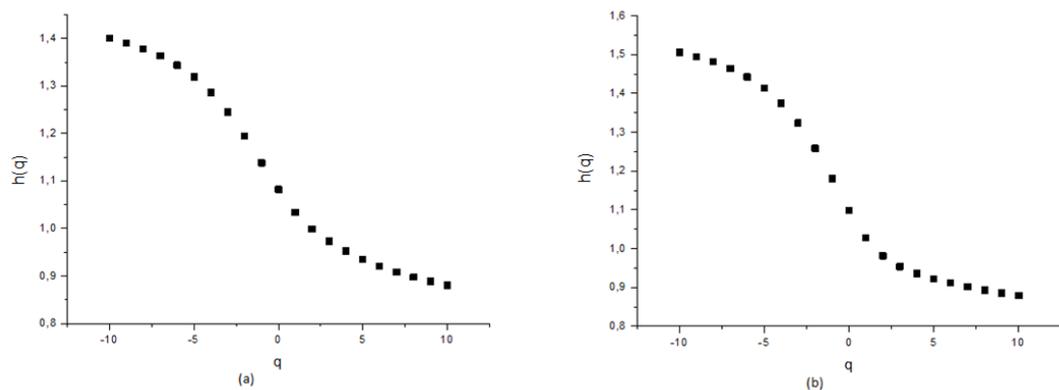


Figura 32 – Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a vazão das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996; (b) Camanducaia (estação 3D-002) no período de 1945 a 2003.

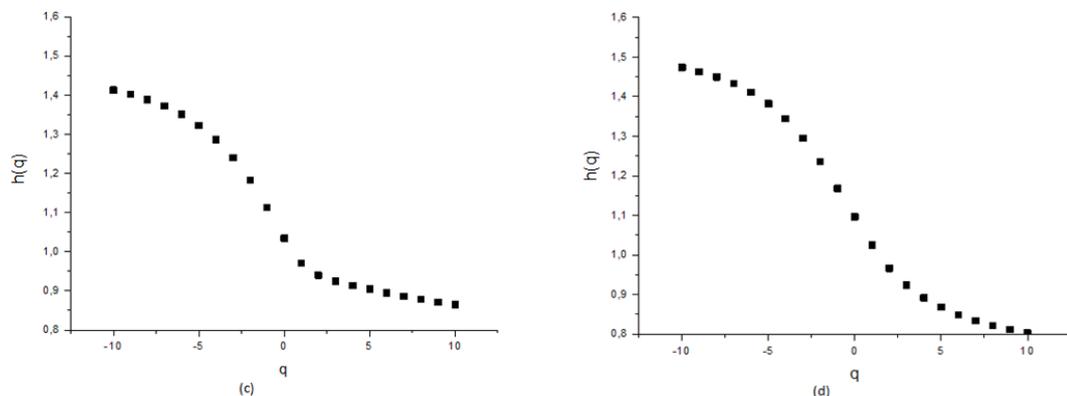


Figura 33 - Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a vazão das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação 4D-021) no período de 1973 a 2003 e (d) Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.

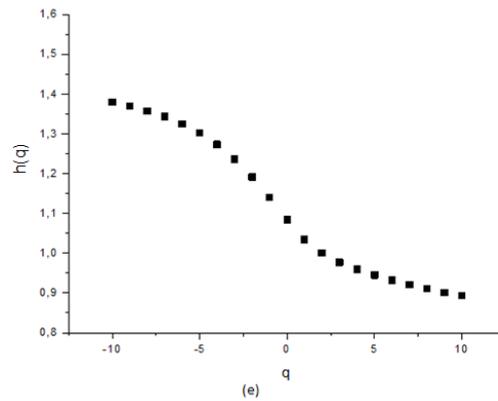


Figura 34 - Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a vazão da bacia hidrográfica Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.

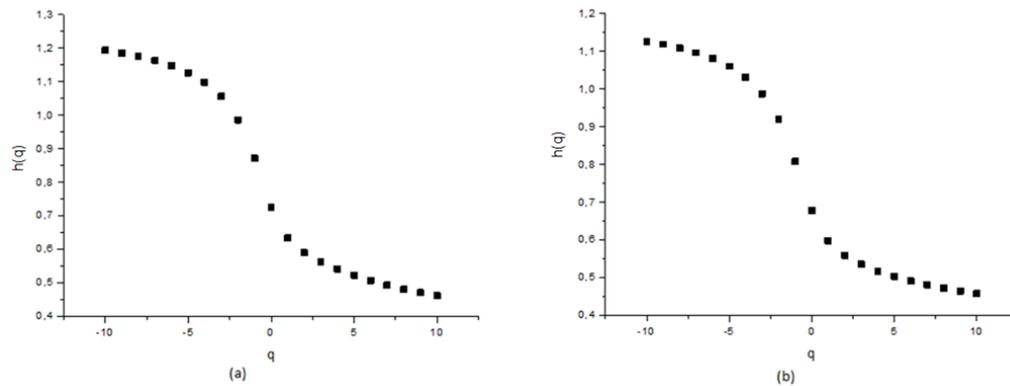


Figura 35 – Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996 e (b) Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.

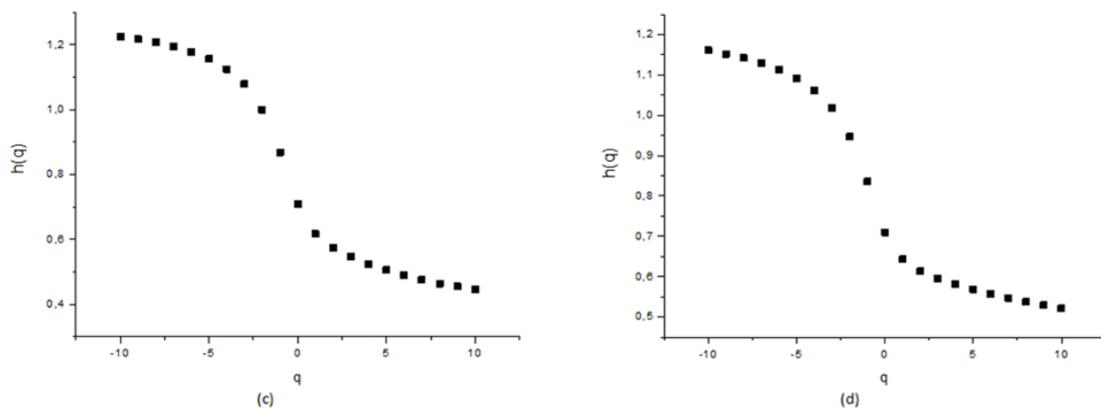


Figura 36 - Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação D4-035) no período de 1937 a 1996 e (d) Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.

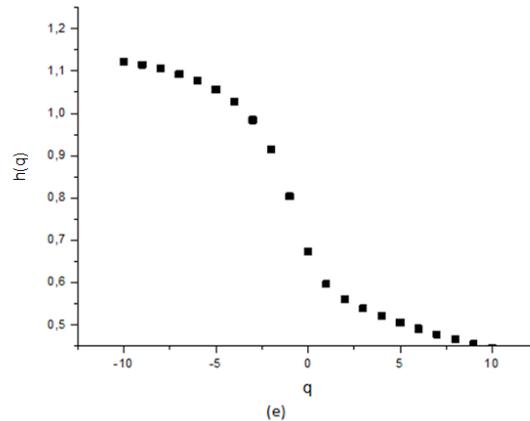


Figura 37 - Gráfico MF-DFA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para a precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.

Alternativamente, a propriedade multifractal também pode ser refletida por outras duas medidas: o expoente de Rényi $\tau(q)$ e o espectro de singularidade $f(\alpha)$, obtidos através do expoente generalizado de Hurst. No conjunto de Figura 38 a Figura 43 verifica-se que o expoente $\tau(q)$ não é uma função linear de q , mostrando que as séries temporais de vazão e precipitação possuem propriedades multifractais. A mesma conclusão pode ser obtida observando-se o espectro de singularidade $f(\alpha)$, Figura 44 a Figura 49, que exibe uma curva com concavidade para baixo, reafirmando a presença da multifractalidade.

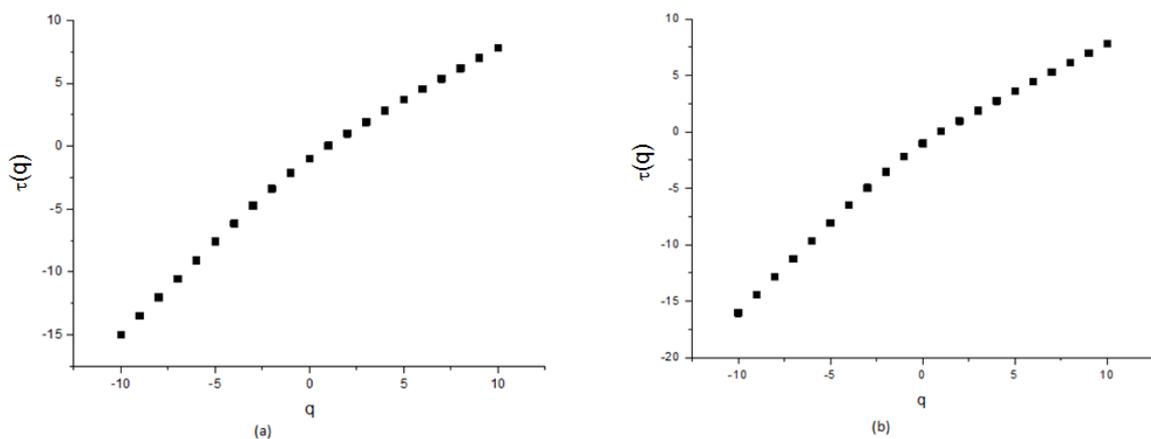


Figura 38 – Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a vazão das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996 e (b) Camanducaia (estação 3D-002) no período de 1945 a 2003.

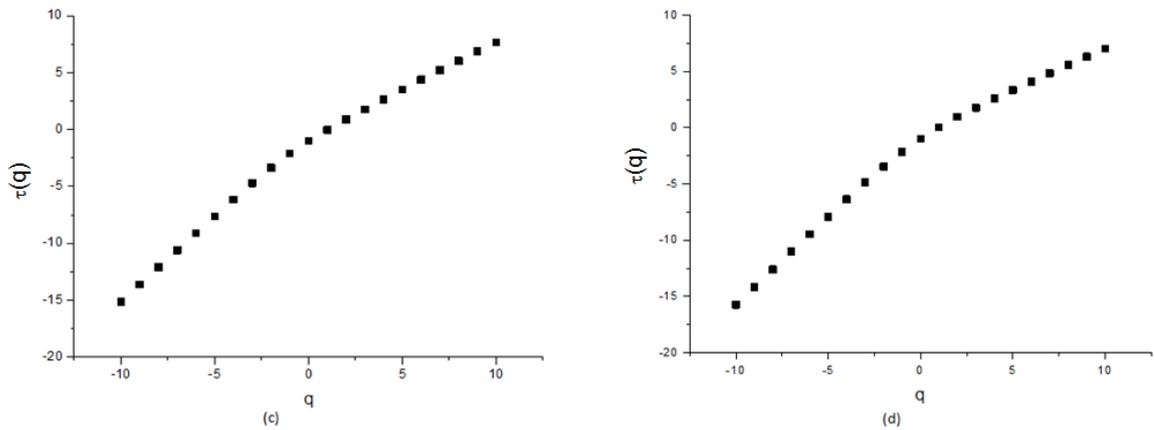


Figura 39 – Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a vazão das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação 4D-021) no período de 1973 a 2003 e (d) Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.

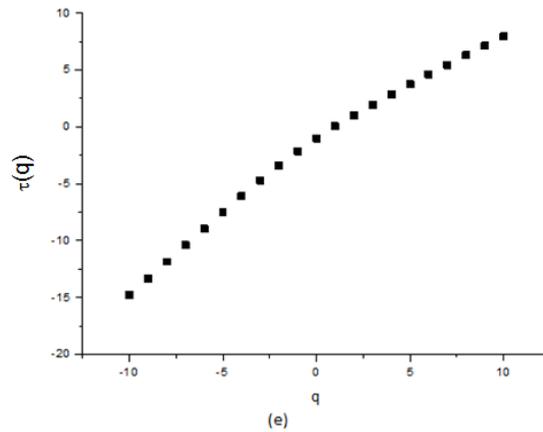


Figura 40 - Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a vazão da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.

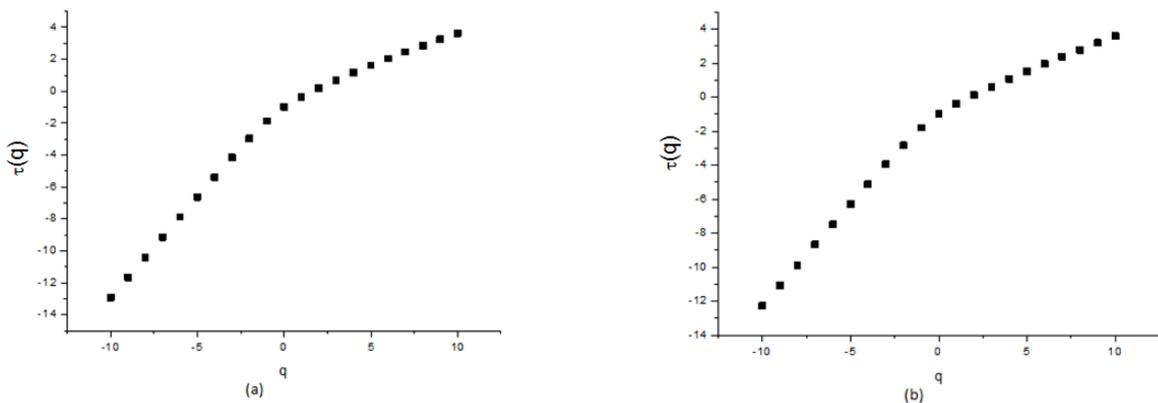


Figura 41 - Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996 e (b) Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.

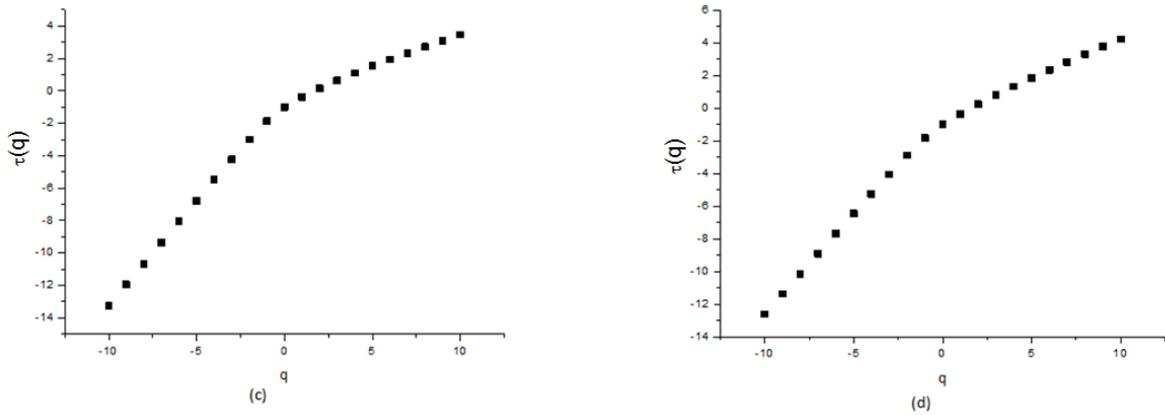


Figura 42 – Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação D4-035) no período de 1937 a 1996 e (d) Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.

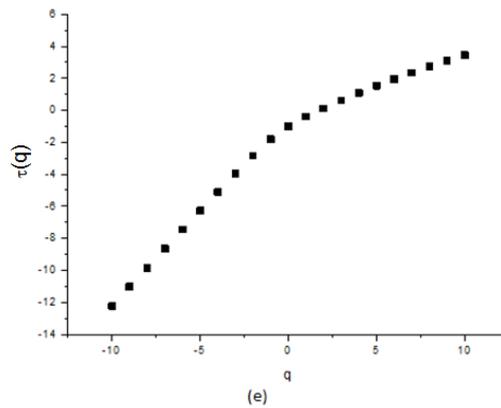


Figura 43 - Gráfico MF-DFA do expoente de Rényi $\tau(q)$ para a precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.

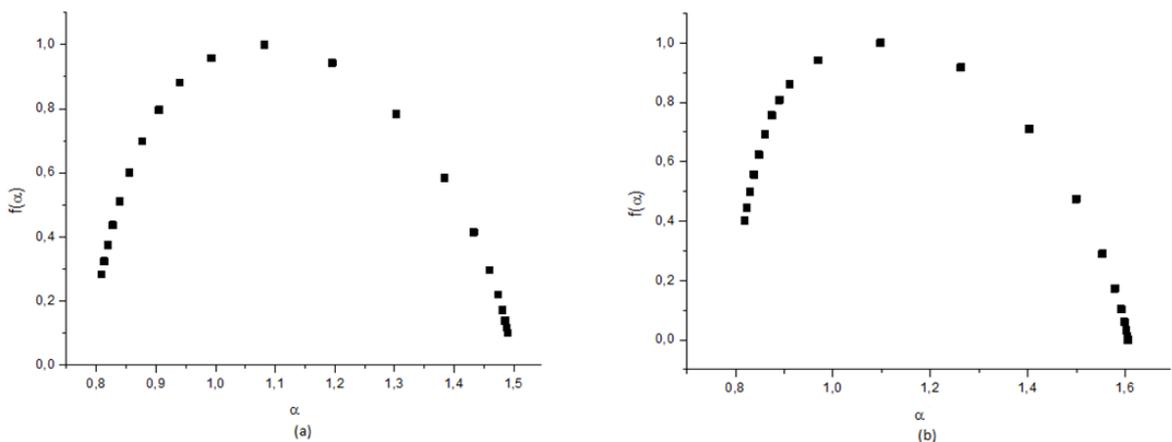


Figura 44 – Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(\alpha)$ de vazão das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação 3D-006) no período de 1930 a 1996 e (b) Camanducaia (estação 3D-002) no período de 1945 a 2003.

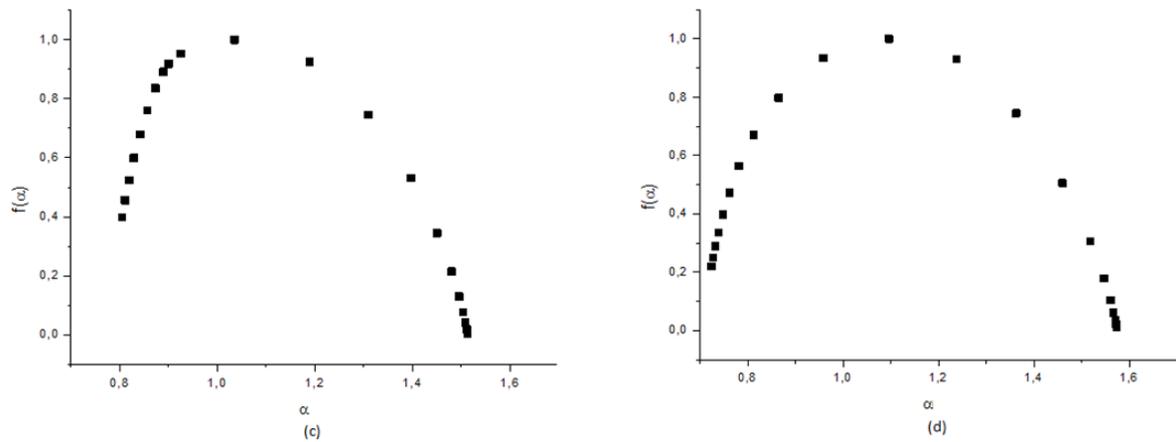


Figura 45 – Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(\alpha)$ de vazão das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação 4D-021) no período de 1973 a 2003; (d) Jaguari (estação 3D-009) no período de 1931 a 1998.

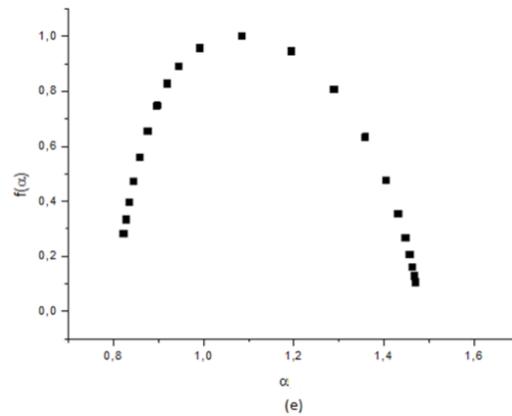


Figura 46 - Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(\alpha)$ de vazão da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação 4D-007) no período de 1944 a 2003.

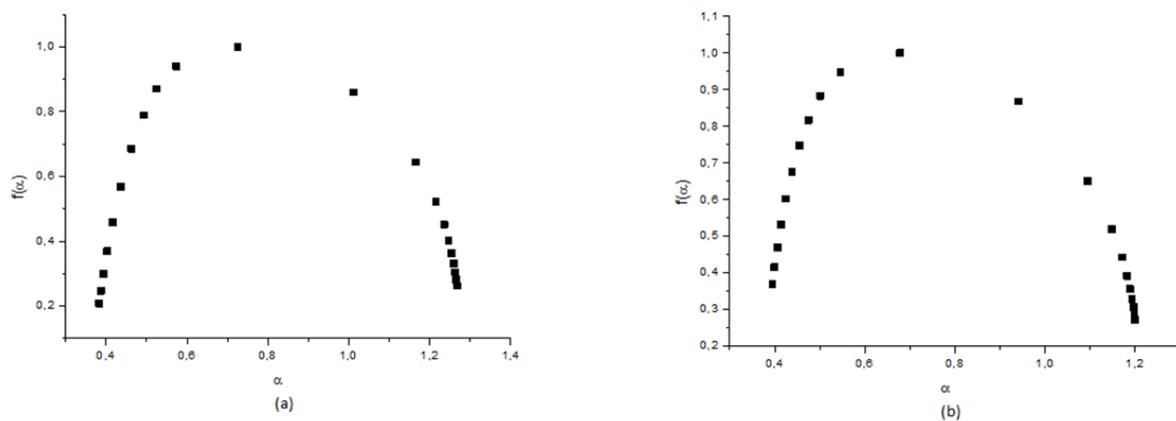


Figura 47 - Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(\alpha)$ de precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estação D3-002) no período de 1938 a 1996 e (b) Camanducaia (estação D3-027) no período de 1943 a 2003.

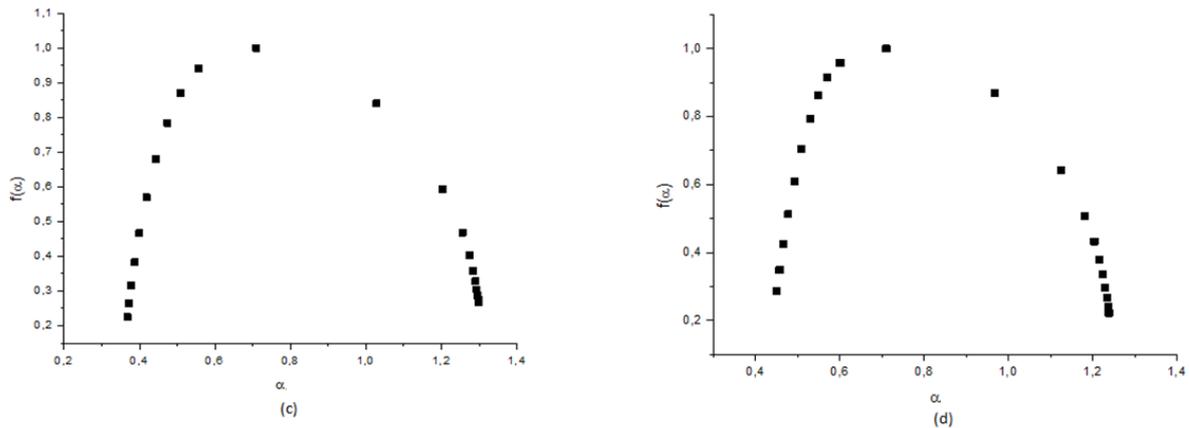


Figura 48 – Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(\alpha)$ de precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbatai (estação D4-035) no período de 1937 a 1996; (d) Jaguari (estação D3-018) no período de 1941 a 2002.

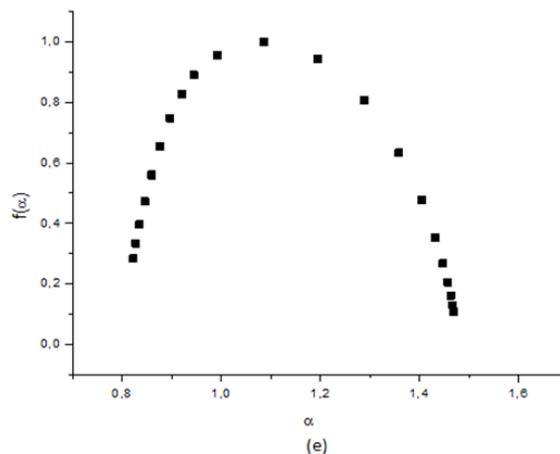


Figura 49 - Gráfico MF-DFA do espectro multifractal $f(\alpha)$ de precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estação D4-044) no período de 1941 a 2003.

No Capítulo 2 foi abordado que a multifractalidade pode ocorrer devido a uma função densidade de probabilidade ou em virtude das diferentes correlações de longo alcance para pequenas e grandes flutuações. Para conhecer qual dos dois fatores está presente na série temporal de vazão e precipitação foi aplicado o MF-DFA na série aleatorizada. Verifica-se que os dois tipos de multifractalidade estão presentes, pois com o embaralhamento da série a nova série temporal apresentou multifractalidade mais fraca.

Na Tabela 5 está registrada a largura do espectro multifractal ($\Delta\alpha = \alpha_{m\acute{a}x} - \alpha_{m\acute{i}n}$) para as séries temporais originais e randomizadas. A largura do espectro

multifractal é o melhor indicador do grau de multifractalidade de um processo estocástico, quanto maior o valor assumido por $(\Delta\alpha)$ mais forte a multifractalidade. Tanto a vazão fluviométrica como a precipitação pluviométrica apresentaram valores mais baixos após a randomização.

Tabela 5 – Largura do espectro multifractal ($\Delta\alpha$) das séries temporais de vazão e precipitação das sub-bacias hidrográficas do Rio Piracicaba.

Bacias	Precipitação		Vazão	
	Original	Randomizada	Original	Randomizada
Atibaia	0.88	0.55	0.68	0.26
Camanducaia	0.80	0.54	0.79	0.34
Corumbataí	0.93	0.56	0.71	0.35
Jaguari	0.79	0.47	0.85	0.33
Piracicaba	0.83	0.56	0.65	0.41

4.3 Análise MF-DXA

Para estudar as correlações cruzadas entre vazão e precipitação aplicou-se o método MF-DXA nas séries temporais simultâneas. O conjunto de Figura 50 a Figura 52 apresenta o gráfico da função de flutuação $F_q(n)$ em escala logarítmica.

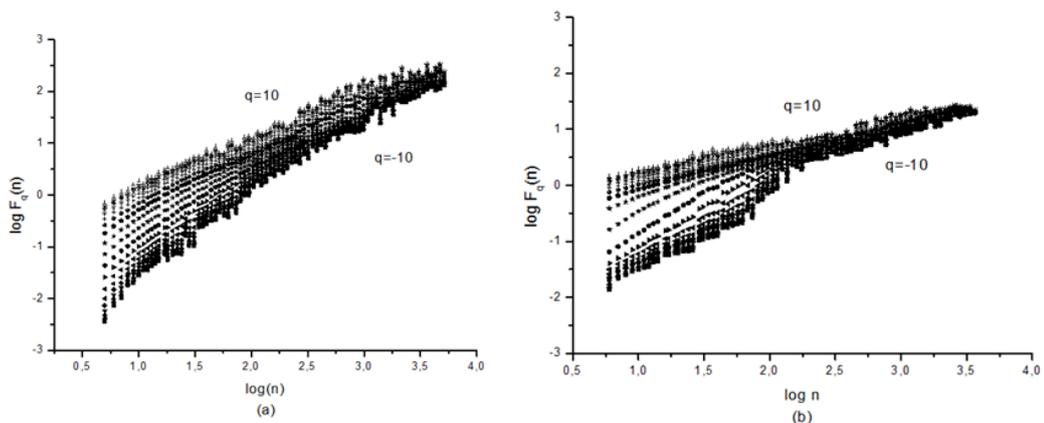


Figura 50 - Gráfico MF-DXA da função de flutuação $F_q(n)$ versus n de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estações 3D-006, D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estações 3D-002, D3-027) no período de 1953 a 1993.

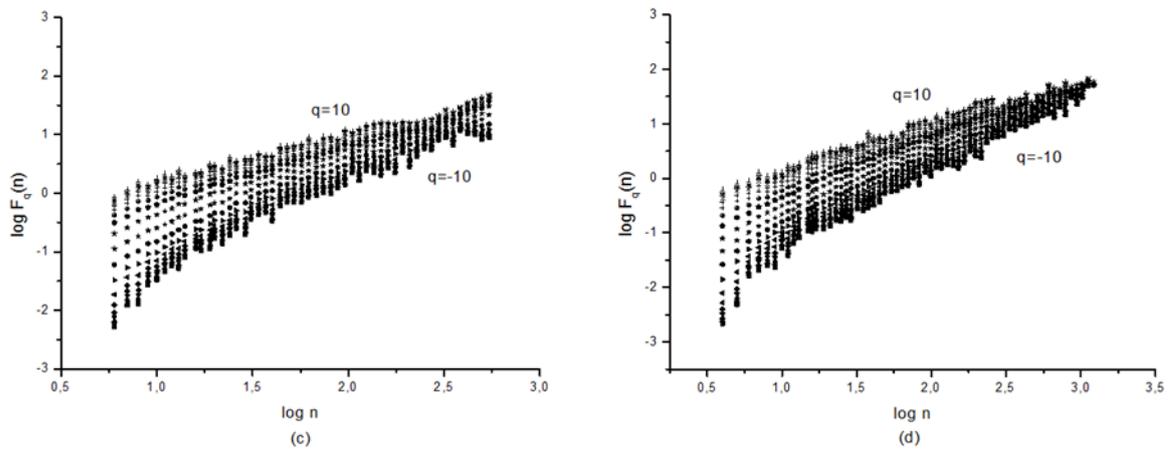


Figura 51 – Gráfico MF-DXA da função de flutuação $F_q(n)$ versus n de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estações 4D-021, D4-035) no período de 1991 a 1996 e (d) Jaguarí (estações 3D-009, D3-018) no período de 1984 a 1998.

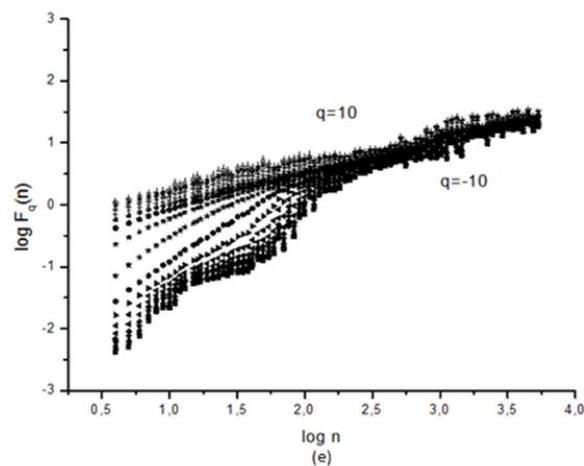


Figura 52 - Gráfico MF-DXA da função de flutuação $F_q(n)$ versus n de vazão e de precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estações 4D-007, D4-044) no período de 1944 a 2003.

No conjunto de Figura 53 a Figura 55 está representado o expoente de Hurst generalizado $h(q)$ para as séries simultâneas de vazão e precipitação. Observa-se que a $h(q)$ diminui a medida que q aumenta, indicando comportamento multifractal das correlações cruzadas entre as séries simultâneas de vazão e precipitação.

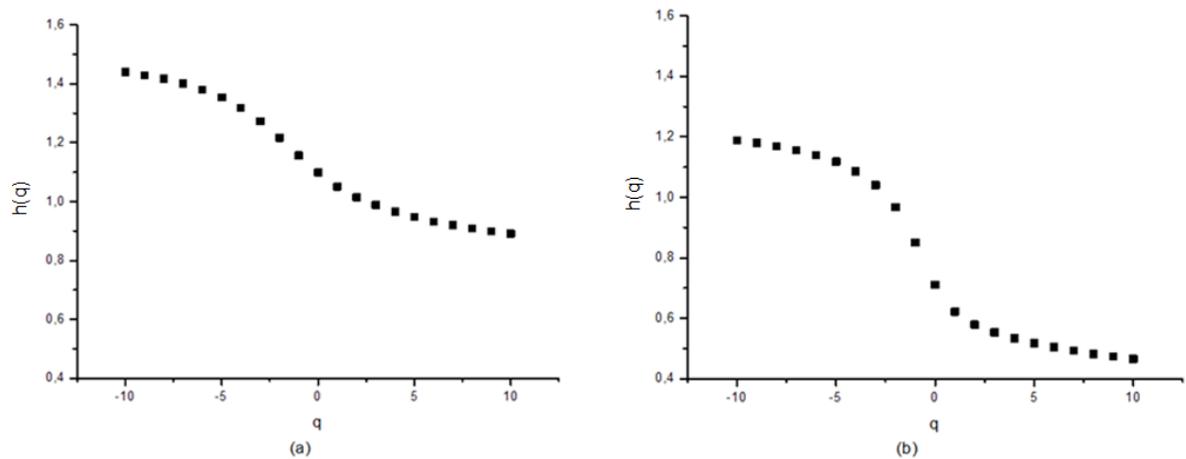


Figura 53 – Gráfico MF-DXA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estações 3D-006, D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estações 3D-002, D3-027) no período de 1953 a 1993.

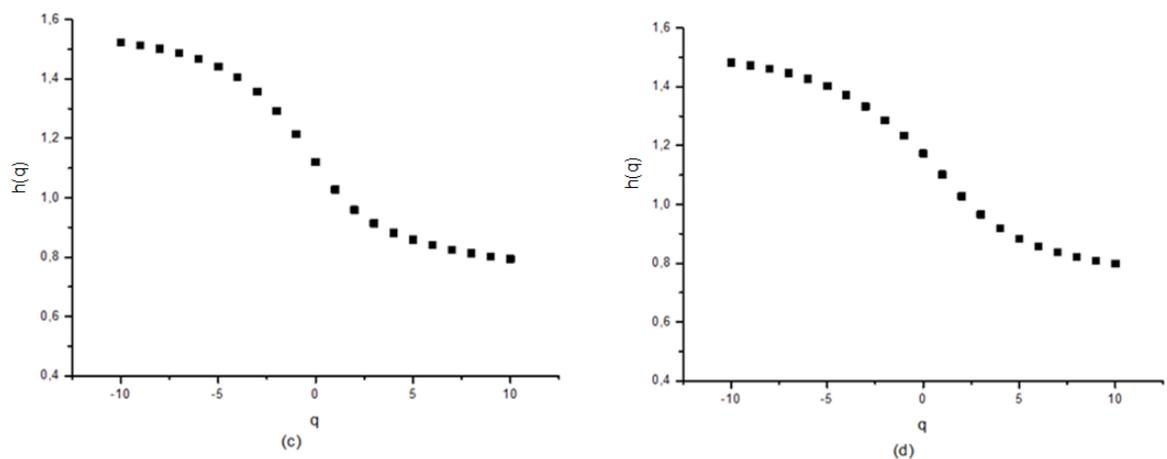


Figura 54 – Gráfico MF-DXA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estações 4D-021, D4-035) no período de 1991 a 1996 e (d) Jaguari (estações 3D-009, D3-018) no período de 1984 a 1998.

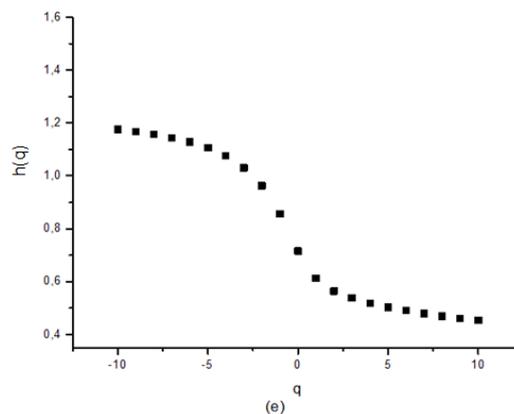


Figura 55 - Gráfico MF-DXA do expoente de Hurst generalizado $h(q)$ de vazão e de precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estações 4D-007, D4-044) no período de 1944 a 2003.

A multifractalidade de correlações cruzadas foi confirmada pelo expoente de Rényi $\tau(q)$ (é uma função não linear de q) apresentado nas Figura 56 a Figura 58 e pela concavidade do espectro multifractal $f(\alpha)$ apresentado nas Figura 59 a Figura 61.

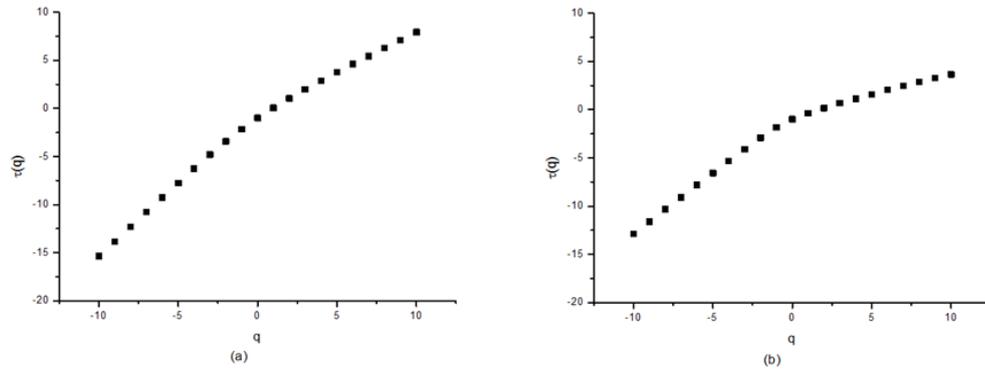


Figura 56 – Gráfico MF-DXA de expoente de Rényi $\tau(q)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estações 3D-006, D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estações 3D-002, D3-027) no período de 1953 a 1993.

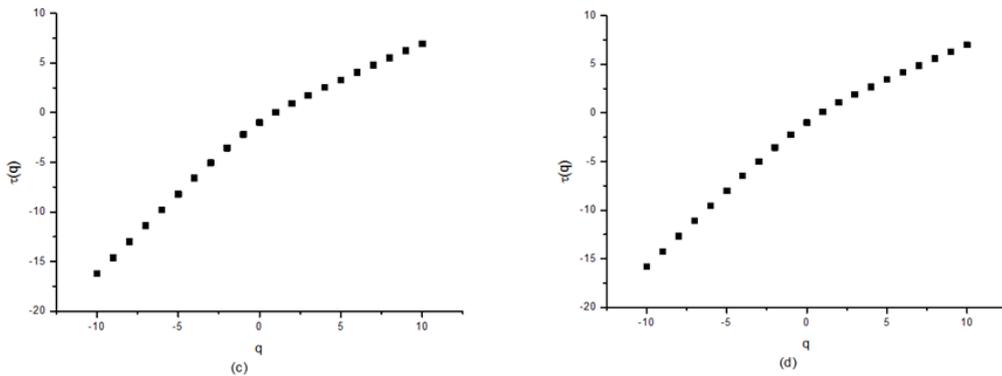


Figura 57 – Gráfico MF-DXA do expoente de Rényi $\tau(q)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estações 4D-021, D4-035) no período de 1991 a 1996 e (d) Jaguari (estações 3D-009, D3-018) no período de 1984 a 1998.

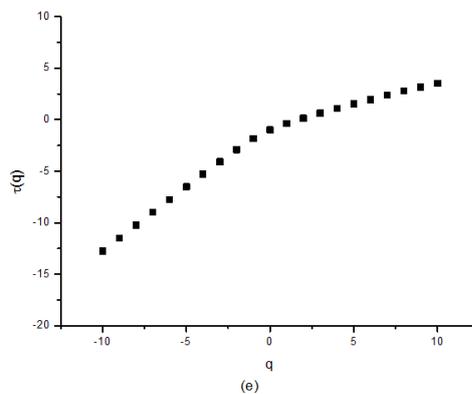


Figura 58 – Gráfico MF-DXA do expoente de Rényi $\tau(q)$ de vazão e de precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estações 4D-007, D4-044) no período de 1944 a 2003.

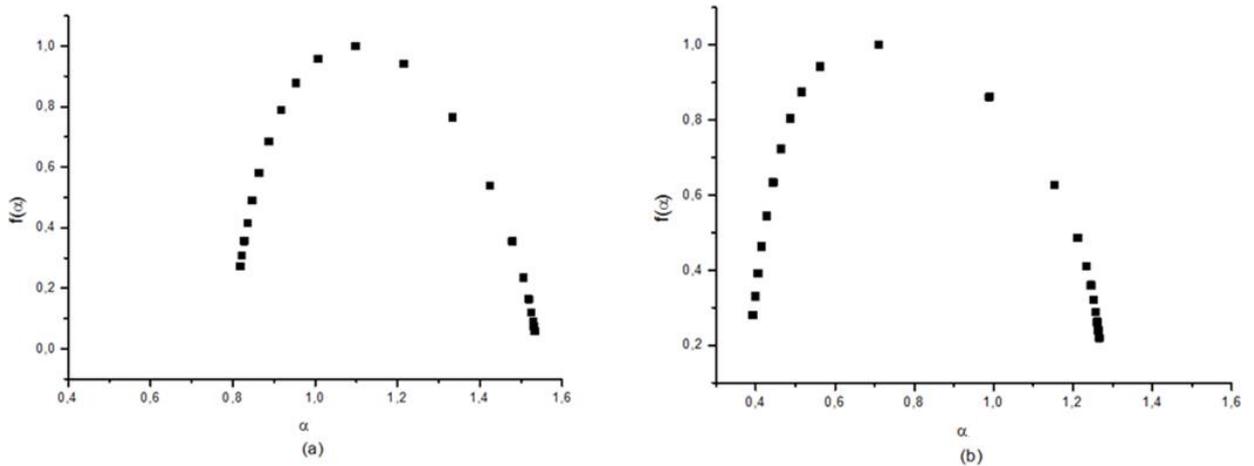


Figura 59 – Gráfico MF-DXA de espectro multifractal $f(\alpha)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (a) Atibaia (estações 3D-006, D3-002) no período de 1938 a 1996; (b) Camanducaia (estações 3D-002, D3-027) no período de 1953 a 1993.

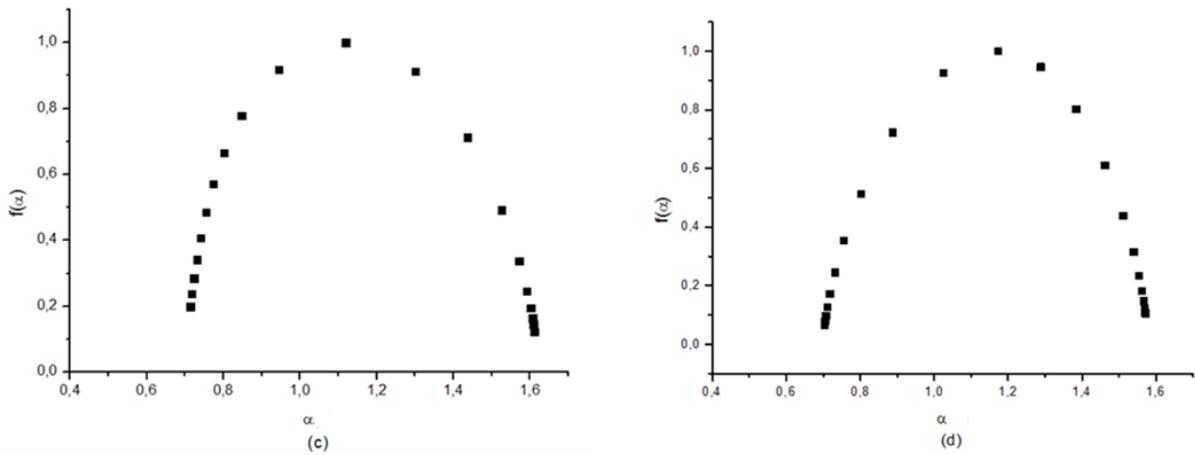


Figura 60 - Gráfico MF-DXA de espectro multifractal $f(\alpha)$ de vazão e de precipitação das bacias hidrográficas: (c) Corumbataí (estações 4D-021, D4-035) no período de 1991 a 1996 e (d) Jaguari (estações 3D-009, D3-018) no período de 1984 a 1998.

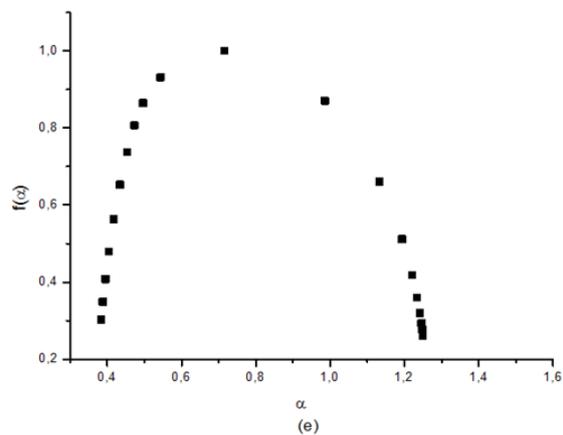


Figura 61 - Gráfico MF-DXA de espectro multifractal $f(\alpha)$ de vazão e de precipitação da bacia hidrográfica (e) Piracicaba (estações 4D-007, D4-044) no período de 1944 a 2003.

Para uma melhor visualização do comportamento multifractal das correlações e correlações cruzadas em séries temporais de vazão e precipitação apresentou-se o espectro multifractal obtido pelo MF-DFA e MF-DXA, Figura 62 a Figura 66. Observa-se que nas sub-bacias Corumbataí, Jaguari e Atibaia o espectro multifractal obtido pelo MF-DXA é semelhante ao espectro multifractal da vazão obtido pelo MF-DFA. Porém, nas sub-bacias Camanducaia e Piracicaba o espectro MF-DXA é semelhante ao espectro multifractal da precipitação. Uma possível razão para essa diferença pode estar relacionado com o tipo de solo e cobertura vegetal que influem o processo de evapotranspiração, e conseqüentemente o ciclo hidrológico da bacia.

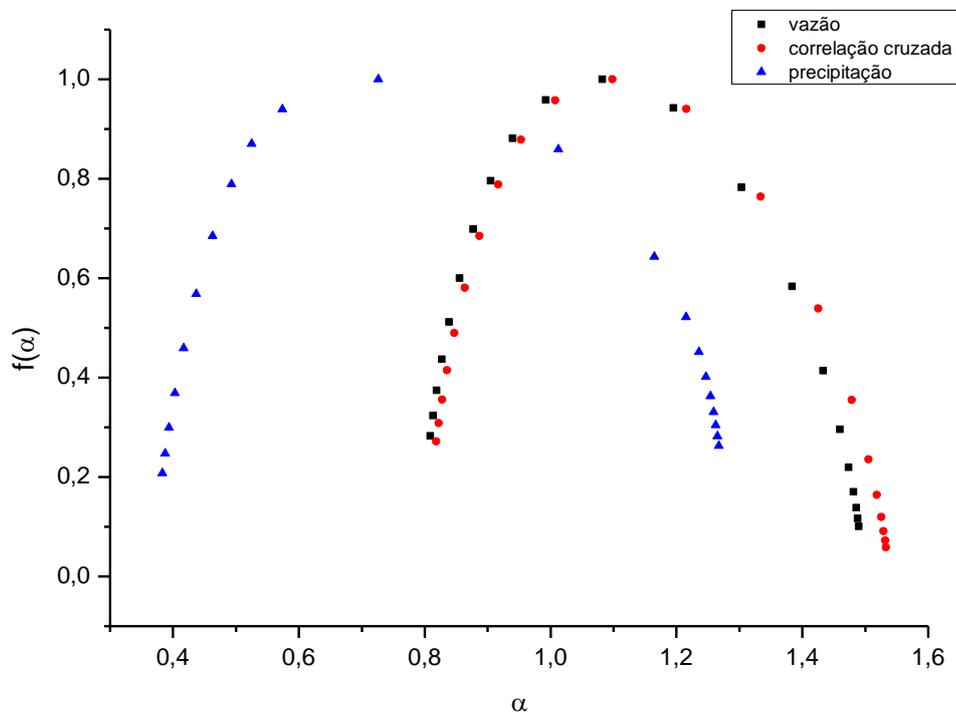


Figura 62 – Gráfico do espectro multifractal $f(\alpha)$ das séries temporais originais de precipitação, vazão e correlação cruzada da bacia hidrográfica Atibaia.

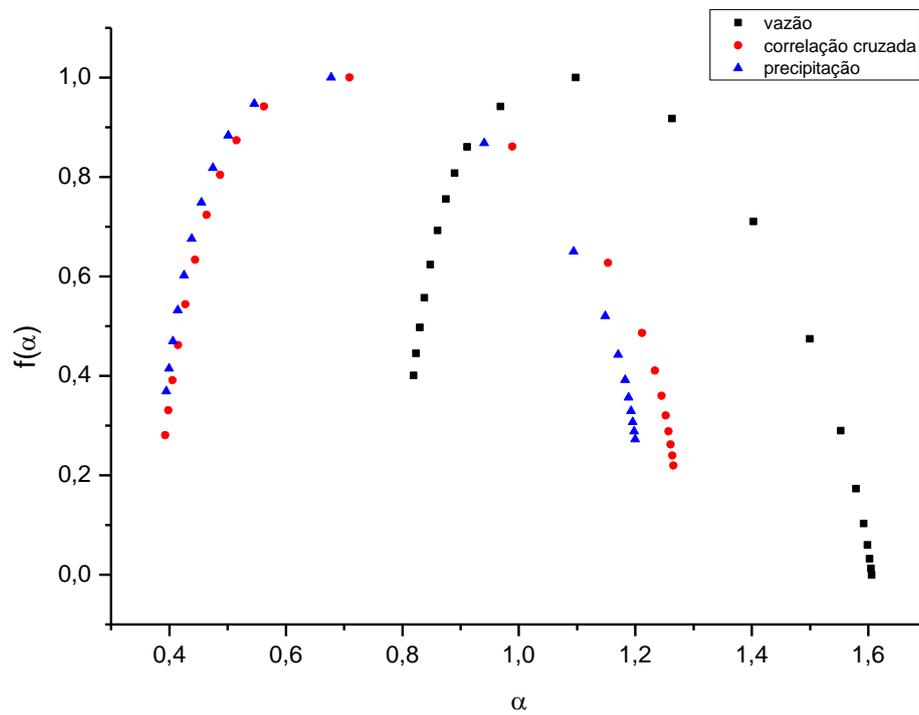


Figura 63 – Gráfico do espectro multifractal $f(\alpha)$ das séries temporais originais de precipitação, vazão e correlação cruzada da bacia hidrográfica Camanducaia.

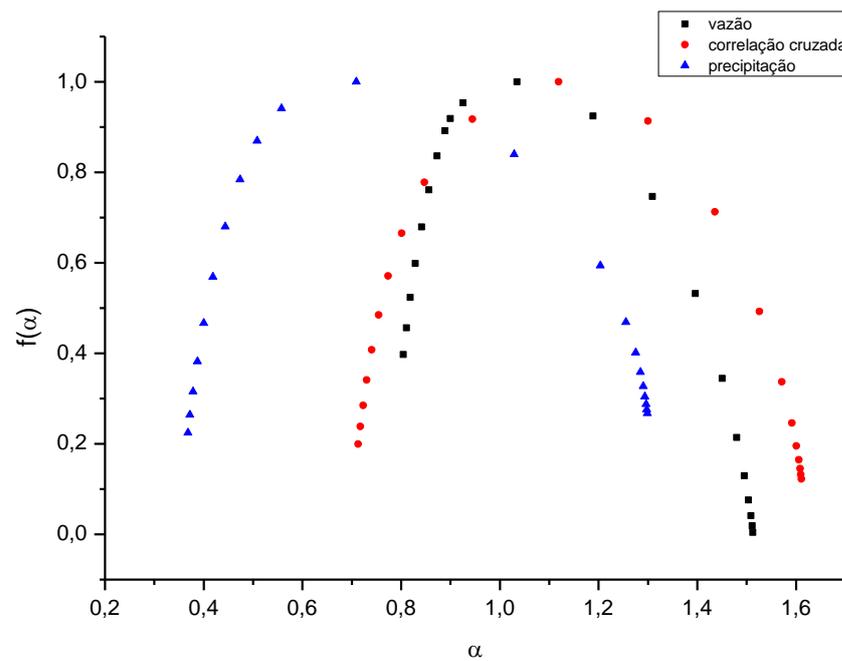


Figura 64 - Gráfico do espectro multifractal $f(\alpha)$ das séries temporais originais de precipitação, vazão e correlação cruzada da bacia hidrográfica Corumbataí.

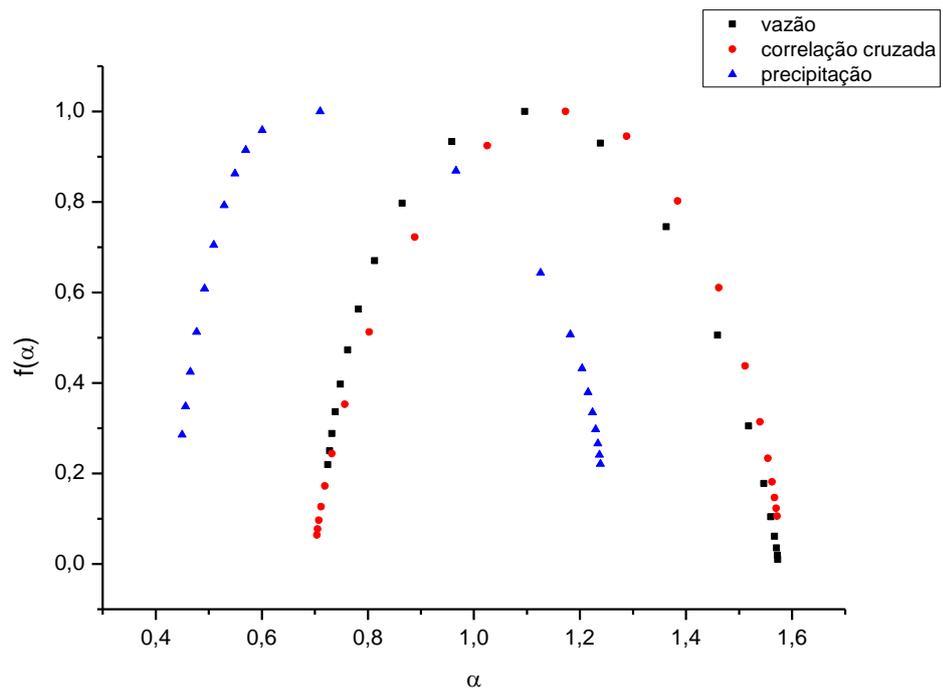


Figura 65 - Gráfico do espectro multifractal $f(\alpha)$ das séries temporais originais de precipitação, vazão e correlação cruzada da bacia hidrográfica Jaguari.

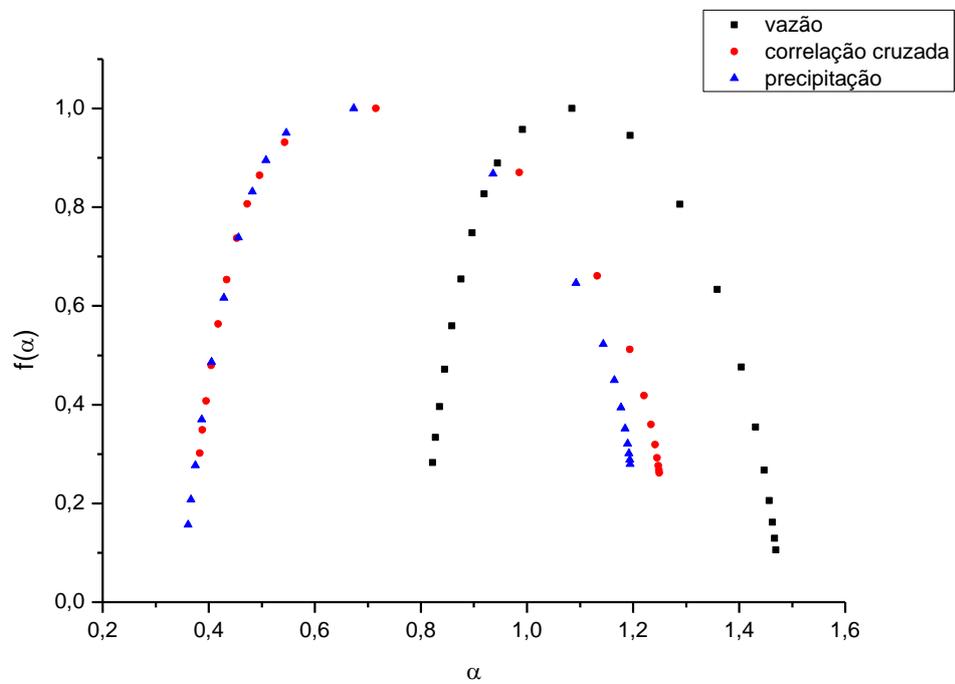


Figura 66 - Gráfico do espectro multifractal $f(\alpha)$ das séries temporais originais de precipitação, vazão e correlação cruzada da bacia hidrográfica Piracicaba.

5. CONCLUSÃO

Um dos grandes desafios na gestão dos recursos hídricos é a busca de medidas eficientes para o controle dos processos hidrológicos. O conhecimento do comportamento dos principais parâmetros hidrológicos como vazão e precipitação é indispensável na tomada de decisões que visem à preservação e gestão dos recursos hídricos. Vários estudos mostram que as interações entre vazão e precipitação são não lineares refletindo a complexidade do ciclo de água. O conhecimento da natureza destas interações é importante para desenvolvimento dos modelos de ciclo hidrológico da bacia hidrográfica e avaliação da influência das mudanças climáticas nos fenômenos ambientais.

Nas últimas décadas a análise multifractal tem sido empregada para descrever e modelar a distribuição espacial e temporal das principais variáveis hidrológicas, precipitação pluvial e vazão fluvial dos rios. Essa metodologia possibilita o estudo dos processos hidrológicos nas diferentes escalas, providenciando as informações necessárias para modelagem de vários fenômenos como inundações, erosão do solo, transporte dos poluentes e infiltração. A multifractalidade das séries temporais de vazão e precipitação foi muito estudada na literatura, no entanto o conceito multifractal não foi aplicado nas correlações cruzadas entre estes processos. Neste trabalho, foram analisadas as correlações cruzadas entre séries temporais de vazão e precipitação da bacia hidrográfica do rio Piracicaba usando o método MF-DXA. Os resultados mostram que as correlações cruzadas entre vazão e precipitação possuem propriedades multifractais indicadas pelo comportamento das medidas multifractais: expoente de Hurst generalizado, expoente de Renyi e espectro multifractal. Esses resultados representam a primeira evidência das correlações cruzadas multifractais entre variáveis hidrológicas. A multifractalidade das séries individuais da precipitação e vazão foi confirmada utilizando o método MF-DFA. O espectro multifractal obtido pelo MF-DXA é semelhante ao espectro multifractal da vazão (obtido pelo MF-DFA) para as sub-bacias Corumbataí, Jaguari e Atibaia, enquanto para as sub-bacias Camanducaia e Piracicaba o espectro MF-DXA é semelhante ao espectro multifractal da precipitação. Uma possível razão para essa diferença pode estar relacionado com o

tipo de solo e cobertura vegetal que influem o processo de evapotranspiração, e consequentemente o ciclo hidrológico da bacia.

REFERÊNCIAS

ANA. **A implementação da cobrança pelo uso de Recursos Hídricos e Agência de Água das Bacias dos Rios Piracicaba, Capivari e Jundiáí.** Brasília, 112 p, 2007.

ANA. **Conjuntura dos Recursos Hídricos no Brasil: 2013/ Agência Nacional de Águas.** Brasília: ANA, 2013. 432 p. ISBN 978-85-882100-15-8.

ANA. **Disponibilidade e demandas e recursos hídricos no Brasil.** Brasília - DF. Maio, 2005.

ARIANOS, S.; Carbone, A. **Detrending moving average algorithm: A closed-form approximation of the scaling law,** Physica A, Volume 382, 2007, Pages 9-15.

BALLESTER, M.V.R.; KRUSCHE, A.V.; MARTINELLI, L.A.; FERRAZ, E.S.B.; VICTORIA, R.L.; BERNARDES, M.C.; OMETTO, J.P.; CERRI, C.E.P.; TOLEDO, A.M.A.; CAMARGO, P.; FRACASSI, F.C. **Análise integrada de bacias de drenagem utilizando Sistemas de Informações Geográficas e biogeoquímica de águas superficiais na bacia do rio Piracicaba (São Paulo)** In: Schiavetti, A.; Camargo, A.F.M. (Ed.) **Conceito de bacias hidrográficas, teoria e aplicações.** Ilhéus: Editora Editus, 2001. cap.11.

BARBOSA, S. E. da S.; BARBOSA JÚNIOR, A. R.; SILVA, G. Q. da; CAMPOS, E. N. B.; RODRIGUES, V. de C. **Geração de modelos de regionalização de vazões máximas, médias de longo período e mínimas de sete dias para a bacia do rio do Carmo, Minas Gerais.** Engenharia Sanitária e Ambiental. Rio de Janeiro. Jan./Mar. 2005, vol.10, n.1, pp. 64-71. ISSN 1413-4152.

BELTRAME, A. da V. **Diagnóstico do meio físico de bacias hidrográficas: modelo e aplicação.** Florianópolis: Ed. da UFSC, 1994.

BERAN, J. **Statistics for Long-memory Processes**. Chapman Hall, New York, 1994.

BESAW, L. E. ; RIZZO, V; BIERMAN, P. R.; HACKETT, W. R. **Advances in ungauged streamflow prediction using artificial neural networks**. Journal of Hydrology, Volume 386, Issues 1–4, 28 May 2010, Pages 27-37,

BRANDÃO, A. M. P. M. Clima urbano e enchentes na cidade do Rio de Janeiro. In.:

BUNDE, A.; HAVLIN, S. **Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records**. Journal of Geophysical Research 111, D011106, 2006.

CARVALHO, T.M. **Quantificação de sedimentos em suspensão e de fundo no médio rio Araguaia**. Revista Geografia Acadêmica, 1,1:55-64, 2007.

CENA. **Centro de Energia Nuclear na Agricultura**. Disponível em: <<http://www.cena.usp.br/piracena/cartilha.pdf>> Acesso em: 28 jan. 2014.

CHEN, Z.; IVANOV, P. CH.; HU, K.; STANLEY, H. E. **Effect of Nonstationarities on Detrended Fluctuation Analysis**. Phys. Rev. E 65, 041107, 2002.

CURRENTI, G.; DEL NEGRO, C.; LAPENNA, V.; TELESCA, L. **Fluctuation analysis of the hourly time variability of volcano-magnetic signals recorded at Mt. Etna Volcano, Sicily (Italy)** Chaos, Solitons & Fractals 23, 1921-1929, 2005.

DAE - Departamento de Água e Esgoto. **Sistema Cantareira**. Disponível em: <<http://daescs.sp.gov.br/index.asp?dados=ensina&ensi=cantareira>> Acesso em: 09 jan. 2013.

DAEE - Departamento de Águas e Energia Elétrica. - **Estudo de águas subterrâneas – Região Administrativa 5 Campinas**, São Paulo: Ed. Governo do Estado de São Paulo, 1985. - 640p.

DAEE - **Departamento de Águas e Energia Elétrica**. Disponível em:
<<http://www.daee.sp.gov.br>>. Acessado em 10 jun. 2013.

DUTTA, S. **Multifractal properties of ECG patterns of patients suffering from congestive heart failure**. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment P12021, 2010.

FEDER, J. **Fractals**. Plenum Press, New York, 1988.

FELLOWS, D. K. **The Environment of Mankind: an introduction to physical geography**. 1978. 484 p.

FIGLIOLA, A.; SERRANO, E.; ROSSO, O. A. **Multifractal detrended fluctuation analysis of tonic-clonic epileptic seizures**. European Physics Journal Special Topics 143, 117 -123, 2007.

FORSDYKE, A. G. **Previsão do Tempo e Clima, tradução de Fernando de Castro Ferro**, Melhoramentos, Edusp, série prisma nº 17, São Paulo, 1975.

GARCEZ, L. N.; ALVAREZ, G. A. **Hidrologia**. 2ª Edição Revista e Atualizada, Editora Edgard Blucher Ltda. São Paulo, 1995.

GOLDBERGER, A.L.; AMARAL, L.A.N.; HAUSDORFF, J.M.; IVANOV, P. Ch.;

GONÇALVES, N. M. S. **Impactos pluviais e desorganização do espaço em Salvador**. In: MONTEIRO, C. A. F.; MENDONÇA, F. (org). Clima urbano. São Paulo: Contexto, 2003.

GRASSBERGER, P.; PROCACCIA, I. **Characterization of strange attractors**. Physical Review Letters 50 (5): 346–49. 1983.

GRILLO, R. C.; BRINO, W. C. **O impacto da precipitação pluvial na cidade de Rio Claro-SP**. Geografia. Rio Claro, v.19 n.1, abr. 1994, p.39-60.

GU, G.-F.; ZHOU, W.-X. **Detrending moving average algorithm for multifractals**, Physical Review E, v. 82, p. 011136 (2010).

GUERRA, A. T. J.; CUNHA, S. B. **Impactos ambientais urbanos no Brasil**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2001.

HAJIAN, S.; MOVAHED, M. S. **Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis of sunspot numbers and river flow fluctuations**, Physica A 389, 4942 - 4957. 2010.

HAUSDORFF, H. M.; PENG, C-K.; LADIN, Z.; WEI, J. Y.; GOLDBERGER, A. L. **Is walking a random walk? Evidence for long-range correlations in stride interval of human gait**. Journal of Applied Physiology, Am Physiological Soc, v. 78, n. 1, p. 349–358, 1995.

HE, L-Y.; CHEN, S.-P. **Multifractal Detrended Cross-Correlation Analysis of agricultural futures markets**. Chaos, Solitons & Fractals 44, 355 - 361, 2011.

HIRPA, F. A.; GEBERMICHAEL, M.; OVER, T. M. **River flow fluctuation analysis: Effect of watershed area**. Water Resources Research 46, W12529, 2010.

HURST, H. E. **Long-term storage capacity of reservoirs**, Transaction of American Society of Civil Engineers 116, 770 - 808, 1951.

IRRIGART. Engenharia & Consultoria em Recursos Hídricos e Meio Ambiente Ltda. **Relatório da situação dos recursos hídricos das bacias hidrográficas dos rios Piracicaba, Capivari e Jundiá - 2004/2006**. Piracicaba, 2007.

IRRIGART. Engenharia & Consultoria em Recursos Hídricos e Meio Ambiente Ltda. **Caracterização das bacias Piracicaba, Capivari e Jundiá**. Disponível em: <http://www.comitepcj.sp.gov.br/download/RS/RS-02-03_Cap-2-1_Caracterizacao-Bacias.pdf>. Acessado em: 10 jan. 2014.

KANTELHARDT, J. W. et. al. **Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Nonstationary Time Series**. Physica A 316 (2002) 87-114.

KANTELHARDT, J. W.; KOSCIELNY-BUNDE, E.; RYBSKI, D.; Braun, P.; BUNDE, A.; HAVLIN, S. **Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records.** Journal of Geophysical Research 111, D01106, 2006.

KIRALY, I. M. JANOSI, **Detrended fluctuation a analysis of daily temperature records: Geographic dependence over Australia.** Meteorology and Atmospheric. Physics 88 (2005) 119-128.

KOBAYASHI M.; MUSHA, T. **1/f fluctuation of heartbeat period.** IEEE transactions on bio-medical engineering, v.29, pp.456-457, 1982.

KOSCIELNY-BUNDE, E.; KANTELHARDT, J. W.; BRAUN, P. de.; BUNDE, A.; HAVLIN, S. **Long-term persistence and multifractality of river runoff records: Detrended fluctuation studies.** Journal of Hidrology 322 (2006) 120-137.

LACASA, L.; TORAL, R. **Description of stochastic and chaotic series using visibility graphs,** Physical Review E 82, 036120, 2010.

LANDSBERG, H. E. **The urban climate.** New York: Academic Press, 1981.

LIMA, N. I. P.; LIMA, J. L. M. P. **Investigating the multifractality of point precipitation in the Madeira archipelago.** Nonlinear Processes in Geophysics 16, 299 -311, 2009.

LIU, Y.; GOPIKRISHNAN, P.; CIZEAU, P.; MEYER, M.; PENG, C.-K.; STANLEY, H.E. **The statistical properties of the volatility of price fluctuations.** Phys. Rev. E 60, 1390-1400, 1999.

LUIS, E. L.; HERRMANN, M. L. de P. **Influência do comportamento das precipitações na análise de susceptibilidade a enchentes e deslizamentos em zonas subtropicais: O caso da grande Florianópolis.** In: X Simpósio de geografia Física Aplicada, 2003, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro: Departamento de Geografia/UERJ, 2003. 1 CD-ROM.

MACHADO, C. J. S., **Recursos Hídricos e Cidadania no Brasil: limites, alternativas e desafios**. Ambiente & Sociedade, Campinas, Vol. VI, nº. 2, 2003. p. 121-136.

MACHADO, P. A. L., **Direito Ambiental Brasileiro**, 9a ed., rev., atual. e ampl., 2a tiragem, São Paulo: Malheiros Editores, 2001.

MANDELBROT, B. **The fractal geometry of nature**. Macmillan, 1983

MORAES, J. M.; PELLEGRINO, G. O.; BALLESTER, M. V.; MARTINELLI, L. A.; VICTORIA, R. L. **Trends in Hydrological Parameters of a Southern Brazilian Watershed and its Relation to Human Induced Changes**. Water Resources Management, v. 12, p. 295 - 311, 1998.

MORAIS, A. R.; BOTELHO, V. A.; CARVALHO, L. G.; MUNIZ, J. A.; LAGE G. **Estimativa da precipitação provável em Lavras (MG) através da distribuição gama**. Revista Brasileira de Agrometeorologia, v. 9, n. 2, p. 305-310, 2001.

MOREIRA, A. C., ASSIS, S. V. de. **Precipitação pluviométrica disponível na região da campanha do estado do Rio Grande do Sul**. Anais do XIII Congresso Brasileiro de Meteorologia. Fortaleza, 2004.

MULLIGAN, R. F. **Fractal analysis of highly volatile markets: an application to technology equities**. The Quarterly Review of Economics and Finance, Volume 44, pp.155-179, 2004.

MUZY, J.F.; BACRY, E.; ARNEODO, A. **Wavelets and multifractal formalism for singular signals : application to turbulence data**. Physical Review Letters 67, 3515 (1991).

NUNES, L. H. **Uso de sistemas de informação geográfica na análise da anomalia pluviométrica**. In: X Simpósio de geografia Física Aplicada, 2003, Rio de

Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: Departamento de Geografia/UERJ, 2003. 1 CD-ROM.

OÑATE, J. J. **Fractal analysis of climatic data: Annual precipitation records in Spain.** Theoretical and applied climatology, Volume 56, pp. 83-87, 1997.

PANDAHEY, G.; LOVEJOY, S.; SCHERTZER, D. **Multifractal analysis of daily river flow including extremes for basins of five to two million square kilometers, one day to 75 years.** Journal of Hydrology 208, 62-81, 1998.

PELLEGRINO, G. Q. **Análise espaço-temporal de dados hidrológicos da bacia do rio Piracicaba.** Piracicaba, 1995, 177p. (Dissertação de Mestrado, USP/ESALQ).

PENG C-K.; HAUSDORFF, J. M.; GOLDBERGER, A.L. **Fractal mechanisms in neural control: Human heartbeat and gait dynamics in health and disease.** In: Walleczek J, ed. Self-Organized Biological Dynamics and Nonlinear Control. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

PENG, C. K. et. al. **Mosaic organization of DNA nucleotides,** Physical Review E, v. 49, n. 2, pp. 1685-1989, 1994.

PENG, C.-K.; STANLEY, H.E. **Fractal dynamics in physiology: Alterations with disease and aging.** PNAS 99, 2466-2472, 2002.

PINTO, N. L. de S; HOLTZ, A. C. T.; MARTINS, J. A; GOMIDE, F. L. S. **Hidrologia Básica.** São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda., 1988.

SABESP. **Data Oper-Sistema Cantareira.** São Paulo. Ed. Governo do Estado de São Paulo, 1989. 82p.

SHADKHOV, S.; JAFARI, G.R. **Multifractal detrended cross-correlation analysis of temporal and spatial seismic data,** European Physical Journal B 72, 679 - 683, 2009.

SHIKLOMANOV, I., "World fresh water resources", GLEICK, P. H. (Editor), Water in Crisis. **A Guide to the World's Fresh Water Resources**. Pacific Institute for Studies in Development, Environment and Security, Stockholm Environmental Institute, p. 13-24, 1998.

SILVA, M. R. da. **Otimização de Superfícies Seletivas de Frequência com Elementos Pré-Fractais Utilizando Rede Neural MLP e Algoritmos de Busca Populacional**. Tese de doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013.

SINGH, P.; KUMAR, A.; KUMAR, N.; KISHORE, N. **Hydro-meteorological correlations and relationships for estimating streamflow for Gangotri Glacier basin in Western Himalayas**. International Journal of Water Resources and Environmental Engineering, v. 2, p. 60-69, 2010.

SZETO, H. et al. **Fractal properties in fetal breathing dynamics**. The American Journal of Physiology-Regulatory, Integrative and Comparative Physiology, Am Physiological Soc, v. 263, n. 1, p. R141–R147, 1992.

TELESCA, L.; LAPENNA, V. **Measuring multifractality in seismic sequences**. Tectonophysics 423, 115-123, 2006.

THEILLER, J. **Estimating fractal dimension**. J. Opt. Soc. Am. 7, no. 6/June, 1055-1073, 1990].

TUCCI, C. E. M. **Gerenciamento da drenagem urbana**. Revista brasileira de recursos hídricos. Porto Alegre, v.7, n.1, jan/mar, 2002.

VICSEK, T. **Fractal growth phenomena**. 2ª ed. Singapore: World scientific, p. 488, 1993.

VIEIRA, S.R.; CARVALHO, J.R.P. de. **Estudo da periodicidade temporal de chuvas em bacia hidrográfica dos Rios Turvo/Grande - uma proposta**. Campinas: Embrapa Informática Agropecuária, 2001. 17 p. (Documentos, 10).

YANG, Z.; LIU, Q. **Response of Streamflow to Climate Changes in the Yellow River Basin, China.** Journal of Hydrology, v. 12, p. 1113-1126, 2011.

ZHANG, Z.; CHEN, X.; XU, C. Y.; YUAN, L.; YONG, B.; YAN, S. **Evaluating the non-stationary relationship between precipitation and streamflow in nine major basins of China during the past 50 years,** Journal of Hydrology, Volume 409, Issues 1–2, 2011, Pages 81-93,

ZHOU, W. X. **Multifractal detrended cross-correlation analysis for two nonstationary signals,** Physical Review E 77, 066211, 2008.

ZUNINO, L.; TABAK, B. M.; FIGLIOLA, A.; PEREZ, D. G.; GARAVAGLIA, M.; ROSSO, O. A. **A multifractal approach for stock market inefficiency.** Physica A 387, 6558-6566, 2008.