

Dalton Francisco de Araújo

**Análise e avaliação da trajetória de estudantes de
graduação baseadas em modelagem por cadeias de
Markov**

Recife

2019



Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada

Análise e avaliação da trajetória de estudantes de graduação baseadas em modelagem por cadeias de Markov

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Doutor em Biometria e Estatística Aplicada.

Área de concentração: Biometria e Estatística Aplicada

Orientador: Dr. Tiago Alessandro Espínola Ferreira

Recife

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- A663a Araújo, Dalton Francisco de
Análise e avaliação da trajetória de estudantes de graduação baseadas em modelagem por cadeias de Markov / Dalton Francisco de Araújo. - 2019.
123 f. : il.
- Orientador: Tiago Alessandro Espinola Ferreira.
Inclui referências, apêndice(s) e anexo(s).
- Tese (Doutorado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada, Recife, 2020.
1. Análise acadêmica. 2. Cadeia de Markov. 3. Trajetória Acadêmica. 4. Educação Superior. 5. Evasão. I. Ferreira, Tiago Alessandro Espinola, orient. II. Título

CDD 519.5

Dalton Francisco de Araújo

Análise e avaliação da trajetória de estudantes de graduação baseadas em modelagem por cadeias de Markov

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Doutor em Biometria e Estatística Aplicada.

Trabalho aprovado. Recife, 27 de novembro de 2019:

**Dr. Tiago Alessandro Espínola
Ferreira**
Orientador

Prof. Dr. Cláudio Tadeu Cristino
Membro Interno

**Prof. Dr. Gabriel Alves de
Albuquerque Júnior**
Membro Externo - DEINFO/UFRPE

Prof. Dr. Pedro Hugo de Figueirêdo
Membro Externo - DF/UFRPE

Prof. Dr. Adenilton José da Silva
Membro Externo - CIn/UFPE

Recife
2019

Este trabalho é dedicado a minha família.

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus por tudo.

Aos meus pais, Ivoneide e Francisco, pela dedicação que tiveram a criar seus filhos e pelo irretocável esforço na promoção da nossa educação mesmo em momentos difíceis. Gratidão sem fim.

Ao meu irmão, Faraday, sempre me ensinando sobre a vida e presente quando mais preciso.

À minha esposa Auristela, é difícil resumir minha gratidão por tudo que proporcionou nos últimos cinco anos na minha vida. Demonstrou grandiosidade capaz de me fazer superar as dificuldades e não desistir dos nossos sonhos.

Ao meu orientador, Tiago Ferreira, pelo constante incentivo, ensinamentos e pela compreensão que demonstrou nos momentos mais difíceis.

Ao professor Cláudio Cristino, pelas sugestões e acompanhamento de perto do desenvolvimento deste trabalho.

Aos demais docentes da banca examinadora, pelas relevantes contribuições

Aos demais docentes do Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada – PPBEA, sempre acessíveis, pelo aprendizado e experiência que levo para a vida acadêmica e pessoal.

Aos meus colegas no PPBEA, nossa convivência e união suavizou o percurso.

Aos meus amigos de trabalho, que tanto torceram, incentivaram e ajudaram nesse período, em especial, Maria José de Sena, Norma Silva, Talita Silva, Geiverson Sena, Michelle Celestino, Eduardo Melo, Zeza, Emerson Pedrosa, Taciana Albuquerque, além dos servidores da Pró-Reitoria de Ensino de Graduação.

À Universidade Federal Rural de Pernambuco por ter proporcionado todas as condições necessárias para realização deste doutorado. Instituição que me tornou licenciado, mestre e agora, doutor. Casa na qual sou servidor público, em sentido original.

*“[...] Graças te dou, ó Pai,
Senhor do céu e da terra,
que ocultaste estas coisas
aos sábios e entendidos, e
as revelaste aos pequeninos.”
(Bíblia Sagrada, Mateus 11:25)*

Resumo

A evasão está presente em instituições de ensino superior no mundo todo. Distúrbios durante o processo de formação podem causar altos níveis de abandono dos cursos de graduação, o que torna o fenômeno um problema para as instituições e para a sociedade, em especial quando financiadas com recursos públicos. O objetivo deste trabalho é apresentar uma investigação com possibilidade de intervenção sobre a trajetória acadêmica de estudantes de graduação, por meio de um modelo estocástico baseado em cadeias de Markov absorventes. A partir da proposição, simulações da dinâmica evolutiva foram realizadas para estimar os impactos de eventuais intervenções sobre o fenômeno analisado, em especial na evasão de estudantes durante a graduação. Modelos existentes na literatura são baseados em hierarquias naturais de um curso de graduação, como horas e séries cursadas com êxito. Isso impõe um caminho fixo de estados a ser necessariamente cumprido antes da colação de grau, o que restringe as possibilidades de intervenção sobre o ambiente. Assim, foi proposta uma abordagem para análise e avaliação da trajetória de estudantes de graduação, o que incluiu uma cadeia de Markov absorvente, homogênea de primeira ordem, de tempo discreto, em que o conjunto de estados é definido pela situação acadêmica e o número de reprovações acumuladas pelo estudante. Em um estudo de caso, com dados da Universidade Federal Rural de Pernambuco, o processo de investigação identificou o impacto estimado de algumas mudanças no sistema. Por meio de alterações preliminares nas probabilidades de transição do modelo, percebeu-se que ações sobre os ingressantes, antes da primeira reprovação, teria maior influência no número de formados. Quando implementado o processo de modelagem e seleção de cenários, foram identificadas trajetórias incrementais e alcançáveis com poder de redução de até 57% da proporção entre estudantes formados e evadidos. E, quando os experimentos foram realizados considerando a área de conhecimento de cada curso de graduação, a redução média foi de 73,77% na proporção evadidos sobre formados.

Palavras-chave: Análise acadêmica. Cadeia de Markov. Trajetória acadêmica. Educação superior. Evasão.

Abstract

Dropout is present in higher education institutions worldwide. Disorders during the undergraduate process can cause high levels of dropout, which makes the phenomenon a problem for institutions and for society, especially when financed with public resources. The objective of this work is to present an investigation with the possibility of intervention on the academic flow of undergraduate students, through a stochastic model based in absorbing Markov chain. Based on the proposition, simulations of the evolutionary dynamics were carried out to estimate the impacts of some interventions on the analyzed phenomenon, especially on the dropout. The existing models in the literature are based on natural hierarchies of an undergraduate course, such as hours and years successfully completed. This imposes a fixed path of states to be necessarily fulfilled before the graduation, which restricts the possibilities of intervention on the environment. Thus, an approach was proposed to analyze and evaluate the trajectory of undergraduate students, which included an absorbing, homogeneous, first-order Markov chain, with discrete time, in which the set of states is defined by the academic situation and the number of students cumulative failures. In a case study, using data from the Federal Rural University of Pernambuco, the investigation process identified the estimated impact of some changes in the system. Through preliminary changes in the model's transition probabilities, it was realized that actions on freshmen, before the first failure, would have a greater influence on the number of graduates. When the process of modeling and selecting scenarios was implemented, incremental and achievable trajectories were identified with the power to reduce up to 57% of the proportion between graduated and dropout. And, when the experiments were carried out considering the area of knowledge of each undergraduate course, the average reduction was 73.77% in the proportion dropout over graduates.

Keywords: Academic analytics. Markov chain. Academic flow. Higher education. Dropout.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama de probabilidades de transição para uma cadeia de Markov com três estados.	23
Figura 2 – Modelo de cadeia de Markov de Bessent e Bessent (1980).	29
Figura 3 – Modelo de cadeia de Markov de Crossen (2017).	32
Figura 4 – Modelo de cadeia de Markov de Brezavšček, Bach e Baggia (2017).	32
Figura 5 – Fases do modelo CRISP-DM adaptado de Shearer (2000).	35
Figura 6 – Evolução de vagas e diplomados da UFRPE (UFRPE, 2012; UFRPE, 2013; UFRPE, 2014; UFRPE, 2015; UFRPE, 2016b; MEC, 2016; MEC, 2017)	38
Figura 7 – Evolução da Taxa de Sucesso na Graduação da UFRPE (2006 – 2016) adaptado de UFRPE (2017), UFRPE (2018).	38
Figura 8 – Histograma do número de reprovações dos estudantes nos respectivos cursos.	42
Figura 9 – Número de reprovações dos estudantes nos respectivos cursos, por área de conhecimento.	43
Figura 10 – Proposta de abordagem para a análise e intervenção no fenômeno.	44
Figura 11 – Diagrama de representação do modelo proposto.	46
Figura 12 – Impactos da matrícula vínculo na UFRPE e no Modelo.	50
Figura 13 – Evolução do modelo ao longo de 80 passos.	54
Figura 14 – Evolução acumulada do modelo ao longo de 80 iterações, considerando \mathbf{T}	56
Figura 15 – Evolução de z por iteração.	57
Figura 16 – Comparação da evolução de z por iteração, considerando τ_{12} e $1,1\tau_{12}$	59
Figura 17 – Evolução acumulada do modelo ao longo de 80 iterações, considerando a matriz de transição \mathbf{V}_8 , resultante da oitava simulação.	63
Figura 18 – Comparação da evolução acumulada considerando a matriz de transição \mathbf{T} e \mathbf{V}_8	64

Lista de quadros

Quadro 1 – Alguns trabalhos encontrados na literatura que modelaram a trajetória acadêmica na educação superior por meio de cadeias de Markov. . . .	31
Quadro 2 – Classificação por situação acadêmica.	40

Lista de tabelas

Tabela 1 – Situação das vagas de graduação INEP (2019).	18
Tabela 2 – Tabela de contingência área de conhecimento <i>vs.</i> situação acadêmica.	41
Tabela 3 – Quantidade de ingressantes na base de teste por semestre letivo.	48
Tabela 4 – Valores observados (y_t) na base de teste por estado e ciclo letivo.	49
Tabela 5 – Desvio absoluto (D_t) obtido na avaliação do modelo usando \mathbf{P}	49
Tabela 6 – Desvio absoluto obtido na avaliação do modelo usando \mathbf{M}	52
Tabela 7 – Teste de normalidade Shapiro-Wilk para ρ_{ij}	53
Tabela 8 – Exemplos de variação em \mathbf{T} e o impacto em z após 80 iterações, sendo $z_0 = 4,711$	60
Tabela 9 – Descrição dos tempos de vínculos dos estudantes desconsiderando-se as covariáveis.	61
Tabela 10 – Variação em z por simulação, sendo $z_0 = 4,711$	62
Tabela 11 – Simulações segmentadas por área de conhecimento dos cursos de graduação.	65
Tabela 12 – Custo-benefício estimado (c) para cada intervenção $\delta(\tau)$	66
Tabela 13 – Classificação dos cursos por área de conhecimento.	80

Lista de abreviaturas e siglas

CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
CNS	Conselho Nacional de Saúde
CONEP	Comissão Nacional de Ética em Pesquisa
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
ISCED	<i>International Standard Classification of Education</i>
MEC	Ministério da Educação
OECD	<i>Organisation for Economic Co-operation and Development</i>
PNE	Plano Nacional de Educação
REUNI	Programa de Apoio a Planos de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais
SEDE	<i>Campus Sede-Dois Irmãos</i>
SIGA	Sistema de Informações e Gestão Acadêmica
SiSU	Sistema de Seleção Unificada
UACSA	Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho
UAG	Unidade Acadêmica de Garanhuns
UAST	Unidade Acadêmica de Serra Talhada
UFRPE	Universidade Federal Rural de Pernambuco

Sumário

1	Introdução	15
1.1	Motivação	17
1.2	Objetivos do Trabalho	18
1.3	Principais Contribuições	19
1.4	Organização do Trabalho	20
2	Conhecimentos Prévios	21
2.1	Cadeias de Markov	21
2.1.1	Propriedades de Estados e de Transições	22
2.1.2	Cadeia de Markov Absorvente	24
2.2	Método de Monte Carlo	25
2.3	Conceitos Educacionais	27
2.3.1	Classificação de Cursos por Áreas de Conhecimento	27
3	Revisão de Literatura	29
4	Método de Análise e Avaliação	35
4.1	Material	37
4.1.1	A Universidade Federal Rural de Pernambuco	37
4.1.2	Obtenção e Tratamento dos Dados	39
4.1.3	Análise Descritiva dos Dados	40
5	Proposta de Solução	44
5.1	Modelo Proposto	45
5.1.1	Avaliação do Modelo	46
5.1.1.1	Avaliação I	49
5.1.1.2	Avaliação II	51
5.2	Simulação de Cenários	52
5.3	Intervenção e Estimativa dos Efeitos	57
5.3.1	Seleção de Cenários Alcançáveis	61
5.3.1.1	Agrupamento por Áreas de Conhecimento	65
5.3.2	Custo da Alteração da Matriz de Transição	66
6	Conclusão	68
6.1	Limitações	69
6.2	Trabalhos Futuros	70
	Referências	71
	Apêndices	79
	APÊNDICE A Classificação ISCED Modificada	80

APÊNDICE B Simulações: Matrizes de Transição	81
B.1 Simulação 8: Trajetória	83
B.2 Simulações por Área de Conhecimento	104
Anexos	112
ANEXO A Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa – CEP	113
ANEXO B Taxa de Evasão/Retenção - UFRPE	120

1 Introdução

Segundo [Dias Sobrinho \(2008\)](#), a capacitação profissional é um dos aspectos importantes na formação da cidadania. Ela é uma das competências mais requisitadas da educação superior, ainda que não exclusiva desta. Mas, a capacitação profissional é um elemento imprescindível no desenvolvimento da vida social. Além disso, nenhum país pode aspirar a ser desenvolvido e independente sem um forte sistema de educação superior ([CAMPBELL; DEBLOIS; OBLINGER, 2007](#); [MOHRMAN; MA; BAKER, 2008](#)).

No mundo, a desistência de estudantes tem sido uma área significativa de pesquisa dentro das universidades há algum tempo. É uma questão complexa, em que o ambiente de aprendizagem envolve uma infinidade de interações entre estudantes, acadêmicos e gestores dentro do sistema de ensino superior ([REASON, 2009](#); [VILLANO et al., 2018](#); [NICOLETTI, 2019](#)).

Na área educacional, conforme revisão realizada por [Aljohani \(2016\)](#), ainda há discordância sobre os detalhes de uma teoria sobre a evasão e ausência de um modelo abrangente que possa indicar ações objetivas capazes de aumentar o número de estudantes que persistem na trajetória acadêmica até a diplomação. Essa é uma situação oportuna para o desenvolvimento de novas pesquisas. Pois, conforme [Simpson \(2005\)](#), ignorar a evasão chega a ser perverso, tendo em vista a visão mecânica das funções e propósitos de educação.

Entretanto, o estudo do processo de abandono acadêmico não se limita apenas às pesquisas da área de ciências humanas, a evasão é um objeto de investigação multidisciplinar. O processo usado nas instituições de ensino para apoiar a tomada de decisões operacionais e financeiras é denominado de **análise acadêmica**. Esse processo se utiliza do uso de dados educacionais a partir de uma perspectiva institucional e fornece uma visão holística de otimização geral da instituição, tomando-a como uma parte interessada direta ([BARNEVELD; ARNOLD; CAMPBELL, 2012](#); [WAHEED et al., 2018](#)).

A retenção de estudantes e o aumento da taxas de graduação é um dos objetos de estudo de trabalhos de análise acadêmica ([PALMER, 2013](#); [BUKRALIA; DEOKAR; SARNIKAR, 2015](#); [LIMA et al., 2018](#)). Segundo [Mashat, Ragab e Khedra \(2012\)](#), o problema de entender e avaliar a trajetória de estudantes por meio do sistema educacional é importante devido à sua mudança contínua e à crescente quantidade de dados.

Segundo [Crossen \(2017\)](#), o uso de cadeias de Markov, na análise de desempenho de estudantes, pode fornecer informações quantitativas, tais como atrasos potenciais no processo educacional, previsão de métricas probabilísticas que definem transições entre cada fase do curso, e opções de adaptabilidade de resultados para uso de gestores educacionais.

Toda instituição de ensino superior pode ser considerada uma organização hierárquica na qual um estudante permanece em um determinado estágio de estudo por um período letivo e depois pode ou permanecer no mesmo estágio, ou passar para o estágio seguinte ou deixar o sistema como graduado ou desistente (BREZAVŠČEK; BACH; BAGGIA, 2017). Estudos anteriores indicam que a progressão dos estudantes para concluir seus cursos superiores possui características estocásticas e pode ser modelada como uma cadeia de Markov (CRIPPA; MAZZOLENI; ZENGA, 2016; MASHAT; RAGAB; KHEDRA, 2012; RAHIM et al., 2013; SYMEONAKI; KALAMATIANOU, 2011; BREZAVŠČEK; BACH; BAGGIA, 2017).

Uma cadeia de Markov é uma sequência de variáveis aleatórias em que a probabilidade do próximo estado depende apenas do estado atual e não da sequência de eventos que precederam. Assim, pode ser usada para descrever sistemas que seguem uma cadeia de eventos vinculados, onde o que acontece a seguir depende apenas do estado atual do sistema (SHESKIN, 2016).

Conforme Jale et al. (2019), modelos de cadeias de Markov têm sido amplamente utilizados para simular séries temporais discretas. Isso inclui estudos sobre dinâmica da vegetação (BALZTER, 2000), processo hidrológicos (SCHOOF; PRYOR, 2008; FU; LI; HUANG, 2012), velocidade do vento (SHAMSHAD et al., 2005), distribuição de energia eólica (CARPINONE et al., 2015), expansão urbana (GALLO; CHASCO, 2008; RIMAL et al., 2018), realocação de pacientes em hospitais (ANDERSEN; NIELSEN; REINHARDT, 2017), processamento de imagens (ZHANG et al., 2018) e mercados financeiros (UZUN; KIRAL, 2017).

É possível encontrar trabalhos na literatura como Balakrishnan (2013), que utilizou cadeias de Markov ocultas para predição da permanência de um determinado estudante em um curso, mas sem a definição objetiva do conjunto de estados do modelo. Outros seguem uma mesma metodologia na definição dos estados transientes, baseados na hierarquia entre séries ou etapas necessárias para conclusão de um determinado curso (MUSIGA; OWINO; WEKE, 2010; MUSIGA; OWINO; WEKE, 2011; AMIENS; OISAMOJE, 2016; BREZAVŠČEK; BACH; BAGGIA, 2017; WALDE, 2019).

Entretanto, quanto maior o número de estados hierarquizados, maior pode ser a dificuldade de planejar e executar interferências sobre o sistema, uma vez que existe uma ordem obrigatória de estados a serem visitados como requisito para a colação de grau. A principal lacuna explorada neste texto é justamente essa característica presente na configuração de estados transientes por séries ou etapas.

Diante desse cenário, neste trabalho é apresentada uma alternativa para a análise da trajetória de estudantes de graduação. Para isso, é proposta uma cadeia de Markov absorvente com uma nova configuração de estados transientes, baseados no número de reprovações em disciplinas, para a modelagem da trajetória acadêmica. Uma das

características da proposta é a possibilidade de subsidiar o planejamento de intervenções no sistema, a fim de alcançar resultados desejados.

1.1 Motivação

Segundo a *Organisation for Economic Co-operation and Development – OECD* (2019), cerca de 18% dos adultos (25-64 anos) no Brasil concluíram o ensino superior. Isso é semelhante à taxa de obtenção pelo México, mas bem abaixo de outros países da América Latina, como Argentina (36%), Chile (25%), Colômbia (23%) e Costa Rica (23%). Nos países da OECD, a taxa média de graduados é de 39%, mais do que o dobro do Brasil.

Para mudar essa realidade, o Brasil vem tentando ampliar o percentual de jovens entre 18 e 24 anos matriculados nesse nível de ensino (BRASIL, 2001; BRASIL, 2014; BARROS, 2015). Essa intenção foi traduzida em diretrizes, objetivos e metas integrantes dos últimos Planos Nacionais de Educação – PNE, aprovados pelas Leis nº 10.172/2001 e 13.005/2014.

Para alcançar esses indicadores, o Governo Federal desencadeou diversas ações nos últimos quinze anos. Entre essas políticas, alvo de elogios e de questionamentos (ARAÚJO; PINHEIRO, 2010; LÉDA; MANCEBO, 2009; MANCEBO; VALE; MARTINS, 2015), está o Programa de Apoio a Planos de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais – REUNI, instituído pelo Decreto nº 6.096/2007, que em seu artigo 1º define como objetivo “criar condições para a ampliação do acesso e permanência na educação superior, no nível de graduação, pelo melhor aproveitamento da estrutura física e de recursos humanos existentes nas universidades federais” (BRASIL, 2007).

No primeiro ano de vigência, o REUNI foi aderido por 53 das 54 Universidades Federais existentes à época (MEC, 2009, p. 4). As ações desse programa contribuíram para elevar a taxa de jovens entre 18 e 24 anos matriculados na educação superior¹ de 13,15% em 2007² para 18% em 2015³, e 20,9% em 2018⁴ (IBGE, 2008; IBGE, 2016; IBGE, 2018). Apesar do aumento, esses números ainda estão aquém dos objetivos e metas do PNE aprovado em 2001, que tinha a intenção de elevar esse percentual de menos de 12% para pelo menos 30% ao final daquela década, o que tiraria o Brasil da situação de detentor de um dos índices mais baixos da América Latina (BRASIL, 2001). O PNE aprovado em 2014 eleva essa meta para 33% até 2024 (BRASIL, 2014).

¹ Considerando matrículas também em mestrados e doutorados, e não restrita apenas às Universidades Federais, objeto do REUNI.

² População entre 18 e 24 anos: 24 milhões, desses, 3 milhões frequentavam a educação superior (IBGE, 2008, vol. Brasil: Tabelas 1.1 e 3.4).

³ População entre 18 e 24 anos: 22 milhões, desses, 4 milhões frequentavam a educação superior (IBGE, 2016, vol. Brasil: Tabelas 1.1 e 3.4).

⁴ População entre 18 e 24 anos: 22,234 milhões, 4,646 milhões frequentavam a educação superior (IBGE, 2018).

A ampliação do acesso à educação superior não se limita ao aumento de vagas ofertadas. O próprio REUNI tinha entre suas diretrizes a redução das taxas de evasão e a ocupação de vagas ociosas. Como afirma [Silva Filho et al. \(2007\)](#), as perdas de estudantes que iniciam mas não terminam seus cursos são desperdícios sociais, acadêmicos e econômicos. Isso, porque a evasão é uma fonte de ociosidade de funcionários, equipamentos e espaço físico, e, no setor público, são recursos públicos investidos sem o devido retorno.

O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP, órgão vinculado ao Ministério da Educação, divulga periodicamente informações quantitativas sobre a educação superior brasileira. E, apesar de não ser uma preocupação recente, em 2018, de acordo com o [INEP \(2019\)](#), havia 3.464.920 vagas remanescentes na educação superior brasileira, dessas, 109.401 estavam em instituições federais, o que representa 23,3% das vagas ofertadas por essas entidades, como pode ser observado na Tabela 1.

Tabela 1 – Situação das vagas de graduação [INEP \(2019\)](#).

Categoria	Vagas de Cursos de Graduação					
	Total Geral		Presencial		A distância	
	Total geral de vagas	Vagas remanescentes	Total	Vagas remanescentes	Total	Vagas remanescentes
Pública	835.569	178.869	722.395	174.810	113.174	4.059
-Federal	468.861	109.401	441.335	107.114	27.526	2.287
-Estadual	267.720	51.571	215.416	50.123	52.304	1.448
-Municipal	98.988	17.897	65.644	17.573	33.344	324
Privada	12.693.532	3.464.920	5.636.139	2.148.062	7.057.393	1.316.858

Essas vagas são oriundas do não preenchimento nos processos seletivos e da evasão. Segundo [Santos Jr. et al. \(2017\)](#), que apresentou uma revisão de literatura das pesquisas sobre evasão da educação superior no Brasil a partir de 1990, pesquisas nessa área ainda são incipientes e ainda há muito que se discutir, considerando a dinâmica de crescimento da educação superior no Brasil e os meandros que a envolvem, os quais têm possibilitado ampliações nas vertentes de pesquisa. Além disso, a compreensão desse fenômeno é imprescindível para a redução de seus índices, o que em última instância coopera para a ampliação do acesso à educação superior no país.

1.2 Objetivos do Trabalho

O objetivo geral deste trabalho é apresentar uma investigação com possibilidade de intervenção sobre a trajetória acadêmica de estudantes de graduação, por meio de um modelo estocástico baseado em cadeias de Markov absorventes. A partir da proposição, simulações da dinâmica evolutiva são realizadas para identificar impactos de possíveis intervenções sobre o fenômeno analisado, em especial na evasão de estudantes durante a graduação.

Para alcançar esse objetivo, foram delimitados alguns objetivos específicos, que se caracterizam também como subprodutos desta tese de doutorado:

- identificar contribuições de trabalhos na literatura que abordem a trajetória acadêmica como um processo estocástico, para o problema da evasão;
- desenvolver um modelo de cadeia de Markov para a dinâmica acadêmica de estudantes na graduação em que os estados transientes não sejam hierarquizados, isso é, sem uma sequência fixa necessária a ser seguida entre esses estados para a conclusão do curso;
- avaliar o modelo proposto com os dados obtidos na Universidade Federal Rural de Pernambuco, como um estudo de caso;
- verificar a potencialidade da proposta em relação à simulações de cenários futuros, considerando alterações de valores de elementos da matriz de transição;
- definir estratégia para localizar cenários alcançáveis que impactem positivamente na redução da evasão ao longo do tempo.

1.3 Principais Contribuições

Este trabalho traz contribuições para a atividade de análise e avaliação da trajetória de estudantes de graduação, em especial para o estudo da evasão na educação superior. Sua principal contribuição é a proposição e avaliação de um modelo alternativo de conjunto de estados transientes para modelagem do problema por meio de uma cadeia de Markov.

Existem trabalhos na literatura em que a trajetória acadêmica é tratada como um processo estocástico e modelado por meio de cadeias de Markov. Os conjuntos de estados transientes, nesses trabalhos, em geral, limitam-se aos anos ou semestres letivos necessários para a obtenção do título de graduado. Dessa forma, o estudante necessariamente precisa assumir uma determinada sequência de estados transientes como requisito para alcançar o estado absorvente ocupado pelos graduados. Esse tipo de configuração, tem dois problemas principais:

- dificuldade de enquadrar o estudante em uma série, tendo em vista que reprovações de disciplinas isoladas causam distúrbios nessa hierarquia;
- como existe um caminho ou hierarquia fixa obrigatória de percurso entre os estados para conquistar o grau acadêmico, há limitações em possíveis ações de intervenção. Em um percurso engessado as opções de intervenção também acabam sendo reduzidas.

Neste trabalho é proposto uma configuração de estados absorventes baseada no número de reprovações obtidas por cada indivíduo, uma característica presente em qualquer sistema de registro acadêmico. Além disso, é proposta uma estratégia de avaliação de cenários simulados a partir da alteração dos valores nas matrizes de transição, oportunizando uma visualização teórica dos impactos de possíveis intervenções sobre o fenômeno. A concepção desse método tem a finalidade de ser uma alternativa de suporte ao planejamento de ações para redução da evasão na graduação.

1.4 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em seis partes:

Conhecimentos Prévios: são apresentados conhecimentos ligados ao objeto de estudo, que podem ajudar na compreensão desta obra pelo leitor. Na Seção 2.1, é dada a definição formal de uma cadeia de Markov e dos principais objetos relacionados a esse tipo de processo estocástico. Já na Seção 2.2 são encontradas noções introdutórias do Método de Simulação de Monte Carlo. E, na Seção 2.3, são apresentadas algumas definições da área educacional vinculadas ao fenômeno;

Revisão de Literatura: fornece uma visão geral de trabalhos que utilizaram modelagem de cadeias de Markov para análise de trajetória de estudantes de graduação, o que inclui um quadro síntese com descrição de modelos já publicados;

Método de Análise e Avaliação: apresenta detalhes metodológicos que nortearam o desenvolvimento da pesquisa, iniciando-se pela hipótese do trabalho. É nesse capítulo que está descrita a forma de obtenção e transformação dos dados utilizados na pesquisa, por exemplo;

Proposta de Solução: concentra a proposta de solução, o que inclui o detalhamento de uma abordagem e um modelo de cadeia de Markov com a possibilidade de intervenção sobre o sistema;

Conclusão: apresenta comentários sumários e conclusivos sobre o trabalho.

2 Conhecimentos Prévios

Antes de iniciar as discussões científicas sobre a modelagem do fluxo acadêmico, e imergir no núcleo deste trabalho, neste capítulo, são apresentados conhecimentos prévios, ligados ao objeto de estudo, que podem ajudar na compreensão desta obra pelo leitor.

Assim, na Seção 2.1, é dada a definição formal de uma cadeia de Markov e dos principais objetos relacionados a esse tipo de processo estocástico. Já na Seção 2.2 são encontradas noções introdutórias do Método de Simulação de Monte Carlo. E, na Seção 2.3, são apresentadas algumas definições da área educacional vinculadas ao fenômeno.

2.1 Cadeias de Markov

Um **processo estocástico** é definido como uma coleção de variáveis aleatórias X_t indexadas no tempo t . A variável X_t pode assumir um dos valores mutuamente exclusivos do conjunto $E = \{0, 1, \dots, M\}$ chamados de **estados**. A variável aleatória X_t representa o estado do sistema observado no tempo t . Portanto, seus únicos valores possíveis são $0, 1, \dots, M$. Em um processo estocástico de tempo discreto, o sistema é observado em momentos específicos, chamados de **passos**, rotulados como $t = 0, 1, 2, \dots$. Assim, o processo estocástico $\{X_t\} = \{X_0, X_1, X_2, \dots\}$ fornece uma representação matemática de como o estado do sistema evolui com o tempo (SHESKIN, 2016; HILLIER; LIEBERMAN, 2001; SANTOS et al., 2019).

Em um processo Markoviano, a probabilidade condicional do próximo estado depende apenas do estado presente, sendo independente da história passada do processo. Assim, um processo estocástico possui a propriedade Markoviana se obedecer à Equação 2.1.

$$P(X_{t+1} = y | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_t = x_t) = P(X_{t+1} = y | X_t = x_t) \quad (2.1)$$

As probabilidades condicionais $P(X_{t+1} = j | X_t = i) = \rho_{ij}$ são chamadas de **probabilidades de transição**. Quando o espaço de estados, E , de um processo Markoviano for discreto, tem-se uma **cadeia de Markov**.

Um estimador de Máxima Verossimilhança para ρ_{ij} é dado por $\hat{\rho}_{ij}$, da Equação 2.2, em que, m_{ij} representa o número de transições do estado i para o estado j observado

na amostra.

$$\hat{\rho}_{ij} = \frac{m_{ij}}{\sum_{j=1}^N m_{ij}} \quad (2.2)$$

As probabilidades de transição para uma cadeia de Markov com N estados pode ser representada por uma **matriz de transição** $N \times N$, como \mathbf{P} .

$$\mathbf{P} = [\rho_{ij}]_{m \times n} = \begin{array}{c} x_t^{X_{t+1}} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ N \end{array} \end{array} \begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad \dots \quad N \\ \left[\begin{array}{cccc} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & \rho_{NN} \end{array} \right] \end{array} \quad (2.3)$$

Cada linha da matriz de transição \mathbf{P} , expressa na Equação 2.3, representa o estado presente, no passo t . Enquanto as colunas representam o próximo estado, no passo $t + 1$. Isto é, ρ_{ij} representa a probabilidade da variável aleatória sair do estado i no tempo t para assumir o estado j no tempo $t + 1$.

Uma matriz de transição, \mathbf{P} , tem algumas propriedades:

- $0 \leq \rho_{ij} \leq 1$, visto que ρ_{ij} é uma probabilidade;
- $\sum_{j=1}^N \rho_{ij} = 1$, uma vez que um dos estado j será assumido no próximo passo $t + 1$.

Outra forma de representar cadeias de Markov, principalmente quando o espaço de estados é pequeno, é por meio de grafos dirigidos, em que os vértices representam os estados, e os pesos dos arcos a probabilidade de transição entre os estados interligados. Na Figura 1 é apresentado um grafo de transição para uma cadeia de Markov com $E = \{1,2,3\}$.

2.1.1 Propriedades de Estados e de Transições

Em uma cadeia de Markov com espaço de estados finito, um estado N é dito **recorrente** se o número médio de visitas a ele é infinito. Assim, independente do tempo t , esse estado será revisitado pela variável aleatória em algum outro momento $t + i$, sendo $i \in \mathbb{N}$. Caso contrário, o estado é dito **transiente**.

Um tipo especial de estado recorrente é o estado **absorvente**. Nesse caso, quando uma variável aleatória assume esse estado, dele, ela não sai mais. Um estado i é considerado **absorvente** se e somente se $\rho_{ii} = 1$.

Quando as probabilidades de transição de uma cadeia de Markov são constantes ao longo do tempo, tem-se uma cadeia de Markov homogênea, isso é, $\rho_{ij} = P(X_{t+1} = y | X_t = x) = P(X_1 = y | X_0 = x)$.

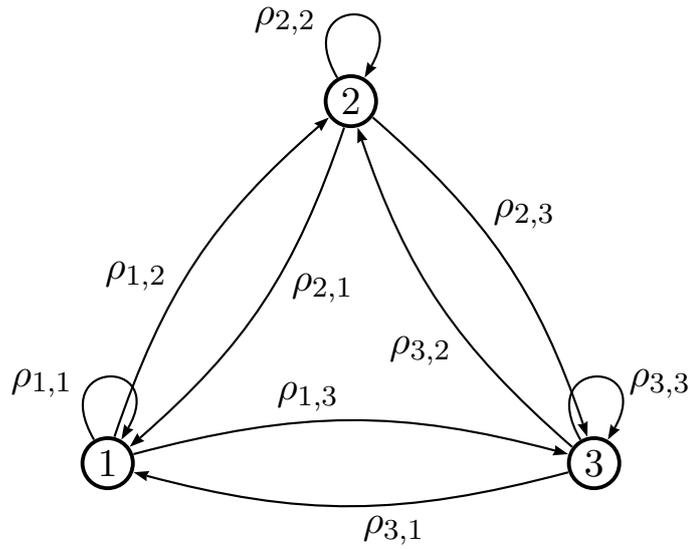


Figura 1 – Diagrama de probabilidades de transição para uma cadeia de Markov com três estados.

Como visto, a matriz de transição \mathbf{P} apresenta as probabilidades de mudança de estado de um tempo t para $t + 1$. Entretanto, é possível trabalhar com matrizes de probabilidades em relação a n passos no tempo. Define-se a probabilidade de transição em n passos, para uma cadeia de Markov homogênea, como $\rho_{ij}^{(n)}$, exposta na Equação 2.4.

$$\rho_{ij}^{(n)} = P(X_{t+n} = y | X_t = x) = P(X_n = y | X_0 = x) \quad (2.4)$$

A probabilidade $\rho_{ij}^{(n)}$ pode ser calculado a partir da probabilidade de ρ_{ij} para cada passo $t = 0, 1, \dots, n$. Entretanto, a probabilidade de transição em n -passos também é dada por $\mathbf{P}^{(n)}$, Equação 2.5, que pode ser obtida por meio das equações de Chapman-Kolmogorov (ROSS, 2014).

$$\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^m \cdot \mathbf{P}^{(n-m)} \quad (2.5)$$

Considerando cadeias de Markov homogêneas, quando as probabilidades de transição são estacionárias, ou seja, não mudam com o tempo, temos que $\mathbf{P}^{(n+m)} = \mathbf{P}^{(n)} \cdot \mathbf{P}^{(m)}$.

Isso é, em particular, $\mathbf{P}^{(2)} = \mathbf{P}^{(1+1)} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{P}^2$, e, por indução,

$$\mathbf{P}^{(n)} = \mathbf{P}^{(n-1+1)} = \mathbf{P}^{n-1} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{P}^n.$$

Por fim, um estado j é considerado **alcançável** a partir do estado i se existir algum n tal que $\rho_{ij}^{(n)} > 0$. Isto é, partindo-se do estado i é possível que se chegue ao estado j em algum momento. Além disso, se o estado i também for alcançável de j , então esses estados são **comunicantes**.

2.1.2 Cadeia de Markov Absorvente

Uma cadeia de Markov é dita absorvente, se a partir de qualquer estado transiente, pode-se chegar a um estado de absorção. Características úteis de uma cadeia de Markov absorvente são o **tempo esperado até a absorção** e as **probabilidades de absorção**. Esta Seção descreve uma forma de obtenção dessas informações.

A forma geral da matriz de transição de probabilidade de uma cadeia de Markov absorvente, com os estados de absorção r e transientes t , pode ser representada por \mathbf{P} , na Equação 2.6 (ALVES; DELGADO, 1997; BREZAVŠČEK; BACH; BAGGIA, 2017).

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{R} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

em que,

$\mathbf{Q}_{t \times t}$ é a matriz de transição entre os estados transientes;

$\mathbf{R}_{t \times r}$ é a matriz de transição dos estados transientes para os estados absorventes;

$\mathbf{0}_{r \times t}$ é uma matriz nula, isso é, todos os elementos são zeros;

$\mathbf{I}_{r \times r}$ é uma matriz identidade, que contém as probabilidades de transição entre estados absorventes.

Assim, as probabilidades de passar de um estado transiente i para um estado absorvente j em:

- 1 passo são dadas por \mathbf{R} ;
- 2 passos são dadas por \mathbf{QR} ;
- 3 passos são dadas por $\mathbf{Q}^2\mathbf{R}$;
- \vdots
- $n + 1$ passos são dadas por $\mathbf{Q}^n\mathbf{R}$.

Conseqüentemente, as probabilidades de passar de um estado transiente i para um estado absorvente j , em um passo qualquer, são dadas pela soma \mathbf{F} , expressa na Equação 2.7.

$$\mathbf{F} = \mathbf{R} + \mathbf{QR} + \mathbf{Q}^2\mathbf{R} + \dots \quad (2.7)$$

$$= (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1}\mathbf{R} \quad (2.8)$$

O valor do elemento f_{ij} da matriz \mathbf{F} representa a probabilidade de uma cadeia de Markov ser absorvida em um estado de absorção j quando iniciada no estado transitório i . Os mesmos resultados poderiam ser obtidos se considerada a matriz \mathbf{P}^n quando $n \rightarrow \infty$.

Um recurso importante na análise de cadeias de Markov absorventes é a **matriz fundamental** \mathbf{N} , presente como fator na Equação 2.7, e expressa na Equação 2.9. Nesse caso, a matriz identidade \mathbf{I} tem dimensão $[t \times t]$, logo, distinta da matriz da Equação 2.6.

$$\mathbf{N} = (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1} \quad (2.9)$$

Os elementos n_{ij} da matriz \mathbf{N} expressam a quantidade esperada de vezes em que uma cadeia de Markov assume o estado transitório j , antes de o processo entrar em um estado absorvente qualquer, quando é iniciada no estado transitório i .

O tempo esperado até a absorção, ψ_i , representa o número esperado de passos antes que uma cadeia de Markov seja absorvida em um dos estados de absorção quando iniciada no estado transitório i . Pode ser obtido a partir do vetor coluna Ψ calculado a partir da Equação 2.10. O valor ψ_i é o i -ésimo elemento do vetor coluna Ψ .

$$\Psi = \mathbf{N}\mathbf{u} \quad (2.10)$$

em que,

\mathbf{N} é a matriz fundamental;

\mathbf{u} é um vetor coluna em que todos os elementos tem valor 1.

2.2 Método de Monte Carlo

Método de Monte Carlo (MMC) é uma classe de métodos utilizados em diferentes áreas de conhecimento, que se baseiam em amostragens aleatórias massivas para obtenção de resultados numéricos e sua observação ao longo do tempo. No cenário natural ou artificial das técnicas dessa classe, a ideia é repetir a experiência muitas vezes para obter resultados de interesse usando a Lei dos Grandes Números e métodos de inferência estatística (HROMKOVIČ, 2013; FISHMAN, 2013; KROESE et al., 2014).

Em termos práticos, realizar uma simulação com o método básico de Monte Carlo com a finalidade de aproximar sua solução consiste em cinco passos padrões (CUNHA et al., 2014; KRAUTH, 1998):

- (a) modelar o problema definindo uma Função de Densidade de Probabilidade (FDP) que represente o comportamento de cada incerteza;

- (b) gerar valores pseudos-aleatórios aderentes à FDP de cada incerteza;
- (c) calcular o resultado determinístico da observação substituindo as incertezas pelos valores gerados;
- (d) repetir os passos *b* e *c* até se obter uma amostra com o tamanho desejado de observações;
- (e) agregar e manipular os resultados da amostra de resultados com a finalidade de obter uma estimativa da solução do problema.

Suponha que se deseje estimar o valor θ de uma variável aleatória X , ou seja, $E(X) = \theta$. Cada vez que for gerado um novo valor de variável aleatória independente e identicamente distribuída a X , tem-se uma nova observação ou simulação. Após n simulações são gerados X_1, X_2, \dots, X_n .

Seja $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ a média e, pela Lei dos Grandes Números¹, um estimador de θ . Então, para o valor esperado, tem-se as Equações 2.11 e 2.12.

$$E(\bar{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(X_i) \quad (2.11)$$

$$= \theta \quad (2.12)$$

Considerando

$$\sigma^2 = Var(X),$$

logo

$$Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}.$$

Como consequência do Teorema Central do Limite², \bar{X} seguirá uma distribuição normal aproximada para n suficientemente grande. O que significa que, quando n for suficientemente grande ($n \rightarrow \infty$), \bar{X} será um bom estimador de θ , ou seja, $\bar{X} \rightarrow \theta$, e a incerteza ou desvio padrão da média tenderá à zero ($\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 0$).

Segundo Kroese et al. (2014), o método Monte Carlo continua a ser uma das abordagens mais úteis para computação científica devido à sua simplicidade e aplicabilidade geral.

¹ Segundo a Lei dos Grandes Números, a média aritmética dos resultados da realização da mesma experiência repetidas vezes tende a se aproximar do valor esperado à medida que mais tentativas se sucederem. Maiores detalhes podem ser encontrados em Durrett (2019).

² O Teorema Central do Limite afirma que, quando o tamanho da amostra aumenta, a distribuição amostral da sua média aproxima-se cada vez mais de uma distribuição normal, sua demonstração está fora do escopo deste trabalho. Para maiores detalhes, consultar Durrett (2019).

2.3 Conceitos Educacionais

Nesta seção é descrito, de forma breve, o significado adotado neste trabalho para algumas palavras relacionadas ao objeto investigado. Uma discussão semântica mais detalhada sobre esses termos está fora do escopo deste texto.

trajetória acadêmica caminho de estados percorrido por um estudante durante um curso de graduação.

ciclo letivo unidade utilizada para indicar a quantidade de períodos letivos numa instituição de ensino. O ciclo letivo geralmente é contabilizado em semestres ou anos, a depender da organização acadêmica.

situação terminativa situação final do estudante em um componente curricular em determinado ciclo letivo ou no curso.

reprovação situação terminativa em um componente curricular sem obtenção dos requisitos mínimos para seu aproveitamento no currículo escolar.

evasão interrupção terminativa e precoce da trajetória acadêmica sem a obtenção do título de graduado. Podendo ser causada pela desistência, falecimento ou demissão acadêmica³ do estudante (CANALES; RÍOS, 2007; LEE; CHOI, 2011; MACMILLAN et al., 1990)⁴.

formado estudante que concluiu com sucesso todos os requisitos curriculares para obtenção do título de graduação, mesmo que pendente de colação de grau. É uma condição terminativa de sucesso.

2.3.1 Classificação de Cursos por Áreas de Conhecimento

A Classificação Internacional Normalizada da Educação (ISCED - *International Standard Classification of Education*) foi concebida para possibilitar reunir, compilar e apresentar estatísticas educacionais tanto individualmente de um país quanto internacionalmente (OECD, 1999). O Ministério da Educação (MEC) segue essa classificação na divulgação anual dos dados do Censo da Educação Superior.

Nas análises realizadas nas Seções 4.1.3 e 5.3.1.1, os cursos de graduação são agrupados por área de conhecimento, com a finalidade de possibilitar maior generalização dos resultados obtidos. No entanto, para esta investigação, foi realizada uma adaptação em relação às licenciaturas.

³ *Demissão acadêmica* também é conhecida como *jubilamento* ou *desligamento*.

⁴ Existem outras definições para a palavra **evasão** na literatura, como a de Tinto (1975), que considera evasão apenas a retirada voluntária do estudante. Entretanto, em algumas situações, como nos dados utilizados neste trabalho, não é possível separar a retirada voluntária das demais.

No ISCED 1997, versão utilizada pelo MEC nos censos analisados neste trabalho, qualquer curso nessa modalidade é classificado em nível específico como **formação de professor e ciências da educação**. A decisão de fazer uma adaptação na classificação ISCED é baseada na tese de que cursos como Licenciatura em História e Licenciatura em Matemática, por exemplo, têm realidades diferentes de proporção de formados (UFRPE, 2016a; UFRPE, 2017; UFRPE, 2018).

Assim, para evitar agrupar todas as licenciaturas em um mesmo conjunto, esses cursos foram classificados seguindo a natureza da matéria da formação específica do curso. Isto é, Licenciatura em Matemática foi classificada como **matemática e estatística**, Licenciatura em História como **humanidades e letras**, e assim sucessivamente. A área de conhecimento atribuída a cada curso presente na Seção 4.1 consta no Apêndice A.

3 Revisão de Literatura

A abordagem da trajetória acadêmica como um processo estocástico modelado como cadeias de Markov não é novidade na literatura. Existem trabalhos como [Auwalu, Mohammed e Saliu \(2013\)](#), [Nyandwaki et al. \(2014\)](#), [Nyandwaki e Kennedy \(2016\)](#), [Egbo et al. \(2018\)](#) que realizaram estudos sobre a progressão de estudantes na educação básica.

Já na educação superior, [Bessent e Bessent \(1980\)](#), um dos mais antigos encontrados em repositórios científicos, foi motivado pela preocupação em um departamento da Universidade do Texas de que o número de admissões ao doutorado estava criando um problema futuro de sobrecarga de professores quando os estudantes chegavam à fase de orientação do trabalho final.

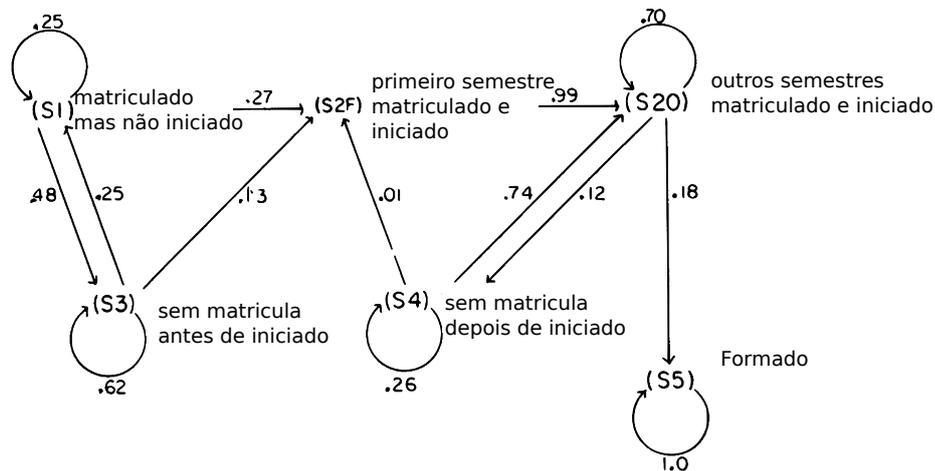


Figura 2 – Modelo de cadeia de Markov de [Bessent e Bessent \(1980\)](#).

Para a análise desse problema, foi utilizada uma cadeia de Markov para modelar a trajetórias desses estudantes. O modelo aplicado adotou passos semestrais, e contou com estados transientes compostos, considerando a **situação acadêmica** dos estudantes e o **tempo de curso**, além de um estado absorvente, considerando o estudante que **concluiu** o curso, conforme diagrama na Figura 2. O estudo foi capaz de inferir algumas características sobre o estudo de caso específico:

- a probabilidade dos estudantes admitidos não avançarem até a diplomação;
- o tempo médio que os estudantes passam nas fases do programa, consideradas como estados do modelo;
- quantos estudantes, em média, chegarão à fase de elaboração da tese.

Segundo o autor, a análise por meio de cadeia de Markov forneceu uma base para monitorar e detectar alterações no sistema. Como um dispositivo de monitoramento, os tempos de permanência e as probabilidades de permanência nos estados forneceram informações sobre as expectativas de longo prazo para os estudantes em diferentes fases do processo.

Com essas informações, foram avaliadas os efeitos de possíveis mudanças no sistema. Entretanto, o autor alertou que sugestões baseadas nesse tipo de modelagem são baseadas em um modelo probabilístico, assim, não devem ser interpretadas como produtoras de resultados determinísticos. Tais sugestões não devem ser usadas para buscar uma correção imediata ou um ajuste preciso nos resultados esperados. Além disso, a validade do modelo deve ser verificada e ajustada comparando os resultados anuais observados com os projetados.

Outros trabalhos também utilizaram cadeias de Markov na análise da trajetória acadêmica na educação superior. No Quadro 1, é apresentado um resumo das características dos modelos de cadeia de Markov localizados durante a fase de revisão de literatura deste trabalho.

Percebe-se que há dois tipos de modelos predominantes entre os trabalhos listados no Quadro 1. O modelo em que os estados transientes representam intervalos de horas cursadas com êxito pelo estudante é utilizado, pelo menos, desde [Al-Awadhi e Konsowa \(2007\)](#). Esse modelo pode ser exemplificado pelo diagrama de [Crossen \(2017\)](#), na Figura 3. Nesse caso, além dos estados absorventes graduado (G) e evadido (D), existe os seguintes intervalos de horas cursadas com sucesso para enquadramento nos estados transientes:

- $0 < Fr < 24$
- $24 \leq So < 54$
- $54 \leq Jr < 84$
- $84 \leq Sr < 120$

Já o modelo que utiliza as séries em que o estudante está matriculado como estado transiente é utilizado, pelo menos, desde [Musiga, Owino e Weke \(2010\)](#). Esse modelo pode ser exemplificado pelo diagrama de [Brezavšček, Bach e Baggia \(2017\)](#), na Figura 4. Nesse caso, os estados 1, 2 e 3 representam as séries anuais do curso, W representa o conjunto dos evadidos, I o conjunto de trancados e G o dos graduados.

Outra característica presente em alguns modelos, é a existência de um estado para estudantes que estão temporariamente sem matrícula em alguma fase do curso, o que pode ser entendido como estudantes com a matrícula trancada. A possibilidade dessa

Quadro 1 – Alguns trabalhos encontrados na literatura que modelaram a trajetória acadêmica na educação superior por meio de cadeias de Markov.

Trabalho	Estados		Estudo de caso
	Transientes	Absorventes	
Bessent e Bessent (1980)	situação acadêmica e tempo de vínculo	formado	Universidade do Texas, Estados Unidos
Shah e Burke (1999)	idade e tempo de vínculo	evadido, formado	Austrália
Al-Awadhi e Ahmed (2002)	situação acadêmica	evadido	Universidade do Kuwait
Al-Awadhi e Konsowa (2007)	horas cursadas com êxito, trancado	evadido, formado, transferido	Universidade do Kuwait
Musiga, Owino e Weke (2010)	séries do curso	evadido e formado	Universidade de Nairobi, Quênia
Alawadhi e Konsowa (2010)	horas cursadas com êxito, trancado	evadido, formado, transferido	Universidade do Kuwait
Musiga, Owino e Weke (2011)	séries do curso	evadido, formado	Universidade de Nairobi, Quênia
Mashat, Ragab e Khedra (2012)	horas cursadas com êxito, trancado	evadido, formado	Universidade Rei Abdulaziz, Arábia Saudita
Adeleke, Oguntuase e Ogunsakin (2014)	séries do curso	evadido, formado	Universidade Estadual de Ekiti, Nigéria
Adam (2015)	séries do curso	evadido, formado	Universidade de Kordofan, Sudão
Amiens e Oisamoje (2016)	séries do curso	evadido, formado	uma universidade na Nigéria
Crossen (2017)	horas cursadas com êxito	evadido, formado	dados simulados
Bairagi e Kakaty (2017)	séries do curso	evadido, formado	Universidade de Gauhati, Índia
Brezavšček, Bach e Baggia (2017)	séries do curso, trancado	evadido, formado	Universidade de Maribor, Eslovênia
Hussein e Idriss (2019)	séries do curso, trancado	evadido, formado	Universidade em Tabuk, Arábia Saudita
Amole, Adebiyi e Dakare (2019)	séries do curso, trancado	evadido, formado	Universidade Moshood Abiola, Nigéria
Walde (2019)	séries do curso	evadido, demitido (jubilado), formado	Universidade Mettu, Etiópia

interrupção temporária do curso sem a perda de vínculo com a instituição, geralmente, é prevista nos cursos de graduação.

Independente do modelo utilizado, os trabalhos apresentados, indicam vantagens da utilização de cadeias de Markov para a análise da trajetória de estudantes de graduação. Para Mashat, Ragab e Khedra (2012), por exemplo, essa abordagem possibilita encontrar gargalos a serem resolvidos na transição de estudantes de um ciclo letivo para o outro, o que contribui para aumento da eficiência da educação superior. Brezavšček, Bach e Baggia (2017) complementa esse raciocínio e afirma que a análise realizada fornece informações úteis para as instituições educacional melhorarem seus processos. Já para Hlavatý e Dömeová (2014), a aplicação de modelo de cadeia de Markov pode ser realizada por entidades governamentais na avaliação dos impactos de políticas educacionais.

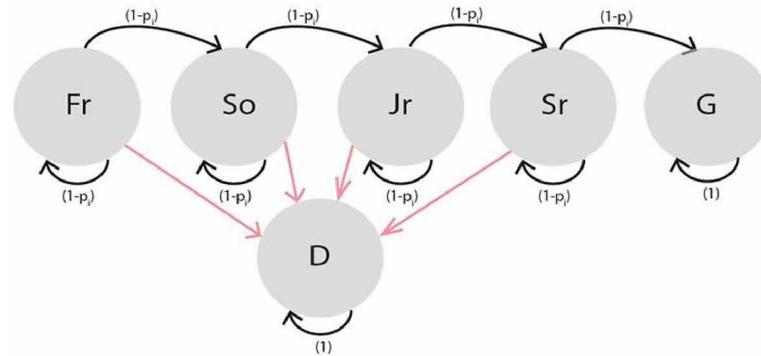


Figura 3 – Modelo de cadeia de Markov de Crossen (2017).

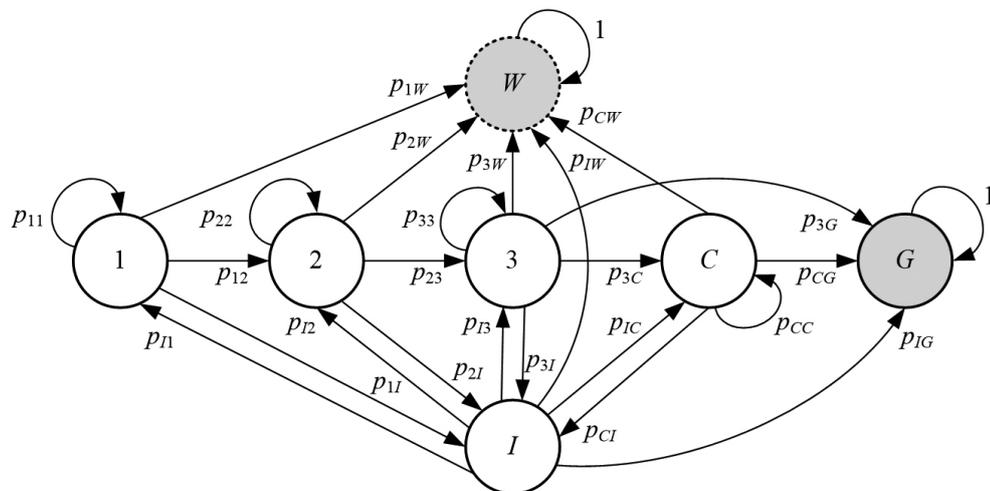


Figura 4 – Modelo de cadeia de Markov de Brezavšček, Bach e Baggia (2017).

A aplicação também tem algumas variações. Enquanto a maioria desses estudos aborda a trajetória entre diferentes ciclos letivos, seja semestres ou anos, Hlavatý e Dömeová (2014) aplica cadeias de Markov com a finalidade de analisar a aprovação de estudantes em disciplinas na Universidade Tcheca de Ciências da Vida, na República Tcheca, usando como estados transientes testes intermediários e estados absorventes a situação ao final da disciplina.

Musiga, Owino e Weke (2010) descreve um modelo de transição da cadeia de Markov, no qual os estudantes de um sistema educacional, sejam graduados ou desistentes, são agrupados em um único estado absorvente. Esse tipo de modelo é útil para análise do tempo médio de um estudante chegar a um estado absorvente, o que não é suficiente para atender os objetivos deste trabalho. No caso de um único estado absorvente, todos os quadros de estudantes são agrupados, de modo que não é possível determinar a proporção de estudantes que se formaram com sucesso no sistema.

Diante das limitações de trabalhar com apenas um estado absorvente, e sua incapacidade de determinar as proporções de estudantes que se formaram com sucesso e abandonaram o sistema sem sucesso, Musiga, Owino e Weke (2011) sugeriram utilizar

dois estados absorventes: graduados e evadidos, que consideraram suficiente. Caminho semelhante ao de [Amiens e Oisamoje \(2016\)](#), que fez uma aplicação de uma Cadeia de Markov de absorção dupla para análise da trajetória de estudantes em uma universidade da Nigéria, em especial no último ano de curso. Por outro lado, esse modelo de estados de absorção dupla não forneceu uma visão mais detalhada das razões de abandono do sistema.

Há também registros de estudos em curso com a utilização de três estados absorventes, como [Walde \(2019\)](#). Nesse caso, o terceiro estado é originado da diferenciação de evasão voluntária da demissão acadêmica, quando o estudante é expulso do curso, o que gera uma discussão teórica sobre o significado do termo “evasão”.

Sobre a eficiência de cadeias de Markov para análise preditiva, [Adam \(2015\)](#), faz uma comparação dos resultados da cadeia de Markov, por meio da análise em uma universidade do Sudão, e afirma que, a partir do teste do erro absoluto médio, o modelo mostra que não há diferença significativa na comparação dos números reais com os previstos. Conforme [Walde \(2019\)](#), essa abordagem permite prever a probabilidades futura do estudante repetir o estado atual, transitar para outro estado transiente, evadir ou se formar.

Em geral, todos os trabalhos, em suas análises específicas da trajetória acadêmica, respondem as seguintes perguntas:

- Qual é o tempo médio que um estudante permanece em cada estado?
- Qual é o tempo esperado que um estudante recém-admitido passa no curso?
- Qual é a probabilidade de um estudante chegar à conclusão do curso?
- Qual é a probabilidade de um estudante evadir?

Segundo [Crossen \(2017\)](#), o desempenho dos estudantes tem sido motivo de crescente preocupação em todos os níveis educacionais. Para enfrentar os desafios, os pesquisadores coletam dados, monitoram o critério de desempenho, desenvolvem modelos quantitativos e analisam padrões para formular teorias e medidas adaptativas. A combinação de aplicações dos métodos estocásticos com a teoria da evasão, bem como a inclusão da análise de sensibilidade adaptativa, são medidas efetivas de desempenho. Portanto, ainda segundo o autor, as aplicações nas cadeias de Markov e os modelos de previsão subsequentes têm valores contemporâneos no desempenho educacional.

A maioria dos trabalhos citados nesta seção utiliza hierarquias naturais de um sistema acadêmico para a definição dos estados transientes: a passagem do estudante de uma série do curso para a próxima ou o quantitativo de horas cursadas. Esse tipo de modelagem apresenta algumas limitações, como:

- dificuldade de enquadrar o estudante em uma série, para os modelos que utilizam essa configuração, tendo em vista que reprovações de disciplinas isoladas causam distúrbios nessa hierarquia;
- como existe um caminho ou hierarquia fixa obrigatória de percurso entre os estados para conquistar o grau acadêmico, seja em séries ou horas cursas, há limitações em possíveis ações de intervenção. Em um percurso engessado as opções de intervenção também acabam sendo reduzidas.

Com a premissa de que cadeias de Markov podem romper os níveis das discussões atuais, a partir das contribuições de trabalhos anteriores, neste texto é proposto um modelo baseado em cadeias de Markov com possibilidade de intervenção sobre a trajetória acadêmica de estudantes de graduação. Além disso, é sugerida uma forma de avaliação de cenários estimados a partir desse tipo de modelo, com a finalidade de ser uma alternativa de apoio a decisões no processo de planejamento institucional.

Segundo [Aljohani \(2016\)](#), que revisou o tema na literatura, uma das limitações mais reconhecidas nos estudos de evasão de alunos diz respeito à sua generalização, uma vez que, a maioria dos estudos de retenção de estudantes é realizada em instituições específicas e seus resultados geralmente não são facilmente generalizados para outras instituições.

Dessa forma, um dos requisitos para a solução apresentada neste trabalho é a possibilidade de aplicação da proposta em outras instituições de ensino superior.

4 Método de Análise e Avaliação

A possibilidade de conceber um modelo de cadeia de Markov para a dinâmica de estudantes de graduação, com possibilidade de intervenção sobre o sistema, em que os estados não sejam configurados de acordo com hierarquias naturais como séries ou horas cursadas, é a hipótese principal deste trabalho. E, para comprovar esse pressuposto, um planejamento foi definido e executado utilizando-se prioritariamente métodos quantitativos para extração e análise de informações.

No processo específico de definição do modelo proposto, foram utilizados alguns princípios da metodologia não proprietária CRISP-DM (*Cross Industry Standard Process for Data Mining*), um dos modelos de descoberta de conhecimento mais utilizados por cientista de dados (SHEARER, 2000; SHAFIQUE; QAISER, 2014). Essa metodologia pode ser resumida nas seis etapas representadas na Figura 5.

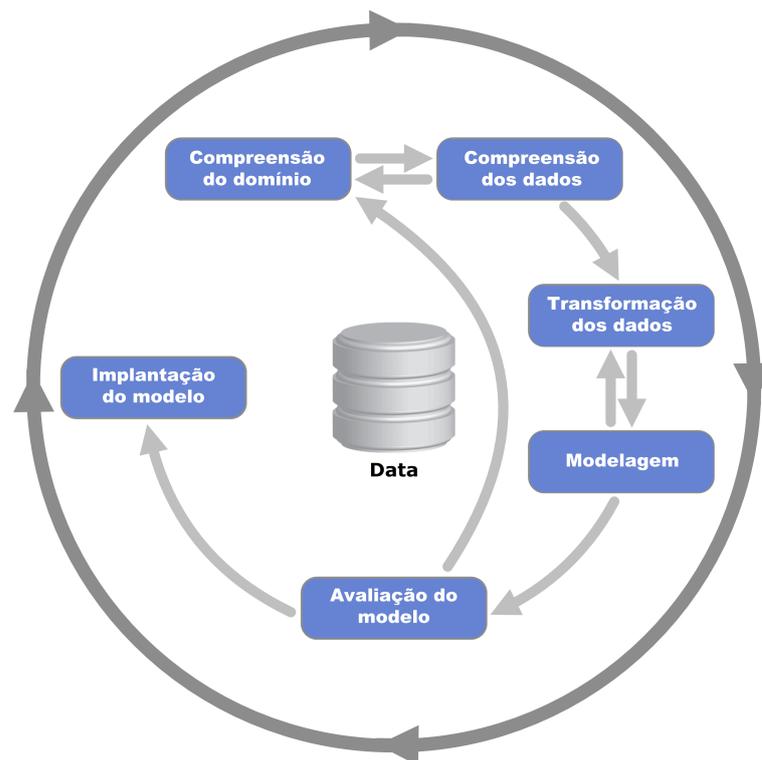


Figura 5 – Fases do modelo CRISP-DM adaptado de Shearer (2000).

Apesar deste texto não ser especificamente sobre mineração de dados, um campo próprio de pesquisa, não há impeditivos de que o processo do CRISP-DM seja utilizado como referência, em especial, nas fases de obtenção, pre-processamento e análise dos dados. A diferença é que os dados analisados e sumarizados não alimentam um modelo clássico de mineração. Eles são utilizados como parâmetros de entrada para uma cadeia de Markov.

Dessa forma, as fases de desenvolvimento deste trabalho podem ser relacionadas com as etapas da metodologia CRISP-DM:

compreensão do domínio: foi necessário compreender a estrutura e funcionamento da educação superior para conhecer o objeto investigado, o que incluiu a seleção dos conceitos apresentados na Seção 2.3;

compreensão dos dados: foram obtidos dados secundários de registros acadêmicos, conforme descrito na Seção 4.1. Segundo Atkinson e Brandolini (2001), dados secundários são dados coletados anteriormente por outros pesquisadores ou para propósitos além da pesquisa, como estatísticas oficiais, registros acadêmicos ou outras informações mantidas rotineiramente pelas organizações;

transformação dos dados: os dados obtidos foram submetidos aos processos de seleção, limpeza e transformação descritos na Seção 4.1, para definir o conjunto de interesse do trabalho. Esse processo de conhecimento e transformação dos dados serviu também para embasar e nortear os demais procedimentos seguidos como, por exemplo, a definição dos estados adotados pelo modelo apresentado;

modelagem: a partir da análise descritiva dos dados, foi definido um conjunto de estados E para o modelo de cadeia de Markov proposto, conforme descrito na Seção 5.1;

avaliação do modelo: a avaliação do modelo foi realizada por meio da definição de valores iniciais para os parâmetros com base nos dados, utilizando-se o método *holdout evaluation*¹ com 70% da base para treino e 30% para teste dos valores estimados. Esse processo é detalhado na Seção 5.1.1;

implantação do modelo: essa etapa depende da decisão e ação de gestores educacionais, o que ficou de fora do escopo deste texto. Logo, a implantação e o estudo de suas consequências poderão ser abordadas em trabalhos futuros.

Além da modelagem, este trabalho apresenta uma proposta de avaliação dos impactos ocasionados por eventuais alterações nas probabilidades da matriz de transição do modelo. Isso é possível a partir da utilização da técnica Monte Carlo, apresentada na Seção 2.2, na produção e avaliação de cenários simulados, como detalhado na Seção 5.2.

¹ Conforme Sammut e Webb (2010), a avaliação de *holdout* é uma abordagem para avaliação fora da amostra, na qual os dados disponíveis são particionados em um conjunto de treinamento e um conjunto de testes. O conjunto de testes é, portanto, dados fora da amostra e, às vezes, é chamado de conjunto de validação ou dados de validação. O objetivo da avaliação *holdout* é testar um modelo em dados diferentes daquele a partir do qual é aprendido. Isso fornece uma estimativa imparcial do desempenho da aprendizagem, em contraste com a avaliação dentro da amostra.

4.1 Material

Nesta seção é detalhada a forma de obtenção, tratamento e análise exploratória dos dados utilizados na execução da pesquisa. Este trabalho foi desenvolvido com suporte de dados secundários coletados do sistema de informação da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE).

4.1.1 A Universidade Federal Rural de Pernambuco

A Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) é uma instituição centenária que conta com aproximadamente doze mil alunos de graduação ativos por semestre, distribuídos em 55 cursos de diferentes áreas do conhecimento. Atualmente a UFRPE tem cinco unidades acadêmicas localizadas em diferentes regiões de Pernambuco.

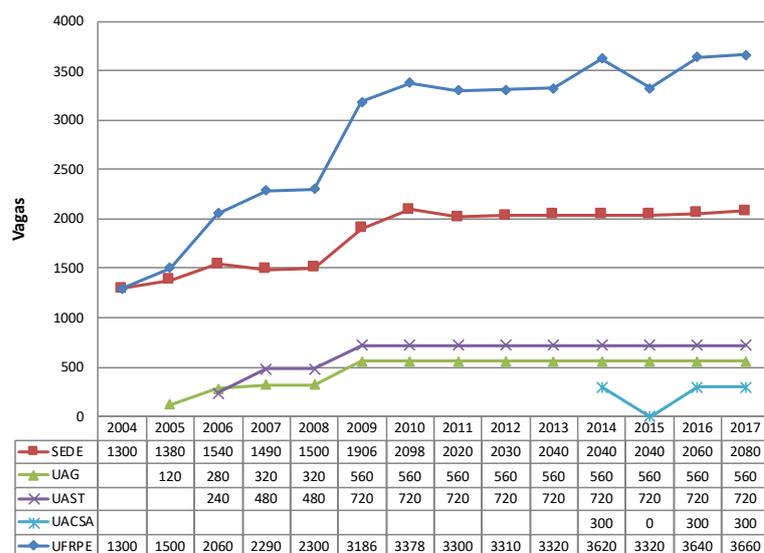
De 2004 a 2017, a UFRPE aumentou em 181,5% o número de vagas ofertadas em seus cursos de graduação na modalidade presencial (MEC, 2017; UFRPE, 2012). Esse incremento se deu tanto pela ampliação de vagas em cursos já existentes, quanto pela criação de novos cursos na sua sede em Recife e nas novas Unidades Acadêmicas: em Garanhuns – UAG, em Serra Talhada – UAST, e no Cabo de Santo Agostinho – UACSA. Na Figura 6a² é detalhada essa evolução por ano e Unidade Acadêmica.

Assim como o quantitativo de vagas, o número de diplomados, mesmo que em menor ritmo, também subiu. O número de graduados variou 37,05% no período de 2004 a 2015, como pode ser observado na Figura 6b. Entretanto, a taxa de diplomação da instituição vem ficando abaixo da média nacional desde 2013, conforme série histórica na Figura 7. De 2009 a 2016, a média nacional caiu 17,7%, enquanto que a taxa de diplomação da UFRPE, em maior velocidade, caiu 52,1%.

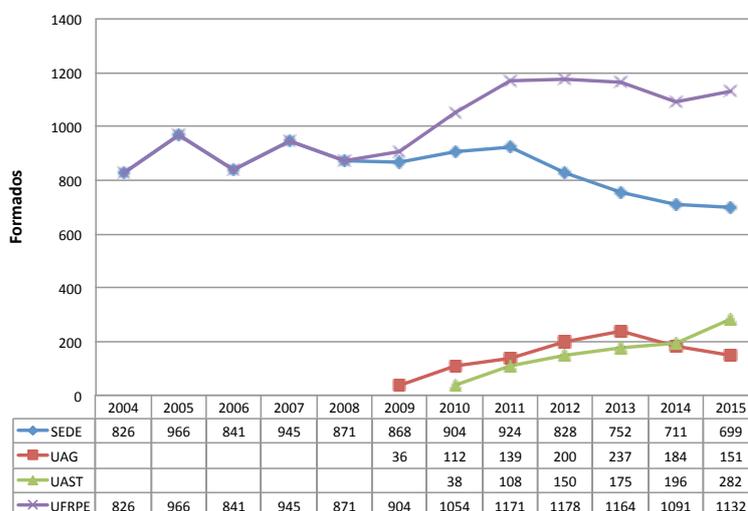
No cenário brasileiro, a instituição foi impactada pelas principais alterações de políticas públicas nacionais. A UFRPE oferta suas vagas pelo Sistema de Seleção Unificada (SiSU) desde sua primeira edição, em 2010, e foi uma das primeiras instituições do país a aderir ao sistema de cotas instituído pela Lei nº 12.711/2012, regulamentada pelo Decreto nº 7.824 de 11 de outubro de 2012. Já no primeiro ano, adotou a proporção de 50%, conforme Resolução nº 266/2012 do seu Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão, mesmo havendo a possibilidade de adoção de percentual progressivo anual.

Diante dessas características, a UFRPE torna-se também um relevante objeto de estudo da educação superior brasileira. Isso fica mais evidente se for levado em consideração que os primeiros estudantes impactados pelo SiSU e sistema de cotas começaram a ser diplomados a partir de 2016, o que oportuniza um ciclo completo para observação e consequentemente um importante momento para pesquisas sobre esse novo cenário.

² Os números da evolução de vagas ofertadas na SEDE-Dois Irmãos no período de 2006 a 2010 são diferentes dos publicados nos editais do SiSU e vestibulares. Os números da Figura 6a seguem UFRPE (2012).



(a) Evolução de vagas ofertadas para ingresso na graduação presencial.



(b) Evolução de graduados egressos por ano e Unidade Acadêmica.

Figura 6 – Evolução de vagas e diplomados da UFRPE (UFRPE, 2012; UFRPE, 2013; UFRPE, 2014; UFRPE, 2015; UFRPE, 2016b; MEC, 2016; MEC, 2017)

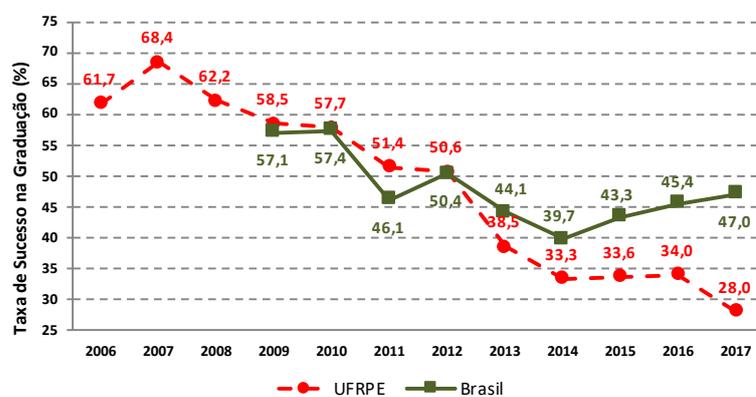


Figura 7 – Evolução da Taxa de Sucesso na Graduação da UFRPE (2006 – 2016) adaptado de UFRPE (2017), UFRPE (2018).

4.1.2 Obtenção e Tratamento dos Dados

Para este estudo foram obtidos dados do Sistema de Informações e Gestão Acadêmica (SIGA) dos estudantes que ingressaram em cursos presenciais da UFRPE pelo SiSU, de 2010 até o primeiro semestre de 2016. Esse calendário acadêmico é organizado em ciclos letivos de seis meses, que, em condições normais, coincidem com os semestres de cada ano.

Foram aproveitados dados dos estudantes que satisfizeram simultaneamente a quatro condições:

1. é da graduação presencial;
2. ingressou no curso entre 2010.1 e 2016.1;
3. ingressou por meio do Sistema de Seleção Unificada³;
4. é de um curso consolidado, ou seja, que já formou profissional⁴.

Apesar desses requisitos, 67,2% de todos os estudantes que ingressaram na UFRPE no período atenderam aos quatro critérios e compuseram a base de dados deste trabalho. Os registros foram fornecidos em três tabelas: estudantes (identificação), situação acadêmica e histórico escolar. Os atributos **Cadastro de Pessoa Física (CPF)**, **curso** e **semestre de ingresso** compuseram a chave composta para o acompanhamento do aluno a partir do pareamento das bases de dados.

O atributo **situação acadêmica** é o que indica o tipo de vínculo mantido no ciclo letivo pelo estudante no curso, de acordo com a descrição abaixo. É possível agrupar essas situações acadêmicas de acordo com suas características, conforme Quadro 2.

desvinculado: se não renovou a matrícula;

desistência: se solicitou desistência formal à instituição;

desligamento: se teve matrícula recusada pela UFRPE, por excesso de reprovações ou excesso de tempo no curso, por exemplo;

transferência interna: transferiu-se para outro curso da UFRPE;

transferência externa: transferiu-se para curso em outra instituição;

formado: se colou grau e conseqüentemente concluiu o curso;

integralizado: se cumpriu as exigências para integralização do curso, mas ainda não colou grau;

³ Licenciaturas em Ciências Agrícolas e em Ciências Sociais (em extinção) foram excluídos da base de dados, uma vez que são cursos que não participam do SiSU

⁴ Os cursos da UACSA não integram o conjunto de dados por serem cursos ainda em implantação.

matriculado I: se matriculado em ao menos uma disciplina;

trancamento: se solicitou suspensão temporária de todas as atividades acadêmicas;

matrícula vínculo: se teve suspensão temporária de todas as atividades acadêmicas, efetivada pela instituição;

intercâmbio: se estudante da UFRPE em intercâmbio em outra instituição;

Quadro 2 – Classificação por situação acadêmica.

Situação Acadêmica	Grupo	Sub-Grupo	Situação Terminativa
Desvinculado Desistência Desligamento Transferência interna Transferência externa	evadido	evadido	sim
Formado Integralizado	formado	formado	
Matriculado I Intercâmbio	vinculado	matriculado	não
Trancamento Matricula vinculo		trancado	

Os dados do histórico escolar fornecem a nota e a situação final dos estudantes em cada disciplina cursada. Dessa tabela é possível inferir algumas informações que variam de acordo com tempo, como a quantidade de disciplinas cursadas, a quantidade de aprovações, ou a quantidade de reprovações. Esses dados transformados podem auxiliar em estudos longitudinais.

Segundo Belle et al. (2004), um estudo longitudinal refere-se a uma investigação em que os resultados dos participantes são coletados em vários momentos ao longo do tempo. No caso concreto, a quantidade de disciplinas cursadas, a quantidade de aprovações, a quantidade de reprovações e situação acadêmica variam ao longo do tempo de vínculo do estudante no curso de graduação.

4.1.3 Análise Descritiva dos Dados

O resultado da seleção e preparação dos dados foi uma base com 22.238 estudantes de 39 cursos⁵, sendo 13 licenciaturas (7.992) e 26 bacharelados (14.246), em três unidades acadêmicas: SEDE-Dois Irmãos (13.514), UAG (3.864) e UAST (4.860). As análises que se seguem nesta seção não levam em consideração o fator longitudinal dos dados, assim, não devem ser confundidas com a situação semestral de cada curso, tampouco a situação

⁵ Cursos com mesma nomenclatura mas ofertados em *campi* diferentes, são contabilizados como cursos diferentes, já que têm registros diferentes no MEC.

semestral do conjunto de todos os estudantes da UFRPE. O fator longitudinal volta a ser considerado a partir da próxima seção.

Uma descrição resumida da situação acadêmica dos estudantes selecionados pode ser observada na tabela de contingência (Tabela 2), que fornece uma imagem básica da inter-relação entre as variáveis **área específica** do curso e o **grupo** da situação acadêmica do estudante. Essa estratégia de descrição de dados foi inspirada em Lima Junior, Silveira e Ostermann (2012) e Arruda et al. (2006), que também trabalharam com dados de registros acadêmicos. O grupo ao qual cada **situação acadêmica** está vinculado é apontado no Quadro 2.

Tabela 2 – Tabela de contingência área de conhecimento *vs.* situação acadêmica.

Área Específica ⁶	Grupo (%)			Quantidade de estudantes
	Evadido	Formado	Vinculado	
Agricultura, florestas e recursos pesqueiros	50,4	5,7	43,9	5.141
Ciências	43,8	9,5	46,7	2.224
Ciências físicas	55,0	5,4	39,6	1.921
Ciências sociais e comportamentais	50,1	6,1	43,8	1.662
Comércio e administração	36,2	15,2	48,6	1.108
Computação	51,7	2,9	45,4	2.639
Engenharia e profissões correlatas	48,8	7,3	43,9	551
Formação de professor e ciências da educação	39,2	12,8	48,0	813
Humanidades e letras	40,9	8,5	50,6	2.223
Matemática e estatística	62,5	3,4	34,1	962
Produção e processamento	63,3	2,9	33,8	550
Saúde	43,4	7,4	49,2	525
Serviços pessoais	45,1	7,2	47,7	656
Veterinária	27,2	8,1	64,7	1.263

Coefficiente de contingência $C = 0,184$, $\chi^2 = 780,68$, grau de liberdade = 26, $p - \text{valor} < 0,001$.

Apesar de não se confundir com a taxa de evasão, que tem metodologias próprias para cálculo e leva em consideração também a variável temporal, a Tabela 2 é suficiente para se perceber que há diferenças entre as áreas de conhecimento em relação ao grupo de situação acadêmica.

Produção e processamento, por exemplo, tem a maior frequência relativa de pessoas já evadidas, enquanto **veterinária** tem o menor percentual. Por outro lado, **comércio e administração**, dentre os estudantes na base de dados, apresenta cinco vezes a frequência relativa de formados em comparação com os estudantes de **computação**. É possível concluir também que ao menos 6 dos 14 grupos não formarão nem metade dos seus estudantes analisados, uma vez que a proporção de evadidos já ultrapassa os 50%.

Como o objetivo deste trabalho prevê a proposição de uma cadeia de Markov que fuja da hierarquia natural, como carga horária e séries cursadas com êxito, na composição dos estados transientes, algumas variáveis menos exploradas pelo trabalho descritos no Capítulo 3 foram observadas, como a quantidade de reprovações de cada estudantes.

⁶ Adaptação da Classificação ISCED no Apêndice A.

Na Figura 8 está exposto o gráfico com as frequências relativas de estudantes por número de reprovações acumuladas. Percebe-se que 17,34% dos estudantes não tem reprovação em seu histórico escolar, sendo a maior frequência no histograma. No intervalo de $[1,4]$ reprovações, há uma queda na frequência relativa, voltando a subir quando se trata dos estudantes com 5 reprovações, seguida de nova redução.

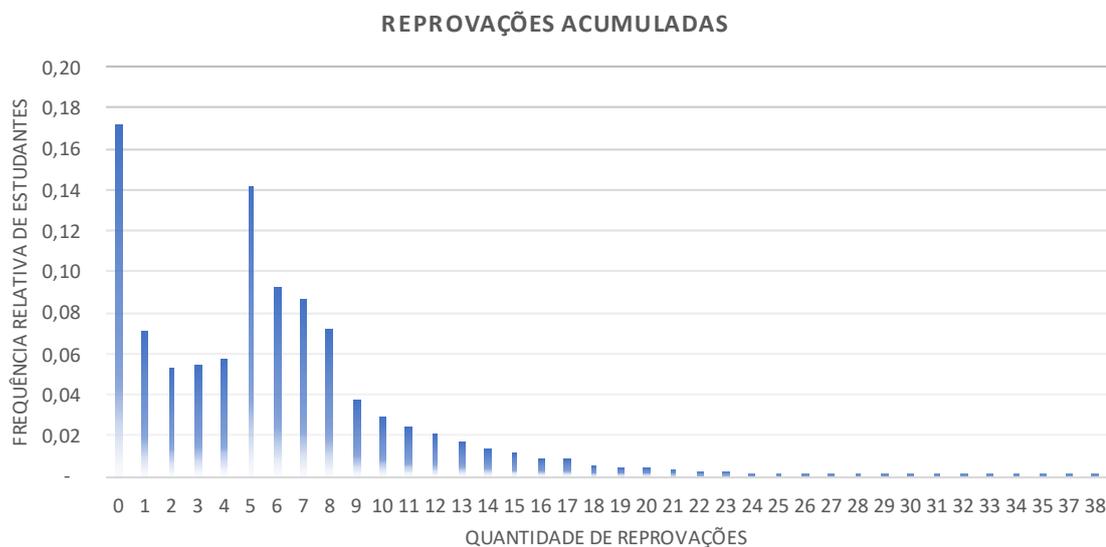


Figura 8 – Histograma do número de reprovações dos estudantes nos respectivos cursos.

Relacionando esses números com as características dos cursos da UFRPE, pode-se relacionar o alto número de estudantes com cinco a oito reprovações acumuladas com o número de disciplinas cursadas em um único semestre. Ou seja, isso pode ocorrer quando estudantes abandonam o curso no meio de um ciclo letivo, ocasionando reprovações em todas as disciplinas matriculadas.

Se essa análise for realizada por áreas de conhecimento, o padrão se mantém, como pode ser visualizado no gráfico da Figura 9. A diferença de máximo das curvas dentro do intervalo $[1,\infty)$ pode ser justificada pela diferença de números de disciplinas por semestre entre diferentes cursos, o que corrobora para a hipótese de que esse comportamento é consequência do abandono no decorrer de um ciclo letivo.

Outra constatação que se pode fazer é a diferença relativa de estudantes com nenhuma reprovação por área de conhecimento. Enquanto 26,2% de estudantes da área de serviços não apresentam nenhuma reprovação, os de engenharia, produção e construção, e ciências, matemática e computação, não chegam aos 11% dos estudantes das respectivas áreas sem reprovações em seus currículos.

Diante desses indícios, o número de reprovações acumuladas de um estudante, pode ser um atributo relevante na descrição da trajetória acadêmica desse indivíduo durante o seu período de vínculo ao curso de graduação.

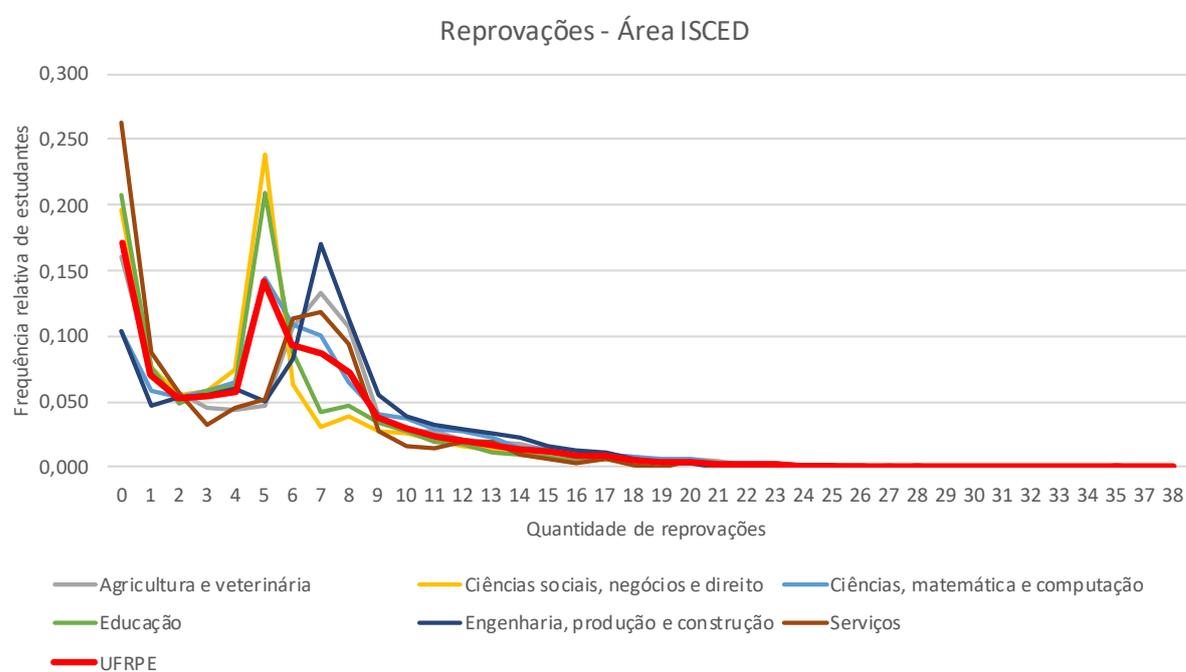


Figura 9 – Número de reprovações dos estudantes nos respectivos cursos, por área de conhecimento.

5 Proposta de Solução

A abordagem apresentada neste trabalho explora características presentes em modelos baseados em Cadeias de Markov. Nesses modelos, probabilidades de transição entre estados podem ser inferidas a partir das taxas observadas nos dados reais do fenômeno estudado. Essas probabilidades compõem as matrizes de transição, utilizadas para análise da situação do ambiente e estimativa de cenários futuros.

Por outro lado, mudanças que possam ocorrer no ambiente, sob estímulo ou não, podem levar o processo a outra realidade futura, o que ocasionaria mudanças nas probabilidades de transição do modelo. De modo artificial, alterações nos valores da matriz de transição também podem ser simuladas para estimar cenários futuros hipotéticos, o que possibilitaria avaliar os custo-benefício de eventuais intervenções no processo.

Entretanto variações nos valores da matriz de transição precisam seguir algumas restrições, uma vez que mudanças aleatórias podem não ser alcançáveis na prática. Dessa forma, este trabalho desenvolve uma abordagem que pode ser representada pelas seis fases expostas no diagrama da Figura 10. É um procedimento para análise e avaliação da trajetória acadêmica de estudantes de graduação a partir de uma perspectiva institucional.



Figura 10 – Proposta de abordagem para a análise e intervenção no fenômeno.

Nas próximas seções, as quatro primeiras fases desse procedimento serão detalhadas e aplicadas ao caso da Universidade Federal Rural de Pernambuco. As fases de **intervenção no ambiente** e **avaliação da intervenção**, para o caso da UFRPE, ficaram de fora do escopo deste trabalho, o que é devidamente justificado no Capítulo 6.

5.1 Modelo Proposto

Na modelagem da trajetória de estudantes de graduação por meio de cadeias de Markov, a princípio, poderia ser aplicada qualquer configuração de estados transientes e absorventes que fosse capaz de contemplar variáveis vinculadas ao problema. Nessas condições, os modelos já tratados no Capítulo 3 podem ser adotados.

Entretanto, o objetivo deste trabalho é apresentar uma investigação com possibilidade de intervenção sobre o processo. Modelos que usam hierarquias naturais do processo, como horas ou séries cursadas com êxito, têm um caminho de estados a serem necessariamente visitados para chegar à condição de formado, o que restringe as possibilidades de intervenção no processo. Então, surge uma oportunidade de propor uma alternativa à esses modelos.

Para a modelagem da trajetória de estudantes de graduação é proposta, neste trabalho, uma cadeia de Markov absorvente, homogênea de primeira ordem, de tempo discreto, em que o conjunto de estados E é definido pelo sub-grupo¹ de situação acadêmica e o número de reprovações acumuladas pelo estudante.

$$E_t = \{ \text{“ingressante”}, \{r_t = 0\}, \{r_t \in \{1,2,3,4\}\}, \{r_t \in \{5,6,7,8\}\}, \{r_t \geq 9\}, \text{“trancado”}, \\ \text{“formado”}, \text{“evadido”} \}$$

Em que, r é o número de reprovações acumuladas até o passo t pelo estudante **matriculado**. Ou seja, os estados r_t são combinações entre a situação **matriculado** e o número de reprovações do estudante no curso. Cada passo t da dinâmica representa um ciclo letivo na instituição. No estudo de caso, cada passo de tempo representa um semestre.

A definição dos estados foi baseada na análise exploratória de dados expressa na Seção 4.1.3, em especial no comportamento do número de reprovações dos estudantes observados, conforme exposto nos gráficos das Figuras 8 e 9. Uma das vantagens do modelo apresentado é o seu poder de generalização para qualquer instituição, uma vez que o registro de reprovações e a situação acadêmica são atribuições básicas de qualquer sistema de registro acadêmico.

¹ Ver Quadro 2 na Seção 4.1.2.

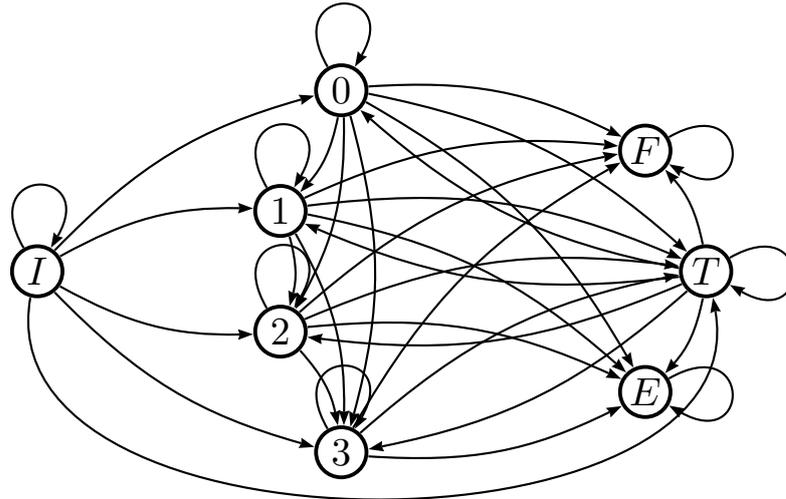


Figura 11 – Diagrama de representação do modelo proposto.

O grafo na Figura 11 é uma representação do modelo proposto. Nele também é possível observar quais estados são alcançáveis entre si, isso considerando I o quantitativo de estudantes ingressantes, F os formados, T os trancados, E os evadidos e $0,1,2,3$ representando respectivamente os estudantes matriculados com $r = 0, r \in [1,4], r \in [5,8], r \geq 9$.

A comunicação entre diferentes estados também pode ser representada pela matriz de adjacência \mathbf{A} na Equação 5.1, em que $a_{ij} = 1$ indica que o estado j é alcançável a partir do estado i . Assim, é possível constatar a propriedade terminativa dos estados absorventes F e E , uma vez que seus ocupantes ficam retidos.

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} \text{estados} & I & 0 & 1 & 2 & 3 & T & F & E \\ \begin{matrix} I \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ T \\ F \\ E \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5.1)$$

5.1.1 Avaliação do Modelo

Apresentado o modelo, é necessário definir ao menos uma matriz de transição para a evolução e estudo da dinâmica. Entre diversas estratégias, é possível definir matrizes de transição a partir da amostra.

A cada passagem de semestre é possível observar o número de estudantes que

efetivamente migraram entre os diferentes estados do modelo. Então, da amostra é possível inferir, de imediato, doze matrizes de transição, \mathbf{P}_k , uma vez que foram captadas informações de treze ciclos letivos conforme detalhado na Seção 4.1.

Como o objetivo aqui é avaliar o modelo, para a obtenção de \mathbf{P}_k , sendo $1 \leq k \leq 12$, foi considerado apenas 70% da base de dados, selecionado de forma aleatória, por meio do método *holdout evaluation* (SAMMUT; WEBB, 2010). Já os 30% complementares compuseram a base de teste para avaliação das matrizes de transição obtidas.

Os valores apresentados nas matrizes \mathbf{P}_k são dados brutos, ainda não representam as probabilidades de transição de uma cadeia de Markov absorvente. Os valores $\rho_{7b} = 0$ e $\rho_{8b} = 0$, para todo b , porque para o sistema de registro acadêmico da UFRPE o estudante que evade ou se forma perde o vínculo com a instituição e, como consequência, é retirado do sistema. Esse problema é resolvido ainda neste texto.

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0,389 & 0,342 & 0,258 & 0,008 & 0,004 & 0 & 0 \\ 0 & 0,731 & 0,207 & 0,023 & 0 & 0 & 0 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0,520 & 0,275 & 0,018 & 0 & 0 & 0,187 \\ 0 & 0 & 0 & 0,194 & 0,175 & 0 & 0 & 0,631 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,143 & 0 & 0 & 0,857 \\ 0 & 0,500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,500 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0,382 & 0,334 & 0,272 & 0,009 & 0,003 & 0 & 0 \\ 0 & 0,751 & 0,168 & 0,040 & 0,001 & 0,006 & 0 & 0,033 \\ 0 & 0 & 0,623 & 0,241 & 0,014 & 0,019 & 0 & 0,103 \\ 0 & 0 & 0 & 0,217 & 0,214 & 0,010 & 0 & 0,559 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,481 & 0,038 & 0 & 0,481 \\ 0 & 0,500 & 0,250 & 0,250 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0,357 & 0,370 & 0,260 & 0,012 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,759 & 0,183 & 0,033 & 0,003 & 0,002 & 0 & 0,020 \\ 0 & 0 & 0,662 & 0,233 & 0,016 & 0,015 & 0 & 0,074 \\ 0 & 0 & 0 & 0,549 & 0,212 & 0,092 & 0 & 0,147 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,703 & 0,203 & 0 & 0,094 \\ 0 & 0 & 0,167 & 0,083 & 0,042 & 0,667 & 0 & 0,042 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0,297 & 0,291 & 0,394 & 0,015 & 0,003 & 0 & 0 \\ 0 & 0,754 & 0,148 & 0,045 & 0,001 & 0,006 & 0,004 & 0,043 \\ 0 & 0 & 0,586 & 0,262 & 0,030 & 0,013 & 0 & 0,109 \\ 0 & 0 & 0 & 0,251 & 0,194 & 0,019 & 0 & 0,535 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,502 & 0,017 & 0 & 0,481 \\ 0 & 0 & 0,028 & 0,019 & 0,038 & 0,066 & 0,009 & 0,840 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0,293 & 0,324 & 0,368 & 0,012 & 0,001 & 0 & 0,001 \\ 0 & 0,807 & 0,152 & 0,031 & 0,003 & 0,004 & 0,002 & 0,002 \\ 0 & 0 & 0,679 & 0,243 & 0,032 & 0,029 & 0,005 & 0,012 \\ 0 & 0 & 0 & 0,525 & 0,202 & 0,180 & 0 & 0,093 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,813 & 0,106 & 0 & 0,081 \\ 0 & 0,041 & 0,061 & 0,082 & 0,082 & 0,714 & 0 & 0,020 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0,343 & 0,319 & 0,323 & 0,009 & 0,004 & 0 & 0,002 \\ 0 & 0,825 & 0,137 & 0,014 & 0 & 0,003 & 0,003 & 0,017 \\ 0 & 0 & 0,673 & 0,214 & 0,010 & 0,011 & 0,004 & 0,088 \\ 0 & 0 & 0 & 0,254 & 0,144 & 0,013 & 0,001 & 0,588 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,476 & 0,029 & 0 & 0,495 \\ 0 & 0 & 0,014 & 0,014 & 0,025 & 0,078 & 0 & 0,869 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}_7 &= \begin{bmatrix} 0 & 0,322 & 0,322 & 0,353 & 0,002 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,796 & 0,146 & 0,021 & 0,001 & 0,003 & 0,031 & 0,003 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,227 & 0,018 & 0,023 & 0,009 & 0,012 \\ 0 & 0 & 0 & 0,543 & 0,228 & 0,159 & 0,001 & 0,068 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,856 & 0,091 & 0 & 0,053 \\ 0 & 0,026 & 0,092 & 0,039 & 0,092 & 0,724 & 0 & 0,026 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{P}_8 &= \begin{bmatrix} 0 & 0,324 & 0,282 & 0,387 & 0,007 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,748 & 0,165 & 0,025 & 0 & 0,011 & 0,039 & 0,012 \\ 0 & 0 & 0,671 & 0,226 & 0,015 & 0,007 & 0,017 & 0,065 \\ 0 & 0 & 0 & 0,311 & 0,211 & 0,025 & 0,003 & 0,450 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,605 & 0,022 & 0 & 0,374 \\ 0 & 0,010 & 0,010 & 0,014 & 0,069 & 0,073 & 0 & 0,823 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{P}_9 &= \begin{bmatrix} 0 & 0,291 & 0,367 & 0,340 & 0 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,772 & 0,148 & 0,019 & 0 & 0,005 & 0,053 & 0,003 \\ 0 & 0 & 0,710 & 0,202 & 0,012 & 0,021 & 0,042 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0 & 0,536 & 0,202 & 0,154 & 0,008 & 0,100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,813 & 0,096 & 0,001 & 0,090 \\ 0 & 0,053 & 0,063 & 0,105 & 0,116 & 0,600 & 0,011 & 0,053 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{P}_{10} &= \begin{bmatrix} 0 & 0,392 & 0,341 & 0,260 & 0,007 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,783 & 0,127 & 0,006 & 0,001 & 0,005 & 0,059 & 0,020 \\ 0 & 0 & 0,690 & 0,186 & 0,009 & 0,009 & 0,040 & 0,066 \\ 0 & 0 & 0 & 0,351 & 0,162 & 0,016 & 0,011 & 0,460 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,631 & 0,024 & 0,008 & 0,337 \\ 0 & 0,008 & 0,036 & 0,025 & 0,050 & 0,063 & 0,003 & 0,815 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{P}_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 0,377 & 0,347 & 0,272 & 0,003 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,773 & 0,148 & 0,012 & 0,001 & 0,006 & 0,059 & 0,001 \\ 0 & 0 & 0,681 & 0,227 & 0,015 & 0,018 & 0,048 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0 & 0,555 & 0,240 & 0,132 & 0,021 & 0,052 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,812 & 0,082 & 0,019 & 0,086 \\ 0 & 0 & 0,054 & 0,022 & 0,163 & 0,717 & 0 & 0,043 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{P}_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & 0,392 & 0,388 & 0,215 & 0,002 & 0,003 & 0 & 0 \\ 0 & 0,793 & 0,115 & 0,011 & 0 & 0,008 & 0,055 & 0,018 \\ 0 & 0 & 0,686 & 0,181 & 0,006 & 0,013 & 0,053 & 0,059 \\ 0 & 0 & 0 & 0,420 & 0,204 & 0,018 & 0,021 & 0,337 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,675 & 0,034 & 0,027 & 0,264 \\ 0 & 0,009 & 0,015 & 0,021 & 0,083 & 0,104 & 0,006 & 0,763 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

A partir de \mathbf{P}_k , foram obtidas duas matrizes de transição para avaliação do modelo, $\mathbf{P} = [\rho_{ij}]_{8 \times 8} = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} \mathbf{P}_k$ e $\mathbf{M} = [\mu_{ij}]_{8 \times 8} = \frac{1}{6} \sum_{k=7}^{12} \mathbf{P}_k$. Para cada uma foi realizada uma simulação em que a cada passo, I era alimentado com o número real de ingressantes verificados na base de teste, conforme valores na Tabela 3.

Tabela 3 – Quantidade de ingressantes na base de teste por semestre letivo.

	10.1	10.2	11.1	11.2	12.1	12.2	13.1	13.2	14.1	14.2	15.1	15.2	16.1
I	415	469	520	561	518	533	539	483	499	580	473	495	782

Ao final de doze iterações, foi comparado o quantitativo de estudantes em cada estado simulado com os correspondentes na base de teste. Para essa comparação foi utilizado o desvio absoluto (D_t), que é obtido pelo módulo da diferença entre o valor observado presente na base de dados (y_t), descritos na Tabela 4, e o valor estimado obtido na simulação ($s(Y_t)$). Isto é, $D_t = |y_t - s(Y_t)|$.

Tabela 4 – Valores observados (y_t) na base de teste por estado e ciclo letivo.

	10.1	10.2	11.1	11.2	12.1	12.2	13.1	13.2	14.1	14.2	15.1	15.2	16.1
0	192	316	462	568	562	622	683	696	675	703	756	758	901
1	119	277	398	544	600	650	691	753	802	868	848	846	968
2	96	161	234	312	435	521	463	538	526	603	539	589	591
3	5	19	44	72	114	157	202	259	313	368	413	462	498
T	3	8	13	129	58	274	73	266	98	282	96	297	120
F	0	0	1	0	1	1	2	21	43	84	89	124	136
E	0	103	149	87	372	75	652	66	556	86	560	77	526
Total	415	884	1301	1712	2142	2300	2766	2599	3013	2994	3301	3153	3740

5.1.1.1 Avaliação I

Uma possível matriz de transição \mathbf{P} pode ser definida pela média aritmética dos valores das matrizes \mathbf{P}_k , isto é, $\mathbf{P} = [\rho_{ij}]_{8 \times 8} = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} \mathbf{P}_k$.

$$\mathbf{P} = \begin{matrix} & \begin{matrix} I & 0 & 1 & 2 & 3 & T & F & E \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ T \\ F \\ E \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccccccccc}
 0 & 0,353 & 0,333 & 0,304 & 0,007 & 0,002 & 0,000 & 0,000 \\
 0 & 0,774 & 0,154 & 0,023 & 0,001 & 0,005 & 0,025 & 0,018 \\
 0 & 0 & 0,658 & 0,226 & 0,016 & 0,015 & 0,018 & 0,067 \\
 0 & 0 & 0 & 0,392 & 0,199 & 0,068 & 0,005 & 0,335 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0,626 & 0,062 & 0,005 & 0,308 \\
 0 & 0,096 & 0,066 & 0,056 & 0,063 & 0,317 & 0,002 & 0,400 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right] \end{matrix} \quad (5.2)$$

Considerados os pressupostos apresentados neste capítulo, ao final de 13 ciclos letivos foi observado um desvio absoluto médio de 61,9 estudantes por semestre, quando comparada a evolução simulada \mathbf{P} com os quantitativos da base de teste para 2016.1.

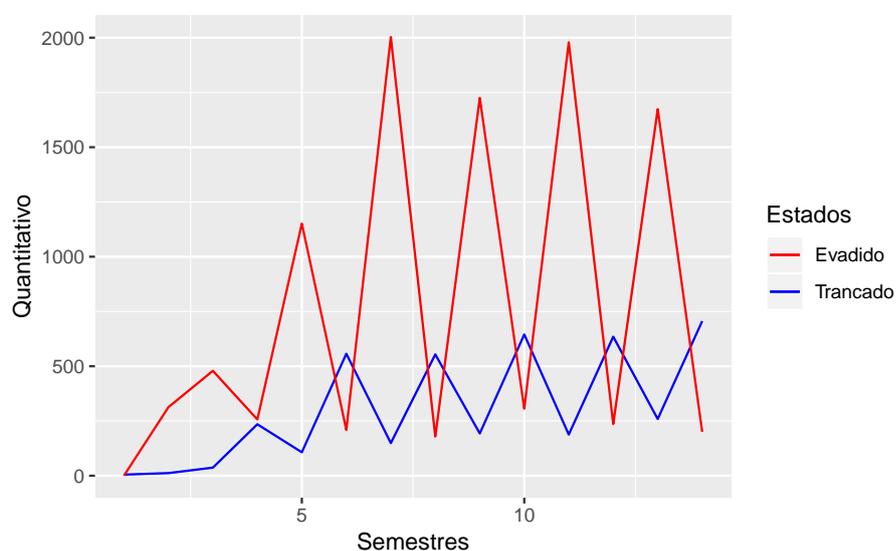
Tabela 5 – Desvio absoluto (D_t) obtido na avaliação do modelo usando \mathbf{P} .

	10.1	10.2	11.1	11.2	12.1	12.2	13.1	13.2	14.1	14.2	15.1	15.2	16.1
0	45,3	36,5	60,5	56,0	22,1	24,7	15,6	24,1	68,3	87,5	33,8	39,6	4,4
1	19,4	7,0	3,3	33,8	10,1	9,5	26,7	6,9	28,0	44,7	20,3	7,7	25,7
2	30,1	79,6	102,1	107,2	32,1	9,5	85,9	21,9	51,0	14,9	71,9	27,8	126,5
3	2,1	13,7	33,5	56,0	64,9	65,8	59,2	35,0	4,9	30,3	54,3	91,0	115,7
T	2,1	4,8	16,0	83,1	4,3	198,5	13,7	169,7	4,6	174,0	18,4	179,6	0,3
F	0,0	6,9	12,5	19,6	24,2	28,0	30,4	14,1	6,6	46,2	48,8	83,7	95,2
E	0,1	47,6	30,2	94,4	130,8	211,0	326,6	293,0	177,1	310,8	137,2	352,8	88,3
Média	14,1	28,0	36,9	64,3	41,2	78,2	79,7	80,7	48,6	101,2	55,0	111,7	65,2

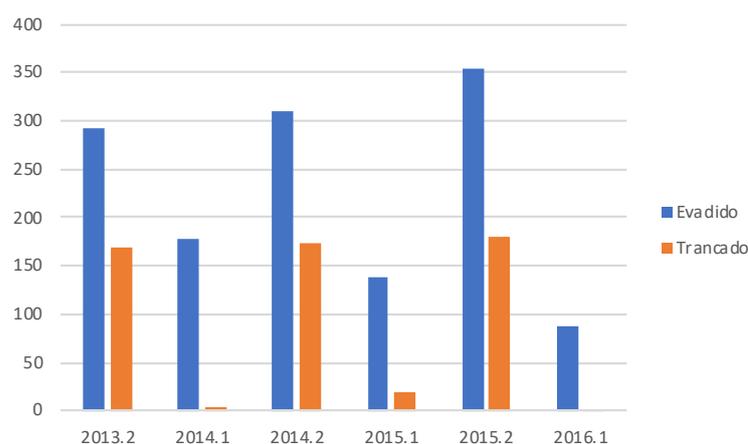
Após a última iteração, em 2016.1, é possível constatar, pela Tabela 5, que o menor desvio absoluto por estado foi o de trancados com 0,3 estudantes. Já o maior foi registrado no estado 2, com 126,5 estudantes, referente ao grupo de estudantes matriculados com 5 a 8 reprovações acumuladas. Além disso, chegaram 3.546 estudantes ativos, enquanto pelos dados reais, 3.740 estudantes ainda estavam ativos, o que significa uma diferença de 194 indivíduos, ou seja, a dinâmica simulada excluiu 0,5% de alunos a mais do que a real.

É relevante avaliar o desempenho do modelo também por meio do estado **evadido**, por esse determinar o número de indivíduos excluídos da dinâmica sem a titulação. Mas na interpretação desses resultados é necessário levar em consideração a existência de **matrícula vínculo** na UFRPE, situação acadêmica efetivada automaticamente quando o estudante matriculado no primeiro semestre letivo não renova a matrícula por conta própria no segundo semestre daquele ano.

Se por um lado a *matrícula vínculo* possibilita o retorno do estudante no ano letivo seguinte sem perder o vínculo com o curso, por outro lado adia o registro de casos de evasão para o ciclo letivo subsequente, como exposto na Figura 12a, criando uma virtual baixa na taxa de evasão nos segundos semestres anuais.



(a) Evolução de evadidos com base nos dados reais descritos na Seção 4.1.3.



(b) Desvio absoluto para o estado E e T a partir de 2013.2.

Figura 12 – Impactos da matrícula vínculo na UFRPE e no Modelo.

Essa característica justifica a alternância do desvio absoluto dos estados E e T ao longo da dinâmica, em especial, para 2013.2, quando todos os estados já estão povoados, como pode ser visto no gráfico na Figura 12b. Como se trata de uma dinâmica evolutiva

com interligação entre diferentes estados, essa situação acaba refletindo no comportamento geral do modelo. Entretanto, o tratamento dessa situação não será abordado neste trabalho, principalmente por ser uma característica particular da UFRPE.

Apesar dessa situação, se for considerado o número total de evadidos no acumulado do período, o modelo com as taxas ρ_{ij} resultou em 3.633 evadidos, enquanto a base real apontava para 3.309 estudantes. O modelo simulado apresentou uma diferença de 9,79%.

5.1.1.2 Avaliação II

Os dados utilizados neste trabalho são referentes a ingressantes a partir do semestre 2010.1, ou seja, se considerado o modelo proposto, todos os estados estavam com nenhum indivíduo no momento inicial. Isto é, ingressantes foram sendo inseridos a cada passo e sendo distribuídos de acordo com seu comportamento na graduação. Como os cursos de graduação da UFRPE, em geral, tem duração de quatro anos, então seria esperado que o sistema levasse cerca de seis passos, que nesse caso representam três anos, para começar a fechar o primeiro ciclo completo do ingresso até as primeiras colações de grau antecipadas.

Ao considerar as matrizes de transição dos seis primeiros semestres, a matriz de transição \mathbf{P} absorveu a ausência de transição entre alguns estados que posteriormente se mostraram alcançáveis entre si. Então, para uma nova matriz de transição, foram excluídos as seis primeiras iterações dos dados. Dessa forma, foi gerada a matriz de transição $\mathbf{M} = [\mu_{ij}]_{8 \times 8} = \frac{1}{6} \sum_{k=7}^{12} \mathbf{P}_k$ expressa na Equação 5.3.

$$\mathbf{M} = \begin{matrix} & \begin{matrix} I & 0 & 1 & 2 & 3 & T & F & E \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ T \\ F \\ E \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0,350 & 0,341 & 0,305 & 0,003 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,778 & 0,141 & 0,016 & 0 & 0,006 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,692 & 0,208 & 0,013 & 0,015 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,380 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5.3)$$

Nesse novo cenário, o desvio absoluto médio por semestre foi de 73,1 estudantes. Se por um lado D_t médio foi superior ao obtido com \mathbf{P} , por outro \mathbf{M} não é impactada pelas variações dos semestres iniciais, em que nem todos os estados estavam povoados. O que pode ser relevante para simulações com maior número de iterações, uma vez que quanto maior n , menor a influência das matrizes iniciais $\mathbf{P}_k | 0 \leq k \leq 6$ em $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{P}_k$.

Se for considerado o número total de evadidos no acumulado do período, o modelo com as taxas μ_{ij} resultou em 3.004 evadidos, enquanto a base real apontava para 3.309

Tabela 6 – Desvio absoluto obtido na avaliação do modelo usando \mathbf{M} .

	10.1	10.2	11.1	11.2	12.1	12.2	13.1	13.2	14.1	14.2	15.1	15.2	16.1
0	46,9	39,2	64,7	62,4	13,3	13,1	1,0	6,8	48,2	64,6	8,9	12,6	25,5
1	22,5	1,4	11,7	11,6	19,0	44,8	67,6	38,2	20,6	7,3	33,9	48,1	33,5
2	30,4	87,9	118,9	131,9	63,5	27,3	127,3	66,9	98,6	65,4	124,7	81,8	183,8
3	3,6	11,7	36,9	71,1	97,0	118,4	133,6	131,7	122,9	106,7	100,4	79,9	67,9
T	2,4	6,8	22,1	71,6	21,6	175,6	42,0	136,4	42,2	132,7	63,6	131,5	50,6
E	0,0	13,4	25,3	38,5	48,7	56,4	62,2	48,9	29,7	8,6	8,7	43,3	54,2
F	0,0	64,9	62,7	49,5	185,8	151,5	389,1	229,1	238,8	251,0	198,3	295,9	142,7
Média	15,1	32,2	48,9	62,3	64,1	83,9	117,5	94,0	85,8	90,9	76,9	99,0	79,7

estudantes. O modelo simulado apresentou uma diferença de 9,22%.

Outra diferença se apresentou quando submetidos os elementos de $\mathbf{P}_k|1 \leq k \leq 12$ e $\mathbf{P}_k|6 \leq k \leq 12$ a teste de normalidade. O teste de [Shapiro e Wilk \(1965\)](#) foi aplicado. Nesse teste, a hipótese nula é que a amostra possui distribuição normal. Portanto, um valor de $p < 0,05$ indica a rejeição da hipótese nula, ou seja, seus dados não possuem distribuição normal.

Em um primeiro momento, considerando todas as matrizes de transições inferidas nos dados, alguns elementos rejeitaram a normalidade, como pode ser verificado na Tabela 7. Já quando submetidos apenas os elementos de $\mathbf{P}_k|6 \leq k \leq 12$, que originaram \mathbf{M} , percebe-se que houve aumento no número de elementos que não rejeitaram a normalidade dos dados. Nesse caso, os elementos que rejeitaram a normalidade estavam vinculados ao estado **trancado**, a variação desse estado para o caso específico da UFRPE já foi discutida neste texto.

Observe que na Tabela 7 foram analisados apenas os elementos das submatrizes $\mathbf{P}_{k_{77}}$. O motivo do desinteresse, neste momento, de investigar os demais elementos está descrito no próximo capítulo.

Os resultados obtidos com as matrizes \mathbf{P} e \mathbf{M} são apenas uma amostra do modelo, uma vez que outros valores para a matriz de transição podem ser utilizados. Mas é a partir da matriz na Equação 5.3 que foram realizadas simulações para observar o comportamento do modelo a longo prazo. Esse é o objetivo da Seção 5.2.

5.2 Simulação de Cenários

Até a seção anterior, foram realizadas investigações principalmente focadas em dados reais, que mostraram que o modelo proposto é um estimador para o fenômeno estudado. Nesta seção, a abordagem ultrapassa esse limite. A partir de dados simulados é possível analisar o comportamento da dinâmica ao longo de diferentes intervalos de tempo.

Considerando o modelo proposto, a matriz de transição \mathbf{M} da Equação 5.3, e uma seqüência a_t , sendo $0 \leq t \leq n$, em que cada elemento representa o número de estudantes

Tabela 7 – Teste de normalidade Shapiro-Wilk para ρ_{ij} .

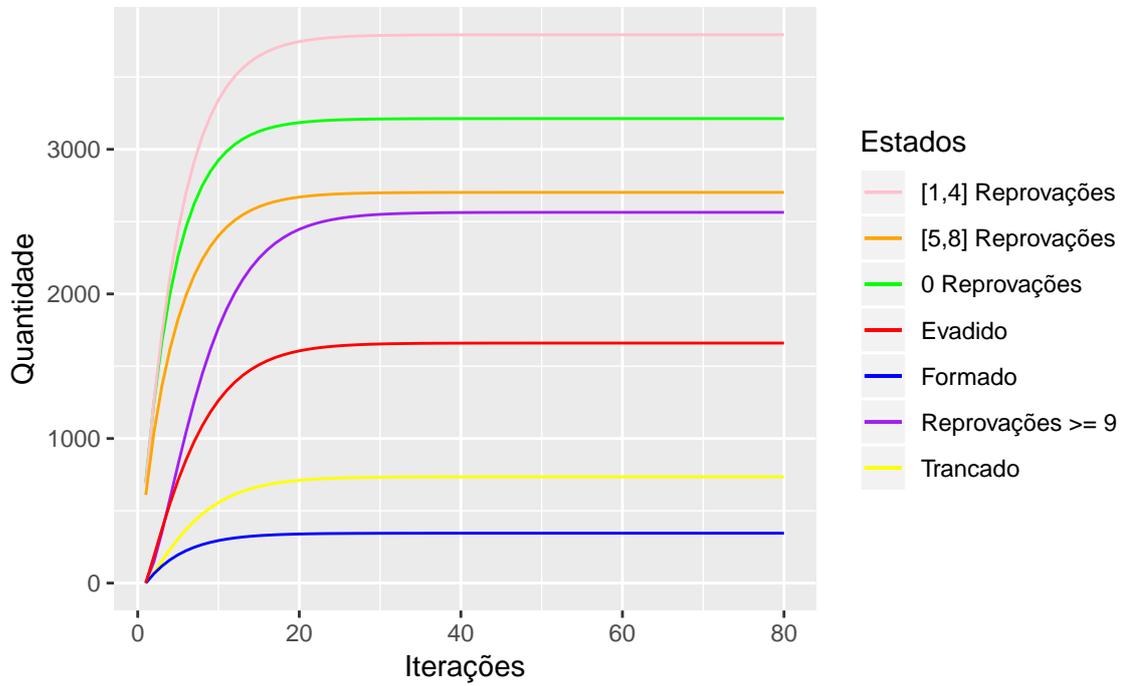
i	j	$\mathbf{P}_k 0 \leq k \leq 12$		$\mathbf{P}_k 6 \leq k \leq 12$	
		W	p-valor	W	p-valor
1	2	0,875	0,076	0,865	0,207
1	3	0,972	0,928	0,976	0,933
1	4	0,918	0,269	0,949	0,728
1	5	0,952	0,661	0,862	0,195
1	6	0,838	0,026*	0,727	0,012*
2	2	0,977	0,966	0,922	0,517
2	3	0,95	0,640	0,94	0,656
2	4	0,965	0,853	0,958	0,805
2	5	0,819	0,016*	0,829	0,106
2	6	0,968	0,89	0,962	0,833
3	3	0,813	0,013*	0,909	0,428
3	4	0,967	0,876	0,811	0,074
3	5	0,876	0,077*	0,965	0,856
3	6	0,993	1	0,932	0,599
4	4	0,854	0,041*	0,856	0,176
4	5	0,944	0,547	0,939	0,648
4	6	0,8	0,009*	0,772	0,033*
5	5	0,893	0,129	0,87	0,225
5	6	0,849	0,035	0,812	0,075
6	2	0,536	< 0*	0,834	0,116
6	3	0,796	0,008*	0,95	0,742
6	4	0,717	0,001*	0,707	0,007*
6	5	0,958	0,748	0,949	0,735
6	6	0,739	0,002*	0,765	0,028*

ingressantes no ciclo letivo t , é possível simular a dinâmica no intervalo $[0, n]$, sendo $n \in \mathbb{N}$. Com essas propriedades, o gráfico na Figura 13a representa a evolução do modelo durante oitenta passos para o número fixo de 2000 ingressantes por ciclo letivo.

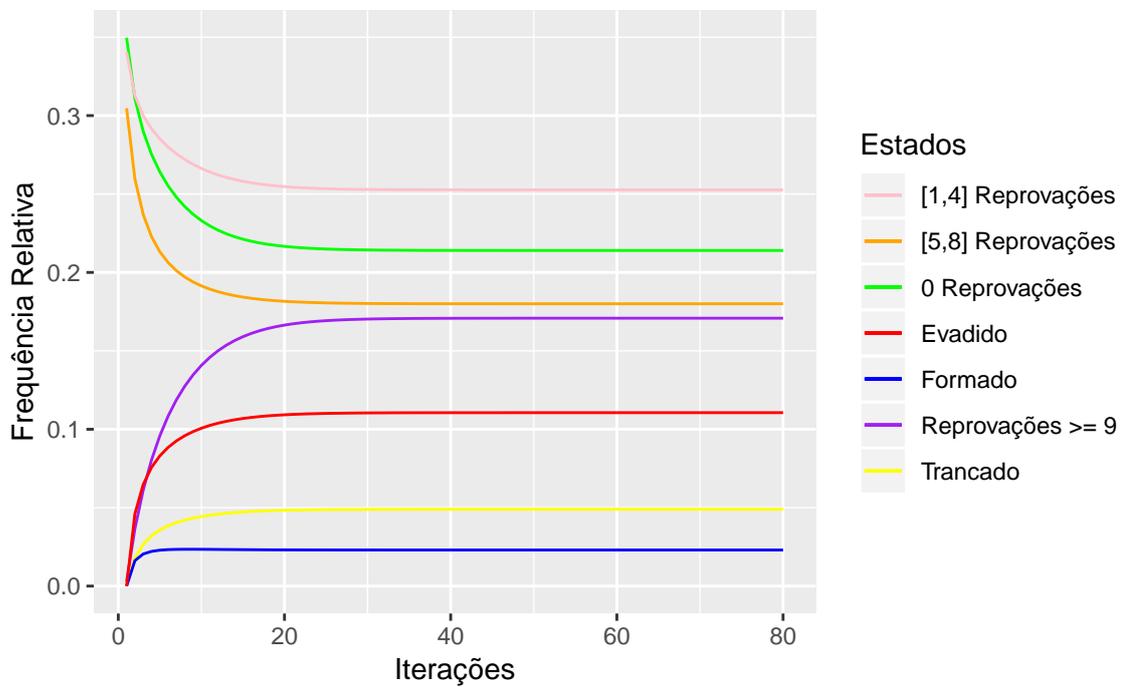
O período de observação pode ser questionado. Mas, 80 semestres foi escolhido para dar uma visão ampla da evolução do processo, e será mantido nos demais experimentos para facilitar a comparação pelo leitor. Entretanto, variações significativas já ocorrem a partir do primeiro passo, como poderá ser inferido no decorrer da leitura.

Observa-se nessa simulação que a quantidade de estudantes em cada estado tem uma trajetória inicial crescente com diferentes velocidades até alcançar diferentes níveis de estabilidade. O último estado a estabilizar é o **matriculado com** $r \geq 9$, que se torna não decrescente a partir do 36º passo.

Também é possível perceber essa dinâmica observando a evolução em termos relativos dos estados pela quantidade total de estudantes no sistema, como exposto na Figura 13b. Nessa nova forma de exibição, a partir do semestre 23, todas as curvas são não decrescentes, considerada até a terceira casa decimal.



(a) em termos valores absolutos.



(b) em termos de frequência relativa.

Figura 13 – Evolução do modelo ao longo de 80 passos.

Nas evoluções representadas nas Figuras 13a e 13b, os estudantes que alcançam os estados absorventes **formado** e **evasão** são excluídos do sistema no passo seguinte, uma vez que deixam de ter vínculo com o curso, o que não condiz com uma cadeia de Markov absorvente. Contudo, se os elementos μ_{77} e μ_{88} da matriz de transição \mathbf{M} forem alterados para assumirem o valor 1, esses estados passam a acumular a quantidade de indivíduos ao longo do tempo, assumindo efetivamente a classificação de estados absorventes, como representado na Figura 14, e conforme proposta inicial do modelo deste trabalho.

Assim, a matriz de transição para o modelo proposto desse trabalho será chamada de $\mathbf{T} = [\tau_{ij}]_{8 \times 8}$.

$$\mathbf{T} = \begin{matrix} & \begin{matrix} I & 0 & 1 & 2 & 3 & T & F & E \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ T \\ F \\ E \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0,350 & 0,341 & 0,305 & 0,003 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,778 & 0,141 & 0,016 & 0 & 0,006 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,692 & 0,208 & 0,013 & 0,015 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,380 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5.4)$$

Dessa forma, é possível observar qual foi o resultado longitudinal do sistema ao final do período simulado. Os estados absorventes se destacam pelo número de indivíduos retidos, uma vez que desses não tem mais para onde migrar dentro do modelo. Isto é,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{|E_t| + |F_t|}{N_t} = 1,$$

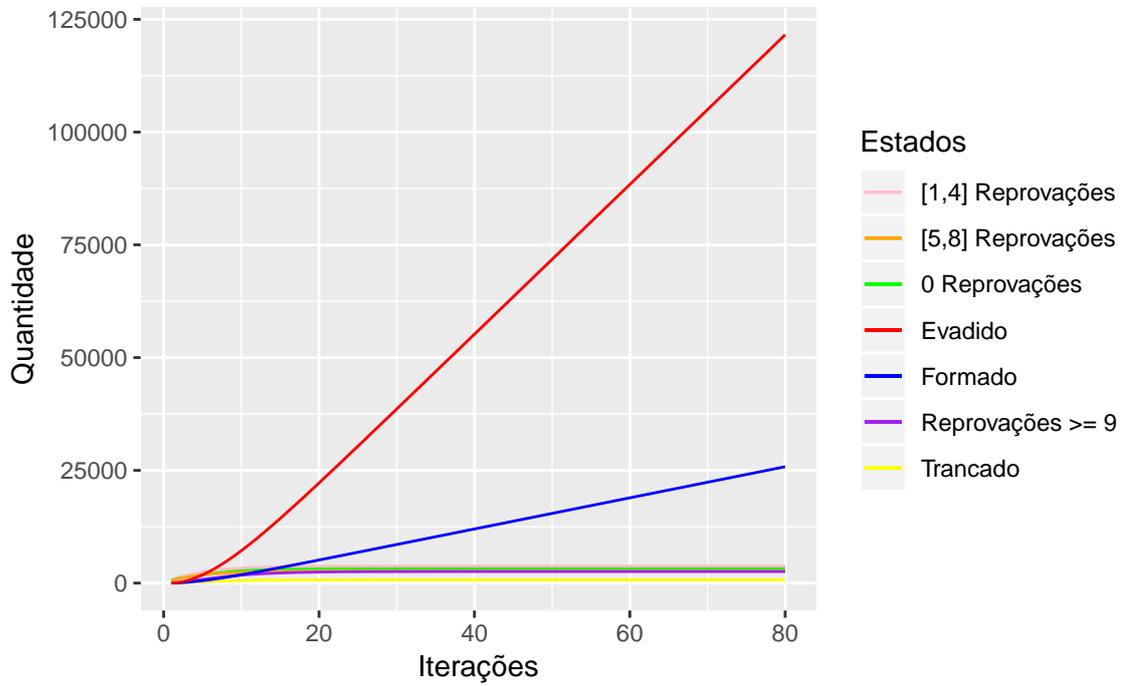
em que, $|E_t|$ e $|F_t|$ é o número de indivíduos no estado **evadido** e **formado**, respectivamente, e N o número total de estudantes ativos no passo t .

A diferença de velocidade de crescimento do estado **evadido** em relação ao **formado**, como projetado nos gráficos da Figura 14, pode indicar distúrbios no sistema. Uma vez que, em uma abordagem estritamente quantitativa, o objetivo das instituições de ensino é minimizar o z_t da Equação 5.5.

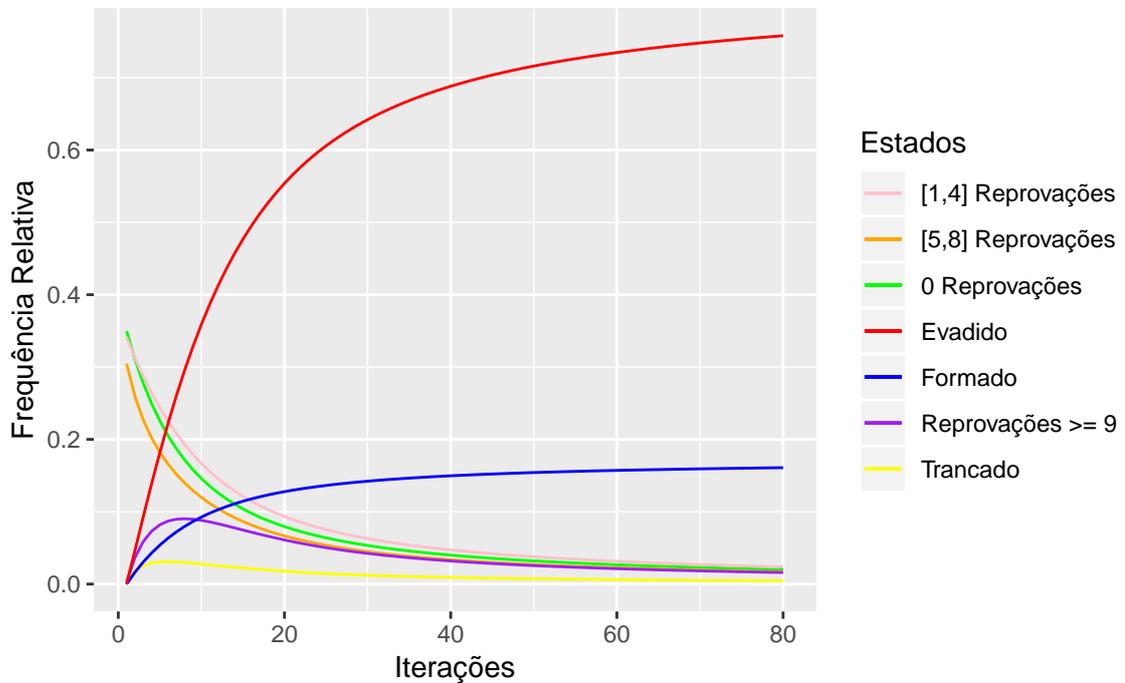
$$z_t = \frac{|E_t|}{|F_t|} \quad (5.5)$$

O gráfico na Figura 15 representa a evolução de z para o modelo considerando a matriz de transição \mathbf{T} .

Assim, nas próximas seções, o objetivo é ajustar a matriz de transição \mathbf{T} , seguindo alguma heurística, com a finalidade de encontrar formas de reduzir o valor de z sem infligir

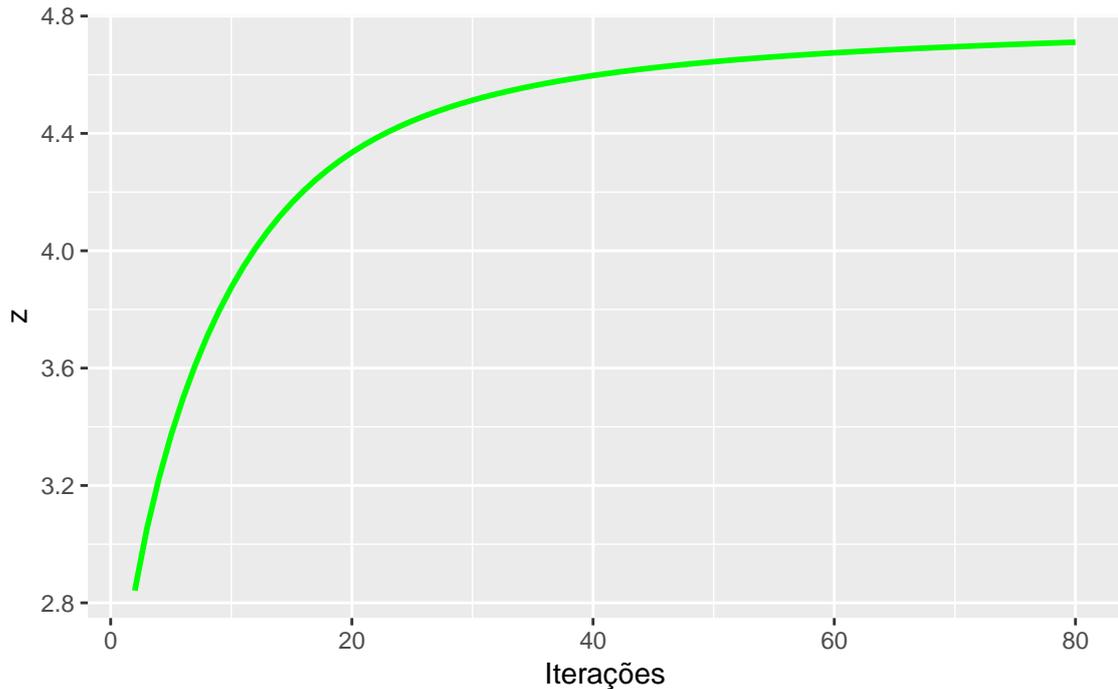


(a) em termos valores absolutos.



(b) em termos de frequência relativa.

Figura 14 – Evolução acumulada do modelo ao longo de 80 iterações, considerando \mathbf{T} .

Figura 15 – Evolução de z por iteração.

os pressupostos do modelo proposto. Em outras palavras, a finalidade é obter caminhos para aumentar o número de formados e diminuir o número de evasões no sistema.

5.3 Intervenção e Estimativa dos Efeitos

Uma das vantagens do modelo proposto é a possibilidade de intervenção no fenômeno, por meio de ações no ambiente que levem à alteração das probabilidades da matriz de transição do modelo. Mas para isso, é necessário respeitar as características do problema, caso contrário, poderão ser estimados cenários inalcançáveis pela dinâmica real.

Além disso, a proposta de avaliação dos efeitos de possíveis intervenções descrita neste trabalho parte do pressuposto de que o número de indivíduos em cada estado alcança a estabilidade em algum momento t , como representado na Figura 13. Destacando-se que, eventualmente, a estabilidade pode ser alcançada por meio da alteração dos estados do modelo ou alguma transformação dos dados.

A princípio, ajustes numéricos nas taxas de transição poderiam ser realizados a partir de qualquer elemento da matriz \mathbf{T} . No entanto, ajustes aleatórios podem não ter significado prático no fenômeno estudado. Dessa forma, os experimentos deste trabalho tentaram manter relação direta com o fenômeno por meio de algumas restrições.

Por esse motivo, foram excluídos ajustes em transições de chegada aos estados absorventes **formado** e **evadido**, uma vez que seria uma intervenção direta nos elementos da razão z , que se tem o objetivo de reduzir. Assim, os ajustes foram realizados na

submatriz \mathbf{T}_{77} , apresentada na Equação 5.6.

Existem infinitas e não enumeráveis possibilidades de valores para os elementos de \mathbf{T} , uma vez que $\tau_{ij} \in \mathbb{R}$. Como um dos objetivos deste trabalho é encontrar caminhos para redução de z a partir do cenário real, a matriz \mathbf{T}_{77} foi considerada como ponto de partida.

Observe que $\sum_{i=1}^8 \tau_{ij} = 1$ para todo j em \mathbf{T} , então a cada alteração em qualquer τ_{ij} é necessário reequilibrar os elementos da linha, a fim de manter o somatório da linha igual a 1 em função das características do modelo. Para este trabalho, a cada alteração em τ_{ij} , a diferença entre o novo valor e o anterior foi distribuída proporcionalmente aos valores dos demais elementos da linha i em \mathbf{T} .

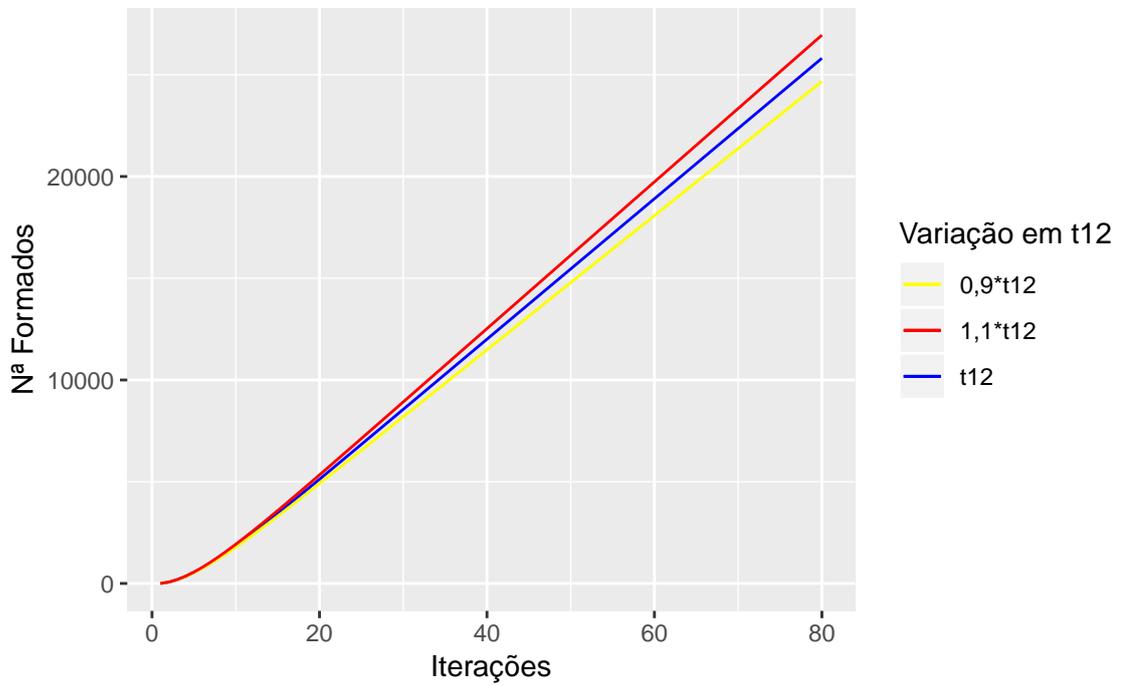
$$\mathbf{T}_{77} = \begin{matrix} & \begin{matrix} I & 0 & 1 & 2 & 3 & T \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ T \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0,350 & 0,341 & 0,305 & 0,003 & 0,002 \\ 0 & 0,778 & 0,141 & 0,016 & 0 & 0,006 \\ 0 & 0 & 0,692 & 0,208 & 0,013 & 0,015 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,380 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5.6)$$

Para um teste inicial do comportamento da dinâmica mediante ajustes em \mathbf{T}_{77} , cada elemento da matriz foi variado em $1,1\tau_{ij}$ e $0,9\tau_{ij}$ individualmente e examinada a evolução do modelo com essas novas taxas ao longo de 80 iterações. Ou seja, foram consideradas 48 diferentes versões de \mathbf{T} , isso porque há 24 componentes $\tau_{ij} \neq 0$ em \mathbf{T}_{77} . Sendo 80 iterações para cada uma das 48 diferentes \mathbf{T} , então foram observadas 3840 épocas. Esses resultados estão expostos na Tabela 8, e a variação sobre z entre diferentes matrizes de transição pode ser obtida por meio da função $\xi(z_1)$ na Equação 5.7, em que z_0 refere-se à matriz inicial \mathbf{T} como apresentada na Equação 5.4, e z_1 à matriz \mathbf{T} modificada.

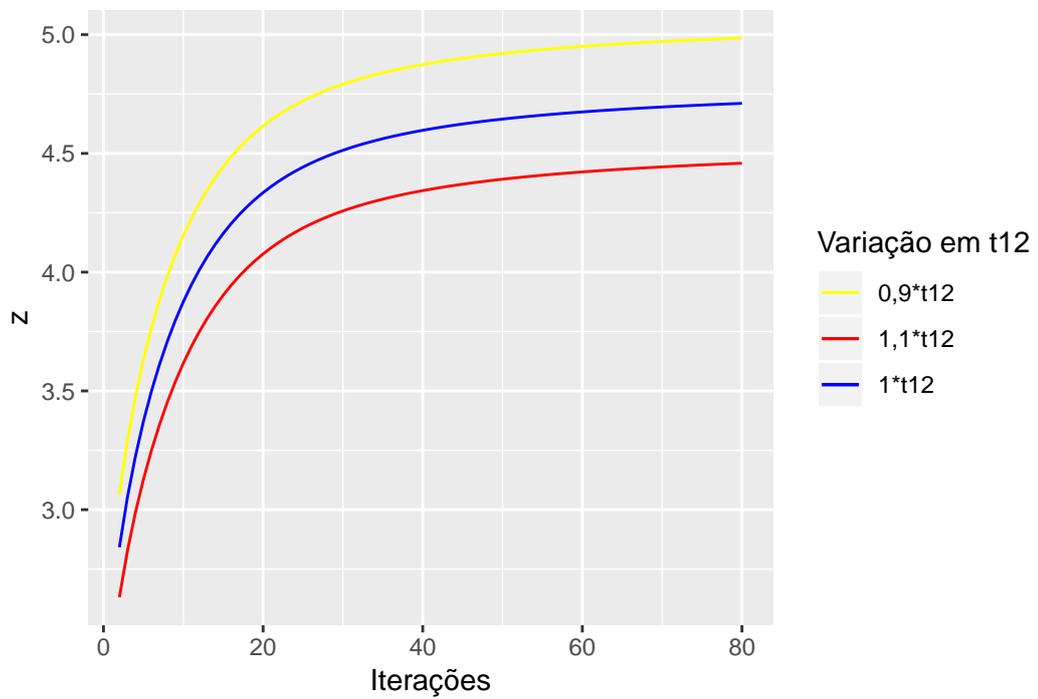
$$\xi(z_1) = \frac{z_1 - z_0}{z_0} \quad (5.7)$$

Dentre as 48 matrizes \mathbf{T} dessa simulação, as que apresentaram maior impacto sobre ξ foram as que tiveram incremento e decremento em τ_{12} . Quando $\tau_{12}^* = 0,9\tau_{12}$, $\xi = 5,84\%$ na 80ª iteração, ou seja, constatou-se um aumento do número de evasões. Já quando $\tau_{12}^* = 1,1\tau_{12}$, z foi reduzido em 5,35%, o que significa que houve um aumento de formados no período analisado. Nesse período, houve um incremento de 4,41% no número de formados. A evolução comparativa do número de formados e em z consta no gráfico da Figura 16.

Considerando o fenômeno, isso significa dizer que, admitidos os pressupostos estabelecidos neste trabalho, a intervenção na taxa de estudantes ingressantes que transitam para o grupo de estudantes com nenhuma reprovação é o que traz maior impacto na



(a) número de formados no período.



(b) variação de z .

Figura 16 – Comparação da evolução de z por iteração, considerando τ_{12} e $1,1\tau_{12}$.

Tabela 8 – Exemplos de variação em \mathbf{T} e o impacto em z após 80 iterações, sendo $z_0 = 4,711$.

i	j	$\tau_{ij}^* = 0,9\tau_{ij}$		$\tau_{ij}^* = 1,1\tau_{ij}$	
		z_1	$\xi(z_1)$	z_1	$\xi(z_1)$
1	2	4,986	5,84%	4,459	-5,35%
1	3	4,665	-0,97%	4,757	0,99%
1	4	4,518	-4,09%	4,917	4,37%
1	5	4,709	-0,03%	4,712	0,03%
1	6	4,710	-0,02%	4,712	0,02%
2	2	4,685	-0,55%	4,766	1,18%
2	3	4,562	-3,16%	4,851	2,98%
2	4	4,687	-0,50%	4,734	0,49%
2	5	4,711	0,00%	4,711	0,00%
2	6	4,702	-0,19%	4,720	0,19%
3	3	4,716	0,10%	4,703	-0,16%
3	4	4,537	-3,69%	4,875	3,49%
3	5	4,702	-0,18%	4,719	0,18%
3	6	4,700	-0,23%	4,721	0,23%
4	4	4,717	0,13%	4,703	-0,15%
4	5	4,714	0,07%	4,707	-0,07%
4	6	4,708	-0,06%	4,714	0,06%
5	5	4,727	0,35%	4,682	-0,61%
5	6	4,709	-0,05%	4,713	0,04%
6	2	4,717	0,13%	4,705	-0,13%
6	3	4,717	0,13%	4,704	-0,13%
6	4	4,711	0,01%	4,710	-0,01%
6	5	4,712	0,03%	4,709	-0,03%
6	6	4,712	0,03%	4,709	-0,03%

quantidade de estudantes nos estados absorventes. Isso indica a relevância de intervenção nessa aresta do sistema.

Esse indicativo é ratificado quando verificados os dados por outra perspectiva. Na Tabela 9 estão consolidados o tempo de vínculo dos estudantes na graduação. E é justamente do primeiro para o segundo ciclo de vínculo que foi detectado o maior número de abandonos, concentrando cerca de 34,77% de todas as falhas da base de dados. Se considerados os intervalos compreendidos em $[0; 2]$, têm-se 62,21% de todas as falhas. Ou seja, antes do término do terceiro ciclo letivo ocorreram mais da metade de todas as evasões do sistema. Assim, ações de intervenção institucional deveriam se concentrar prioritariamente nos primeiros ciclos de vínculo, em especial com os ingressantes, como indicado pelo modelo neste trabalho. Ações posteriores aos dois primeiros períodos, mesmo que exitosas, só conseguiriam reverter, no máximo, 37,79% de todas as falhas.

Tabela 9 – Descrição dos tempos de vínculos dos estudantes desconsiderando-se as covariáveis.

Semestres (t)	Nº sob risco	Nº abandonos	Vinculados
0	22238	4	1,000
1	20635	3664	0,822
2	15328	2888	0,667
3	11272	1204	0,596
4	8929	1070	0,525
5	6995	629	0,477
6	5584	427	0,441
7	4461	278	0,413
8	3220	158	0,393
9	2167	122	0,371
10	1323	59	0,355
11	663	17	0,345
12	330	15	0,330
13	98	3	0,320

5.3.1 Seleção de Cenários Alcançáveis

Esta seção é uma continuação da anterior, foram mantidos os mesmos requisitos de ajustes em \mathbf{T}_{77} para não perder a vinculação com o fenômeno estudado. Entretanto, o número de experimentos realizados foi superior. Além disso, foi necessário definir estratégias para gerar novas matrizes de transição para o modelo.

Com o objetivo de obter cenários alcançáveis a partir da realidade dos dados, novas matrizes de transição $\mathbf{B}_i = [\beta_{ij}]_{8 \times 8}$ foram geradas. Como visto na Seção 5.1.1, os elementos que originaram \mathbf{T}_{77} seguem em sua maioria uma distribuição normal com média τ_{ij} e desvio padrão σ_{ij} integrante da matriz \mathbf{S} da Equação 5.8.

Assim, partindo-se de \mathbf{T}_{77} , a cada elemento τ_{ij} entre estados alcançáveis, τ_{ij} assumia o valor β_{ij} , um número aleatório gerado a partir de uma distribuição normal com média τ_{ij} e desvio padrão σ_{ij} . E assim como na seção anterior, a diferença entre β_{ij} e τ_{ij} foi distribuída proporcionalmente aos demais valores da linha i .

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0,043 & 0,037 & 0,065 & 0,003 & 0,001 \\ 0 & 0,018 & 0,018 & 0,007 & 0,001 & 0,003 \\ 0 & 0 & 0,016 & 0,021 & 0,004 & 0,006 \\ 0 & 0 & 0 & 0,107 & 0,027 & 0,071 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,108 & 0,035 \\ 0 & 0,019 & 0,031 & 0,034 & 0,040 & 0,332 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Para cada \mathbf{B}_i foi simulada a evolução considerando as mesmas variáveis da Seção 5.2, isto é, 2000 ingressantes inseridos a cada uma das 80 iterações.

Caso, ao final dessa evolução, $\xi(z_1) < 0 | \mathbf{B}_i$, então \mathbf{T} assumia os valores de \mathbf{B}_i , caso contrário, \mathbf{B}_i era descartada, o mesmo ocorria caso existisse algum elemento $\beta_{ij} < 0$, por quebra dos requisitos do fenômeno. Dessa forma, foram desenhadas trajetórias de melhoria do sistema em busca da redução de z , o que significa o aumento do número de formados e a conseqüente diminuição do número de evadidos do sistema.

Cada uma das dez simulações realizadas para esta seção passou dez vezes por cada um dos 24 τ_{ij} entre estados alcançáveis. Isso significa que, juntando todas as simulações, foram avaliadas 2.400 matrizes, e realizadas 192.000 iterações evolutivas. Na Tabela 10 constam os valores de z ao final de cada simulação. Percebe-se que houve uma redução média de 61% em relação a z_0 , que considerou a matriz \mathbf{T} original (Equação 5.4).

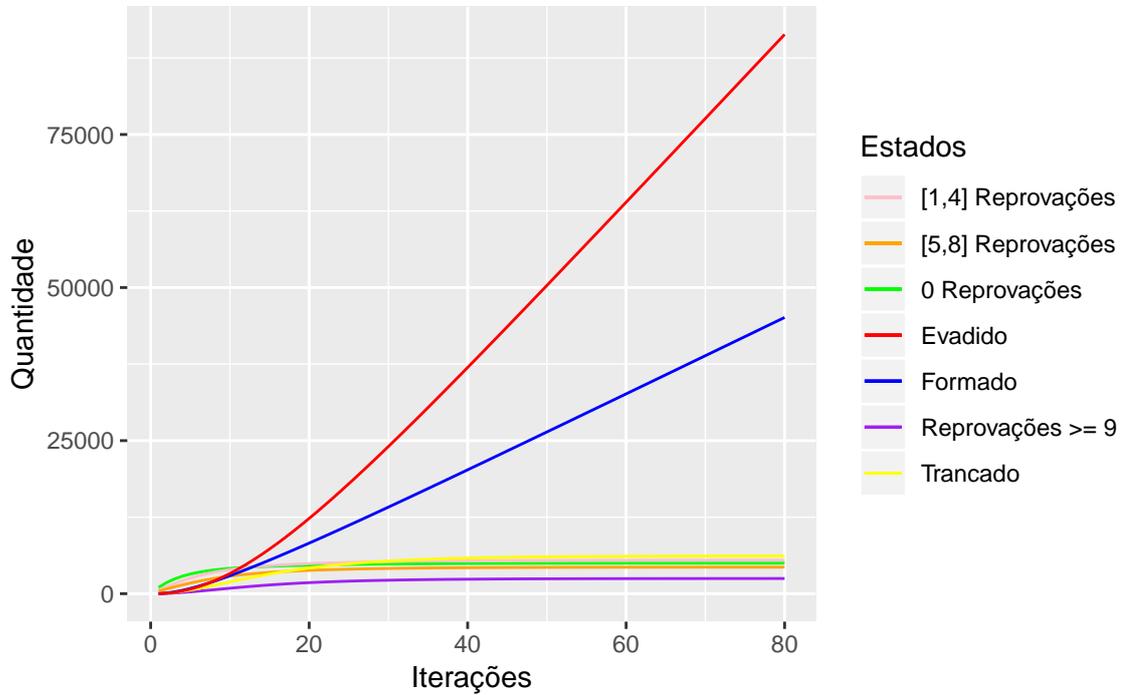
Tabela 10 – Variação em z por simulação, sendo $z_0 = 4,711$.

Simulação	z_1	$\xi(z_1)$
1	1,943	-59%
2	2,046	-57%
3	2,107	-55%
4	1,737	-63%
5	1,811	-62%
6	2,428	-48%
7	1,510	-68%
8	2,036	-57%
9	2,280	-52%
10	2,484	-47%
Média	2,038	-57%
Mediana	2,041	-57%
Desvio Padrão	0,306	0,066

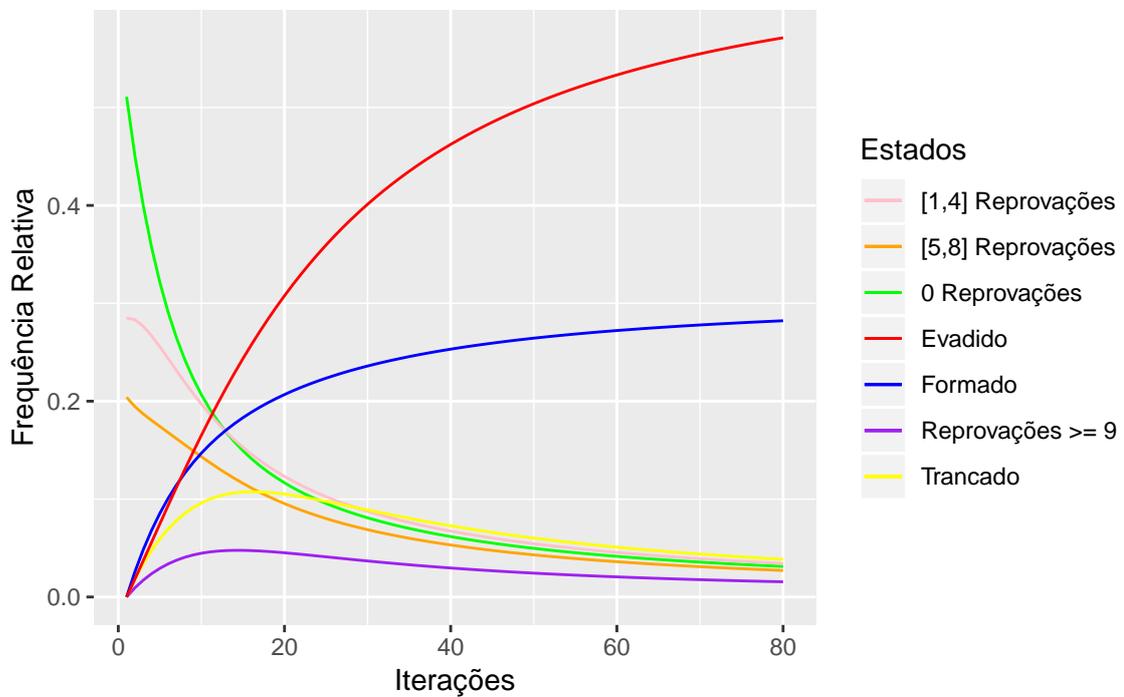
As matrizes finais que resultaram nos valores expostos na Tabela 10 estão no Apêndice B. Além dessas, como demonstração detalhada do caminho de matrizes avaliadas e selecionadas, também estão expostas todas as 63 matrizes de transição que definiram a trajetória da oitava simulação, a que mais se aproximou do r médio, por meio da sua matriz final \mathbf{V}_8 .

$$\mathbf{V}_8 = \begin{matrix} & \begin{matrix} I & 0 & 1 & 2 & 3 & T & F & E \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ T \\ F \\ E \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0,511 & 0,285 & 0,204 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,763 & 0,136 & 0,002 & 0 & 0,004 & 0,079 & 0,014 \\ 0 & 0 & 0,743 & 0,171 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,819 & 0,08 & 0,004 & 0,096 \\ 0 & 0,026 & 0,026 & 0,018 & 0,009 & 0,846 & 0,001 & 0,075 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{matrix} \quad (5.9)$$

Na Figura 17 estão os gráficos que representam a evolução do modelo para a matriz de transição \mathbf{V}_8 . Já na Figura 18 consta a comparação com a trajetória sob a influência da matriz \mathbf{T} .

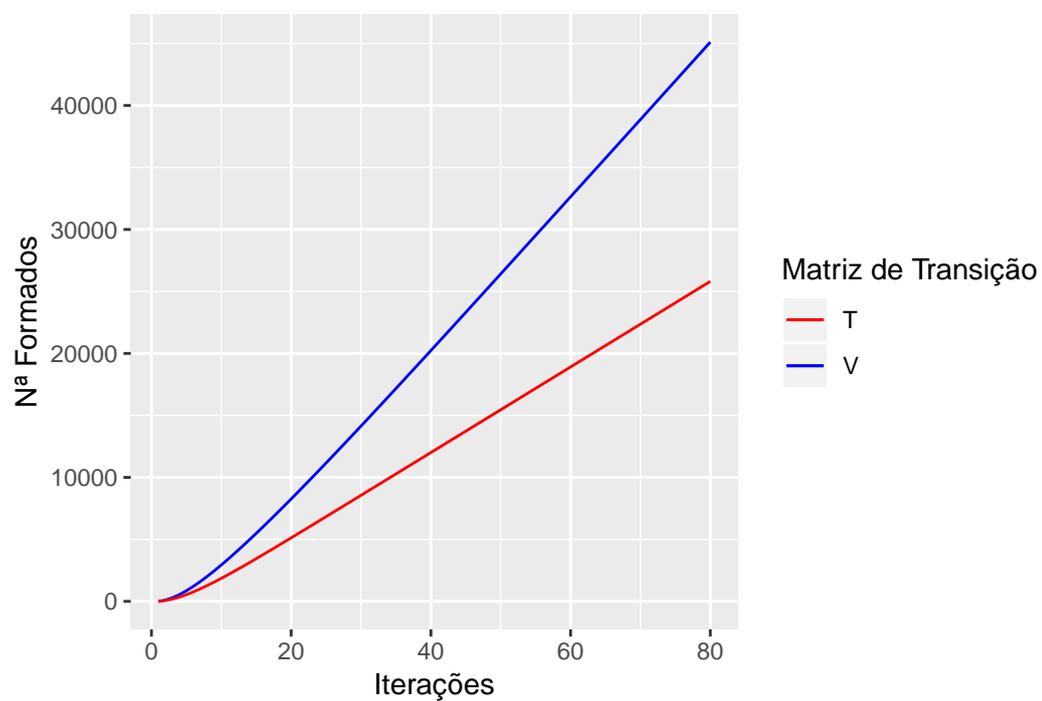


(a) em termos valores absolutos.

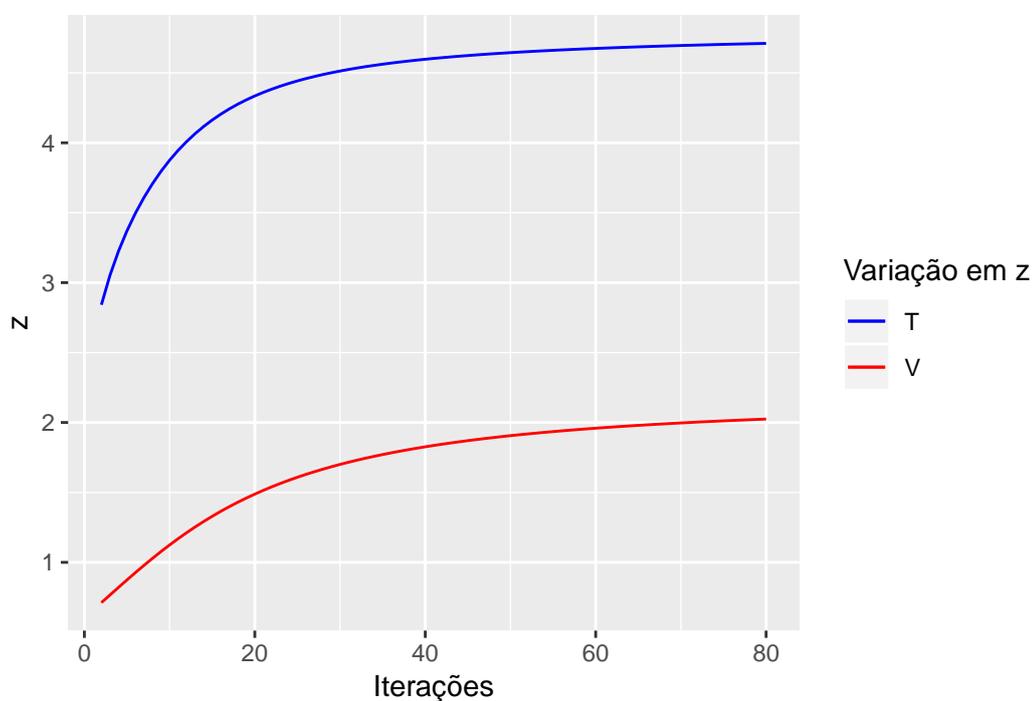


(b) em termos de frequência relativa.

Figura 17 – Evolução acumulada do modelo ao longo de 80 iterações, considerando a matriz de transição \mathbf{V}_8 , resultante da oitava simulação.



(a) número de formados no período.



(b) variação de z .

Figura 18 – Comparação da evolução acumulada considerando a matriz de transição \mathbf{T} e \mathbf{V}_8 .

A ideia de utilizar um Buscador de Caminhos incremental, que testa \mathbf{B}_i a cada alteração sobre algum τ_{ij} é justamente para apresentar uma trajetória que possa embasar a elaboração de ações institucionais em busca da elevação do número de formados no sistema, partindo-se das taxas reais. Essa trajetória, por si só, já é a proposição de um roteiro a ser seguido a cada ciclo letivo pela instituição.

Se considerada a metodologia para cálculo de evasão da UFRPE², exposta no Anexo B, mantidas as taxas da matriz \mathbf{T} , a prospecção é que a taxa de evasão semestral estabilize em 12,68%. Já se a instituição alcançar os valores correspondentes à matriz \mathbf{V}_8 , a expectativa é que a taxa chegue a 5,84%, uma redução de 53,94% no mesmo período de tempo.

5.3.1.1 Agrupamento por Áreas de Conhecimento

A base de dados pode ser segmentada de acordo com diferentes critérios para análise da trajetória acadêmica em grupos específicos. Como forma de reforçar os resultados descritos até aqui, observações por área de conhecimento dos cursos de graduação também foram realizadas, mantidas as mesmas restrições da seção anterior.

Percebe-se, na Tabela 11, pelos valores de z_0 , a diferença de comportamento entre as diferentes áreas de conhecimento, o que mostra um panorama condizente com as taxas de evasão oficiais da UFRPE, disponíveis no Anexo B.

Tabela 11 – Simulações segmentadas por área de conhecimento dos cursos de graduação.

Área de Conhecimento	z_0	z_1	$\xi(z_1)$
Agricultura, florestas e recursos pesqueiros	6,73	1,98	-70,59%
Comércio e administração	1,34	0,30	-77,26%
Computação	13,70	2,54	-81,46%
Ciências	2,83	0,65	-77,02%
Ciências sociais e comportamentais	5,40	1,97	-63,56%
Serviços pessoais	4,25	1,02	-76,08%
Engenharia e profissões correlatas	5,01	1,44	-71,30%
Produção e processamento	16,62	5,43	-67,36%
Saúde	4,03	0,66	-83,59%
Humanidades e letras	2,85	0,92	-67,89%
Formação de professor e ciências da educação	1,38	0,62	-55,00%
Ciências físicas	6,72	1,11	-83,43%
Matemática e estatística	10,98	1,71	-84,42%

Já os resultados após aplicação dos métodos detalhados neste trabalho, apontam para uma redução média 73,77% de z_0 para z_1 , com desvio padrão de 0,09, considerando todas as áreas de conhecimento presentes na UFRPE. As matrizes de transição inferidas dos dados e a matriz ajustada após a seleção de cenários integram o Apêndice B.2.

² Existem diferentes métodos para cálculo da taxa de evasão na literatura (SILVA, 2014; LIMA; ZAGO, 2017).

Dessa forma, a seleção de cenários conforme apresentada neste trabalho foi capaz de resultar em um caminho indicativo, ao menos teórico, de redução do número de evadidos em relação ao número de formados, mesmo considerando uma nova forma de agrupar os indivíduos.

5.3.2 Custo da Alteração da Matriz de Transição

Foi visto no início da Seção 5.3 que a mesma alteração proporcional, em elementos diferentes da matriz de transição, podem causar diferentes resultados na relação z de evadidos e formados. Além disso, possivelmente, nem todas as ações de intervenção demandarão o mesmo esforço para implantação.

Assim, os requisitos para concretizar cada ação devem ser observados na fase de seleção de cenários, para avaliar a viabilidade técnica e escolher os melhores custos-benefícios, uma vez que poderá haver, na trajetória indicada, cenários de difícil implementação ou ações de alto custo com pouco impacto sobre z .

A viabilidade técnica necessita ser avaliada pela equipe responsável pela implementação das ações, uma vez que leva em consideração especificidades de cada instituição. No entanto, no caso concreto estudado, o custo-benefício (c) estimado, conforme expresso na Equação 5.10, pode ser entendido como a variação da taxa de transição ($\delta(\tau) = \frac{\tau_1 - \tau_0}{\tau_0}$) em relação a $\xi(z_1)$, para $\xi(z_1) < 0$, restrição da seleção de cenários alcançáveis.

$$c = \left| \frac{\delta(\tau)}{\xi(z_1)} \right| \quad (5.10)$$

Considerando parte da trajetória resultante da Simulação 8 da Seção 5.3.1, é possível expressar o custo de cada intervenção $\delta(\tau)$ sobre o elemento $\tau_{i,j}$ da matriz de transição \mathbf{T} , conforme Tabela 12.

Tabela 12 – Custo-benefício estimado (c) para cada intervenção $\delta(\tau)$.

(i,j)	τ_0	$\delta(\tau)$	τ_1	z_1	$\xi(z_1)$	$\xi(z_1)$ acumulado	c
(1,2)	0,350	10,00%	0,385	4,457	-5,39%	-5,39%	1,86
(1,3)	0,323	-12,69%	0,282	4,394	-1,42%	-6,73%	8,97
(1,4)	0,306	-21,90%	0,239	4,002	-8,92%	-15,05%	2,45
(1,5)	0,003	-33,33%	0,002	3,997	-0,14%	-15,17%	236,76
(2,4)	0,016	-25,00%	0,012	3,940	-1,41%	-16,37%	17,67
(2,6)	0,006	-16,67%	0,005	3,917	-0,57%	-16,84%	29,14
(3,4)	0,202	-5,45%	0,191	3,845	-1,84%	-18,38%	2,96
(3,5)	0,013	-7,69%	0,012	3,842	-0,08%	-18,44%	92,65
(5,5)	0,732	6,83%	0,782	3,827	-0,39%	-18,76%	17,64
(5,6)	0,047	-36,17%	0,030	3,821	-0,17%	-18,89%	218,44
(6,2)	0,018	72,22%	0,031	3,795	-0,69%	-19,45%	104,77
(6,5)	0,094	12,77%	0,106	3,794	-0,02%	-19,47%	530,24

Como pode ser constatado, existem ações com diferentes custos-benefícios. Consequentemente, se tiverem viabilidade técnica, as ações com menor custo devem ser priorizadas.

No caso das intervenções listadas, isso significa que, a intervenção $\delta(\tau) = 0,1$ em $\tau_{1,2}$, deve ser priorizada, seguida por $\delta(\tau) = -0,219$ em $\tau_{1,4}$ e assim sucessivamente. Neste caso específico, as duas ações a serem priorizadas impactam sobre os ingressantes nos cursos de graduação, o que corrobora mais uma vez para a importância de implementação de ações junto aos estudantes logo nos primeiros momentos na graduação da UFRPE.

Ações inviáveis tecnicamente de implantação devem ser descartadas, assim como também podem ser desconsideradas as ações que apresentarem altos custos. No caso da Simulação 8, talvez não compense o esforço para tentar implementar a intervenção sobre $\tau_{6,5}$. Mas isso é uma decisão discricionária dos responsáveis pela tomada de decisão em cada caso.

Portanto, o custo-benefício é um atributo importante para a definição das ações que visem o tratamento da evasão. Mas é preciso destacar que, priorizar algumas intervenções não garante, necessariamente, os mesmos resultados de $\xi(z_1)$, tendo em vista que os $\xi(z_1)$ expostos na Tabela 12 consideram a matriz do passo anterior. Contudo, uma nova simulação pode ser realizada para obter os $\xi(z_1)$ para a nova ordem de intervenções.

6 Conclusão

A evasão está presente em instituições de ensino superior no mundo todo. Distúrbios durante o processo de formação podem causar altos níveis de abandono dos cursos de graduação, o que torna o fenômeno um problema para as instituições e para a sociedade, em especial quando financiadas com recursos públicos.

O Brasil, em especial, ainda tem um longo caminho para promover o acesso dos jovens entre 18 e 24 anos à educação superior. A meta atual é chegar aos 33% até 2024. Hoje, são cerca de 18%. Para alcançar esse objetivo, é necessário, entre outras ações, compreender melhor o fenômeno de abandono da educação superior.

Este trabalho teve como objetivo apresentar uma investigação com possibilidade de intervenção sobre a trajetória acadêmica de estudantes de graduação, por meio de um modelo estocástico baseado em cadeias de Markov absorventes. A partir da proposição, simulações da dinâmica evolutiva foram realizadas para estimar os impactos de eventuais intervenções sobre o fenômeno analisado, em especial na evasão de estudantes durante a graduação.

Após uma revisão de literatura baseada nos principais indexadores acadêmicos, percebeu-se que já existem algumas configurações de estados para análise da trajetória de estudantes de graduação por meio de cadeias de Markov. Esses estados geralmente são baseados em hierarquias naturais de um curso de graduação, como horas e séries cursadas com êxito. Entretanto, quando adotadas essas hierarquias, impõe-se um caminho fixo de estados a ser necessariamente cumprido antes da colação de grau, o que restringe as possibilidades de intervenção sobre o ambiente.

Assim, foi proposta neste trabalho, uma abordagem para análise e avaliação da trajetória de estudantes de graduação composta por seis etapas: obtenção e tratamento de dados; modelagem por meio de cadeias de Markov; simulação de cenários; seleção de cenários alcançáveis; intervenção no ambiente; e avaliação da intervenção.

Na oportunidade, também foi proposta uma cadeia de Markov absorvente, homogênea de primeira ordem, de tempo discreto, em que o conjunto de estados E é definido pela situação acadêmica e o número de reprovações acumuladas pelo estudante.

A escolha desses estados se deu após análise exploratória dos dados obtidos para a pesquisa. Além disso, essa configuração cumpre um relevante requisito de solução: poder de generalização, visto que o número de reprovações é um atributo presente em qualquer sistema de registro acadêmico. Apesar do modelo apresentado, outras configurações de estados podem ser utilizadas na abordagem.

Dado o modelo, o que se adapta às especificidades de cada instituição ou curso é a matriz de transição. E foi justamente alterações na matriz de transição que possibilitou estimar e avaliar o efeito de possíveis alterações nas probabilidades de transição, o que pode ajudar as instituições no planejamento de intervenções no ambiente.

Para isso, uma estratégia de busca de possíveis configurações das matrizes de transição foi estabelecida, de modo a respeitar as restrições do objeto estudado e apontar cenários alcançáveis a partir da situação presente. Ademais, foi definida uma forma de avaliação dos custos de implantação de cada alteração na matriz de transição.

No estudo de caso, utilizando-se dados da Universidade Federal Rural de Pernambuco, o processo de investigação identificou o impacto estimado de algumas mudanças no sistema. Por meio de alterações preliminares nas probabilidades de transição do modelo, percebeu-se que ações sobre os ingressantes, antes da primeira reprovação, teria maior influência no número de formados.

Quando implementado o processo de modelagem e seleção de cenários, foram identificadas trajetórias incrementais e alcançáveis com poder de redução de até 57% da proporção entre estudantes formados e evadidos. Se considerada a metodologia de cálculo da UFRPE, estima-se que a redução seja de 53,94% da taxa de evasão. E, quando os experimentos foram realizados considerando a área de conhecimento de cada curso de graduação, a redução média foi de 73,77% na proporção evadidos sobre formados.

6.1 Limitações

Apesar desses indicativos positivos, não foi possível realizar ações no ambiente a fim de avaliar a efetividade prática das trajetórias resultantes do estudo. A intervenção em um sistema complexo que envolve práticas educativas carece de ações integradas de vários atores como gestores, docentes, técnicos e estudantes.

Também é necessário esclarecer que, as sugestões oriundas desse tipo de modelagem são baseadas em um modelo probabilístico, assim, não devem ser interpretadas como produtoras de resultados determinísticos. E a validade do modelo deve ser continuamente verificada, comparando os resultados observados com os projetados.

A suposição de que o modelo de cadeia de Markov para o problema é homogêneo no tempo, é outra limitação, como também apontado por [Brezavšček, Bach e Baggia \(2017\)](#). A estabilidade temporal nas probabilidades de transição estimadas fora assumidas, o que, a curto prazo, não é uma suposição irracional. No entanto, quando as condições da educação superior, por qualquer motivo, mudam drasticamente, uma cadeia de Markov homogênea pode não ser a melhor opção.

Apesar dessas limitações, mesmo que por alguma razão não seja possível alcançar

fielmente os cenários delimitados pelo processo apresentado, as trajetórias resultantes são indicadores de qual direção pode ser seguida pela instituição.

6.2 Trabalhos Futuros

Um possível trabalho futuro é a possibilidade de validação do modelo proposto com informações de outras instituições. Investigações multidisciplinares também serão necessárias, uma vez que, definidas as trajetórias a serem alcançadas, quais ações na prática educativa as tornariam reais? Isso não está no escopo deste trabalho.

Outra possibilidade para trabalhos futuros é a de propor e avaliar outras configurações de estados para modelagem da trajetória de estudantes de graduação por meio de cadeias de Markov. Pode ser considerada, por exemplo, a possibilidade de adotar conjuntos de estados mais complexos, como adicionar, de forma composta, aos estados atuais o tempo de vínculo no curso de graduação, característica também comum nos sistemas de registro e controle acadêmico, ou ainda, analisar outros critérios de agrupamento dos indivíduos.

Por fim, considera-se que este trabalho alcançou seus objetivos. Foi capaz de realizar uma discussão propositiva sobre o problema da evasão na educação superior, reconhecer seus limites e sugerir caminhos futuros para a comunidade científica.

Referências

- ADAM, R. Y. An application of markov modeling to the student flow in higher education in sudan. **International Journal of Science and Research**, v. 4, n. 2, p. 49–54, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.
- ADELEKE, R. A.; OGUNTUASE, K. A.; OGUNSAKIN, R. E. Application of markov chain to the assessment of students' admission and academic performance in ekiti state university. **International Journal of Scientific & Technology Research**, v. 3, n. 7, p. 349–357, 2014. Citado na página 31.
- AL-AWADHI, S. A.; AHMED, M. A. Logistic models and a markovian analysis for student attrition. **Kuwait Journal of Science and Engineering**, v. 29, n. 2, p. 25–40, 2002. ISSN 10248684. Citado na página 31.
- AL-AWADHI, S. A.; KONSOWA, M. An application of absorbing markov analysis to the student ow in an academic institution. **Kuwait J. Sci. Eng**, v. 34, n. 2A, p. 77–89, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- ALAWADHI, S.; KONSOWA, M. Markov chain analysis and student academic progress: An empirical comparative study. **Journal of Modern Applied Statistical Methods**, v. 9, n. 2, p. 584–595, 2010. ISSN 15389472. Citado na página 31.
- ALJOHANI, O. A comprehensive review of the major studies and theoretical models of student retention in higher education. **Higher Education Studies**, ERIC, v. 6, n. 2, p. 1–18, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 34.
- ALVES, R.; DELGADO, C. Processos estocásticos. 1997. Citado na página 24.
- AMIENS, E. O.; OISAMOJE, M. D. Students flow in private universities in nigeria: A markov chain modelling approach. **European Journal of Business and Management**, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 16, 31 e 33.
- AMOLE, B. B.; ADEBIYI, S. O.; DAKARE, O. Markov chain analysis for predicting student academic performance and attrition rate in distancelearning programme. **JORIND** 17, v. 17, n. 2, p. 69–87, 2019. Citado na página 31.
- ANDERSEN, A. R.; NIELSEN, B. F.; REINHARDT, L. B. Optimization of hospital ward resources with patient relocation using markov chain modeling. **European Journal of Operational Research**, v. 260, n. 3, p. 1152 – 1163, 2017. ISSN 0377-2217. Citado na página 16.
- ARAÚJO, M. A. D. de; PINHEIRO, H. D. Reforma gerencial do Estado e rebatimentos no sistema educacional: um exame do REUNI. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, v. 18, n. 69, p. 647–668, 2010. ISSN 0104-4036. Citado na página 17.
- ARRUDA, S. d. M. et al. Dados comparativos sobre a evasão em Física, Matemática, Química e Biologia da Universidade Estadual de Londrina: 1996 a 2004. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 23, n. 3, p. 418–438, 2006. Citado na página 41.

- ATKINSON, A. B.; BRANDOLINI, A. Promise and pitfalls in the use of "secondary" datasets: Income inequality in oecd countries as a case study. **Journal of economic literature**, v. 39, n. 3, p. 771–799, 2001. Citado na página 36.
- AUWALU, A.; MOHAMMED, L. B.; SALIU, A. Application of finite markov chain to a model of schooling. **Journal of Education and Practice**, v. 4, n. 17, p. 1–10, 2013. Citado na página 29.
- BAIRAGI, A.; KAKATY, S. C. A stochastic process approach to analyse students' performance in higher education institutions. **International Journal of Statistics and Systems**, v. 12, n. 2, p. 323–342, 2017. Citado na página 31.
- BALAKRISHNAN, G. **Predicting Student Retention in Massive Open Online Courses using Hidden Markov Models**. Dissertação (Mestrado) — EECS Department, University of California, Berkeley, May 2013. Citado na página 16.
- BALZTER, H. Markov chain models for vegetation dynamics. **Ecological Modelling**, v. 126, n. 2, p. 139 – 154, 2000. ISSN 0304-3800. Citado na página 16.
- BARNEVELD, A. V.; ARNOLD, K. E.; CAMPBELL, J. P. Analytics in higher education: Establishing a common language. **EDUCAUSE learning initiative**, v. 1, n. 1, p. 1–11, 2012. Citado na página 15.
- BARROS, A. d. S. X. Expansão da educação superior no brasil: limites e possibilidades. **Educação & Sociedade**, Centro de Estudos Educação e Sociedade, v. 36, n. 131, p. 361–390, 2015. Citado na página 17.
- BELLE, G. V. et al. **Biostatistics: a methodology for the health sciences**. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 2004. v. 519. Citado na página 40.
- BESSENT, E. W.; BESSENT, A. M. Student flow in a university department: Results of a markov analysis. **INFORMS Journal on Applied Analytics**, v. 10, n. 2, p. 52–59, 1980. Citado 3 vezes nas páginas 9, 29 e 31.
- BRASIL. **Lei nº 10.172, de 9 de janeiro de 2001. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências**. 2001. Citado na página 17.
- BRASIL. **Decreto nº 6.096, de 24 de abril de 2007. Institui o Programa de Apoio a Planos de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais - REUNI**. 2007. Citado na página 17.
- BRASIL. **Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências**. 2014. Citado na página 17.
- BREZAVŠČEK, A.; BACH, M. P.; BAGGIA, A. Markov analysis of students' performance and academic progress in higher education. **Organizacija**, v. 50, n. 2, p. 83–95, 2017. ISSN 15811832. Citado 7 vezes nas páginas 9, 16, 24, 30, 31, 32 e 69.
- BUKRALIA, R.; DEOKAR, A. V.; SARNIKAR, S. Using academic analytics to predict dropout risk in e-learning courses. In: _____. **Reshaping Society through Analytics, Collaboration, and Decision Support: Role of Business Intelligence and Social Media**. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 67–93. Citado na página 15.

- CAMPBELL, J. P.; DEBLOIS, P. B.; OBLINGER, D. G. Academic analytics: A new tool for a new era. **EDUCAUSE review**, Educause, v. 42, n. 4, p. 40, 2007. Citado na página 15.
- CANALES, A.; RÍOS, D. de los. Factores explicativos de la deserción universitaria. **Calidad en la educación**, v. 26, p. 173–201, 2007. ISSN 07174004. Citado na página 27.
- CARPINONE, A. et al. Markov chain modeling for very-short-term wind power forecasting. **Electric Power Systems Research**, v. 122, p. 152 – 158, 2015. ISSN 0378-7796. Citado na página 16.
- CRIPPA, F.; MAZZOLENI, M.; ZENGA, M. Departures from the formal of actual students' university careers: an application of non-homogeneous fuzzy markov chains. **Journal of Applied Statistics**, Taylor & Francis, v. 43, n. 1, p. 16–30, 2016. Citado na página 16.
- CROSSEN, D. M. Student retention performance using absorbing markov chains. In: **Organizational Productivity and Performance Measurements Using Predictive Modeling and Analytics**. Hershey: IGI Global, 2017. p. 293–323. Citado 6 vezes nas páginas 9, 15, 30, 31, 32 e 33.
- CUNHA, A. et al. Uncertainty quantification through the monte carlo method in a cloud computing setting. **Computer Physics Communications**, v. 185, n. 5, p. 1355 – 1363, 2014. ISSN 0010-4655. Citado na página 25.
- DIAS SOBRINHO, J. Avaliação educativa: produção de sentidos com valor de formação. **Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior (Campinas)**, v. 13, n. 1, p. 193–207, 2008. ISSN 1414-4077. Citado na página 15.
- DURRETT, R. **Probability: theory and examples**. Cambridge: Cambridge University Press, 2019. v. 49. Citado na página 26.
- EGBO, M. et al. Markov chain approach to projection of secondary school enrolment and projection of teachers. **Open Journal of Statistics**, Scientific Research Publishing, v. 8, n. 03, p. 533, 2018. Citado na página 29.
- FISHMAN, G. **Monte Carlo: concepts, algorithms, and applications**. New York: Springer Science & Business Media, 2013. Citado na página 25.
- FU, D.; LI, Y.; HUANG, G. A fuzzy-markov-chain-based analysis method for reservoir operation. **Stochastic environmental research and risk assessment**, Springer, v. 26, n. 3, p. 375–391, 2012. Citado na página 16.
- GALLO, J. L.; CHASCO, C. Spatial analysis of urban growth in spain, 1900–2001. **Empirical economics**, Springer, v. 34, n. 1, p. 59–80, 2008. Citado na página 16.
- HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introduction to operations research**. New York: McGraw-Hill Science, Engineering & Mathematics, 2001. Citado na página 21.
- HLAVATÝ, R.; DÖMEOVÁ, L. Students' progress throughout examination process as a markov chain. **International Education Studies**, ERIC, v. 7, n. 12, p. 20–29, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.

HROMKOVIČ, J. **Algorithmics for hard problems: introduction to combinatorial optimization, randomization, approximation, and heuristics**. New York: Springer Science & Business Media, 2013. Citado na página 25.

HUSSEIN, E.; IDRIS, E. I. M. An undergraduate student flow model: Semester system in university of tabuk (ksa). **International Journal of Statistics and Applied Mathematics**, v. 4, n. 5, p. 11–19, 2019. Citado na página 31.

IBGE. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) 2007**. Brasília, 2008. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/trabalhoerendimento/pnad2007/>>. Citado na página 17.

IBGE. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) 2015**. Brasília, 2016. Citado na página 17.

IBGE. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios – PNAD Contínua 2018**. Brasília, 2018. Citado na página 17.

INEP. **Sinopse Estatística da Educação Superior 2018**. Brasília, 2019. [Acesso em: 26/12/2019]. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/sinopses-estatisticas-da-educacao-superior>>. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 18.

JALE, J. da S. et al. Application of markov chain on daily rainfall data in paraíba-brazil from 1995-2015. **Acta Scientiarum. Technology**, Editora da Universidade Estadual de Maringá-EDUEM, v. 41, p. e37186, 2019. Citado na página 16.

KRAUTH, W. Introduction to monte carlo algorithms. In: **Advances in Computer Simulation**. New York: Springer, 1998. p. 1–35. Citado na página 25.

KROESE, D. P. et al. Why the monte carlo method is so important today. **Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics**, v. 6, n. 6, p. 386–392, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

LÉDA, D. B.; MANCIBO, D. Reuni: heteronomia e precarização da universidade e do trabalho docente. **Educação & Realidade**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v. 34, n. 1, p. 49–64, 2009. Citado na página 17.

LEE, Y.; CHOI, J. A review of online course dropout research : implications for practice and future research. **Educational Technology Research and Development**, v. 59, n. 5, p. 593–618, 2011. Citado na página 27.

LIMA, F. S. de; ZAGO, N. Evasão no ensino superior: desafios conceituais. In: **Conferencia Latinoamericana sobre el Abandono en la Educación Superior**. Córdoba: Universidad Tecnológica de Panamá, 2017. Citado na página 65.

LIMA, J. et al. Using academic analytics to predict dropout risk in engineering courses. In: ACADEMIC CONFERENCES AND PUBLISHING LIMITED. **ECEL 2018 17th European Conference on e-Learning**. Athens, 2018. p. 316. Citado na página 15.

LIMA JUNIOR, P.; SILVEIRA, F. L. da; OSTERMANN, F. Análise de sobrevivência aplicada ao estudo do fluxo escolar nos cursos de graduação em física: um exemplo de uma universidade brasileira. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 34, n. 1, p. 1–10, 2012. ISSN 1806-1117. Citado na página 41.

- MACMILLAN, D. L. et al. Methodological problems in estimating dropout rates and the implications for studying dropouts from special education. **Exceptionality**, Routledge, v. 1, n. 1, p. 29–39, 1990. Citado na página 27.
- MANCEBO, D.; VALE, A. A. D.; MARTINS, T. B. Políticas de expansão da educação superior no Brasil 1995-2010. **Revista Brasileira de Educação**, scielo, v. 20, p. 31 – 50, 03 2015. ISSN 1413-2478. Citado na página 17.
- MASHAT, A.; RAGAB, A.; KHEDRA, A. M. Decision support system based markov model for performance evaluation of students flow in fcit-kau. **Proceedings of the ICCIT**, p. 409–414, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 15, 16 e 31.
- MEC. **Reuni 2008 – Relatório de Primeiro Anos**. Brasília, 2009. 1–17 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=2069>. Citado na página 17.
- MEC. **Termo de Adesão SiSU - 1ª edição de 2016: UFRPE**. Brasília, 2016. Disponível em: <<http://www.ufrpe.br/br/content/ufrpe-abre-inscricoes-para-cursos-de-graduacao-pelo-sisu-2016-de-11-1401>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 38.
- MEC. **Termo de Adesão SiSU - 1ª edição de 2017: UFRPE**. Brasília, 2017. Disponível em: <http://www.ufrpe.br/sites/ww2.prppg.ufrpe.br/files/documentos/termo_adesao_ufrpe.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 9, 37 e 38.
- MOHRMAN, K.; MA, W.; BAKER, D. The research university in transition: The emerging global model. **Higher Education Policy**, v. 21, n. 1, p. 5–27, 2008. ISSN 09528733. Citado na página 15.
- MUSIGA, L.; OWINO, J.; WEKE, P. Modeling a hierarchical system with a single absorbing state. 2010. Citado 4 vezes nas páginas 16, 30, 31 e 32.
- MUSIGA, L.; OWINO, J.; WEKE, P. Modeling a hierarchical system with double absorbing states. **International Journal of Business and Public Management**, v. 1, n. 1, p. 158–167, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 16, 31 e 32.
- NICOLETTI, M. d. C. Revisiting the tinto's theoretical dropout model. **Higher Education Studies**, ERIC, v. 9, n. 3, p. 52–64, 2019. Citado na página 15.
- NYANDWAKI, M. J. et al. Application of markov chain model in studying progression of secondary school students by sex during the free secondary education: A case study of kisii central district. **Mathematical Theory and Modelling**, v. 4, n. 4, 2014. Citado na página 29.
- NYANDWAKI, M. J.; KENNEDY, J. Statistical modeling of kenyan secondary school students enrollment: An application of markov chain model. **IOSR Journal of Mathematics**, v. 12, n. 2, p. 11–18, 2016. Citado na página 29.
- OECD. **Classifying educational programmes: Manual for ISCED-97 implementation in OECD countries**. Paris: OECD Paris, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 80.
- OECD. **Education at a Glance 2019: OECD Indicators**. Paris: OECD Publishing, 2019. 520 p. Citado na página 17.

- PALMER, S. Modelling engineering student academic performance using academic analytics. **International journal of engineering education**, International journal of engineering education, v. 29, n. 1, p. 132–138, 2013. Citado na página 15.
- RAHIM, R. et al. Projection model of postgraduate student flow. **Applied Mathematics & Information Sciences**, Citeseer, v. 7, n. 2L, p. 383–387, 2013. Citado na página 16.
- REASON, R. D. An examination of persistence research through the lens of a comprehensive conceptual framework. **Journal of College Student Development**, Johns Hopkins University Press, v. 50, n. 6, p. 659–682, 2009. Citado na página 15.
- RIMAL, B. et al. Land use/land cover dynamics and modeling of urban land expansion by the integration of cellular automata and markov chain. **ISPRS International Journal of Geo-Information**, v. 7, n. 4, 2018. ISSN 2220-9964. Citado na página 16.
- ROSS, S. M. **Introduction to probability models**. Cambridge: Academic press, 2014. Citado na página 23.
- Holdout evaluation. In: SAMMUT, C.; WEBB, G. I. (Ed.). **Encyclopedia of Machine Learning**. Boston, MA: Springer US, 2010. p. 506–507. ISBN 978-0-387-30164-8. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 47.
- SANTOS, E. et al. Application of markov chains to standardized precipitation index (spi) in são francisco river basin. **Ambiente e Agua - An Interdisciplinary Journal of Applied Science**, v. 14, n. 3, p. 1–15, 2019. ISSN 1980-993X. Citado na página 21.
- SANTOS Jr., J. d. S. et al. A evasão na educação superior: o estado da arte das pesquisas no Brasil a partir de 1990. **Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior (Campinas)**, v. 22, n. 2, p. 385–402, 2017. ISSN 1414-4077. Citado na página 18.
- SCHOOOF, J.; PRYOR, S. On the proper order of markov chain model for daily precipitation occurrence in the contiguous united states. **Journal of Applied Meteorology and Climatology**, v. 47, n. 9, p. 2477–2486, 2008. Citado na página 16.
- SHAFIQUE, U.; QAISER, H. A comparative study of data mining process models (kdd, crisp-dm and semma). **International Journal of Innovation and Scientific Research**, v. 12, n. 1, p. 217–222, 2014. ISSN 2028-9324. Citado na página 35.
- SHAH, C.; BURKE, G. An undergraduate student flow model: Australian higher education. **Higher Education**, v. 37, n. 4, p. 359–375, 1999. Citado na página 31.
- SHAMSHAD, A. et al. First and second order markov chain models for synthetic generation of wind speed time series. **Energy**, Elsevier, v. 30, n. 5, p. 693–708, 2005. Citado na página 16.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, [Oxford University Press, Biometrika Trust], v. 52, n. 3/4, p. 591–611, 1965. ISSN 00063444. Citado na página 52.
- SHEARER, C. The crisp-dm model: the new blueprint for data mining. **Journal of data warehousing**, THE DATA WAREHOUSE INSTITUTE, v. 5, n. 4, p. 13–22, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 35.

SHESKIN, T. **Markov chains and decision processes for engineers and managers**. Boca Raton: CRC Press, 2016. 1-462 p. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 21.

SILVA, A. S. Comparação entre modelos de taxas de evasão. In: **XLII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia**. Juiz de Fora: ABENGE, 2014. Citado na página 65.

SILVA FILHO, R. L. L. et al. A evasão no ensino superior brasileiro. **Cadernos de pesquisa**, SciELO Brasil, v. 37, n. 132, p. 641–659, 2007. Citado na página 18.

SIMPSON, O. The costs and benefits of student retention for students, institutions and governments. **Studies in Learning, Evaluation Innovation and Development**, v. 2, n. 3, p. 34–43, December 2005. Citado na página 15.

SYMEONAKI, M.; KALAMATIANOU, A. Markov systems with fuzzy states for describing students' educational progress in greek universities. **Isi**, v. 1, p. 5956–5961, 2011. Citado na página 16.

TINTO, V. Dropout from higher education : A theoretical synthesis of recent research. **American Educational Research Association**, v. 45, n. 1, p. 89–125, 1975. ISSN 0034-6543. Citado na página 27.

UFRPE. **UFRPE em números 2004-2011**. 1ª. ed. Recife, 2012. [Acesso em: 16/02/2017]. Disponível em: <<http://www.proplan.ufrpe.br/content/documentos-e-relatórios>>. Citado 3 vezes nas páginas 9, 37 e 38.

UFRPE. **UFRPE em números 2012**. 2ª. ed. Recife, 2013. [Acesso em: 16/02/2017]. Disponível em: <<http://www.proplan.ufrpe.br/content/documentos-e-relatórios>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 38.

UFRPE. **UFRPE em números 2013**. 3ª. ed. Recife, 2014. [Acesso em: 16/02/2017]. Disponível em: <<http://www.proplan.ufrpe.br/content/documentos-e-relatórios>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 38.

UFRPE. **UFRPE em números 2014**. 4ª. ed. Recife, 2015. [Acesso em: 16/02/2017]. Disponível em: <<http://www.proplan.ufrpe.br/content/documentos-e-relatórios>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 38.

UFRPE. **Relatório 2015 – Taxa de Sucesso na Graduação – Ano III**. Recife, 2016. [Acesso em: 03/03/2017]. Disponível em: <<http://proplan.ufrpe.br/content/taxa-de-sucesso-na-graduacao-tsg>>. Citado na página 28.

UFRPE. **UFRPE em números 2015**. 5ª. ed. Recife, 2016. [Acesso em: 16/02/2017]. Disponível em: <<http://www.proplan.ufrpe.br/content/documentos-e-relatórios>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 38.

UFRPE. **Relatório 2016 – Taxa de Sucesso na Graduação – Ano IV**. Recife, 2017. [Acesso em: 03/07/2018]. Disponível em: <<http://proplan.ufrpe.br/content/taxa-de-sucesso-na-graduacao-tsg>>. Citado 3 vezes nas páginas 9, 28 e 38.

UFRPE. **Relatório 2017 – Taxa de Sucesso na Graduação – Ano V**. Recife, 2018. [Acesso em: 22/12/2018]. Disponível em: <<http://proplan.ufrpe.br/content/taxa-de-sucesso-na-graduacao-tsg>>. Citado 3 vezes nas páginas 9, 28 e 38.

UZUN, B.; KIRAL, E. Application of markov chains-fuzzy states to gold price. **Procedia Computer Science**, v. 120, p. 365 – 371, 2017. ISSN 1877-0509. 9th International Conference on Theory and Application of Soft Computing, Computing with Words and Perception, ICSCCW 2017, 22-23 August 2017, Budapest, Hungary. Citado na página 16.

VILLANO, R. et al. Linking early alert systems and student retention: a survival analysis approach. **Higher Education**, Higher Education, v. 76, n. 5, p. 903–920, 2018. ISSN 1573174X. Citado na página 15.

WAHEED, H. et al. A bibliometric perspective of learning analytics research landscape. **Behaviour & Information Technology**, Taylor & Francis, v. 37, n. 10-11, p. 941–957, 2018. Citado na página 15.

WALDE, G. S. Triple absorbing markov chain model to study the flow of higher education students. **Journal of Physics: Conference Series**, IOP Publishing, v. 1176, p. 042066, mar 2019. Citado 3 vezes nas páginas 16, 31 e 33.

ZHANG, L. et al. Saliency detection via absorbing markov chain with learnt transition probability. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 27, n. 2, p. 987–998, Feb 2018. ISSN 1941-0042. Citado na página 16.

Apêndices

APÊNDICE A – Classificação ISCED Modificada

A Classificação Internacional Normalizada da Educação (*ISCED* - em inglês) foi elaborada pela organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) com a finalidade de auxiliar na sistematização de estudos nacionais e internacionais de diferentes níveis educacionais (OECD, 1999).

Para este trabalho, foi realizada uma adaptação em relação às licenciaturas. No ISCED 1997, o mesmo utilizado pelo INEP no período dos dados da amostra, qualquer curso nessa modalidade é classificado em como **formação de professor e ciências da educação**. Entretanto, conforme justificado na Seção 2.3.1, esses cursos foram classificados seguindo a natureza da matéria da formação específica do curso.

Assim, na Tabela 13 são listas as áreas de conhecimento dos cursos da UFRPE considerando, como base, a versão base do ISCED 1997, e a classificação em nível **específico**.

Tabela 13 – Classificação dos cursos por área de conhecimento.

Código	Área Específica	Cursos
14	Formação de professor e ciências da educação	L. Pedagogia.
22	Humanidades e letras	L. História; L. Letras - Português e Inglês; L. Letras - Português e Espanhol.
31	Ciências sociais e comportamentais	B. Ciências Econômicas; B. Ciências Sociais.
34	Comércio e administração	B. Administração.
42	Ciências	B. Ciências Biológicas; L. Ciências Biológicas.
44	Ciências físicas	L. Física; L. Química.
46	Matemática e estatística	L. Matemática.
48	Computação	B. Ciências da Computação; L. Computação; B. Sistemas de Informação.
52	Engenharia e profissões correlatas	B. Engenharia Agrícola e Ambiental.
54	Produção e processamento	B. Engenharia de Alimentos.
62	Agricultura, florestas e recursos pesqueiros	B. Agronomia; B. Engenharia de Pesca; B. Engenharia Florestal; B. Zootecnia.
64	Veterinária	B. Medicina Veterinária.
72	Saúde	L. Educação Física.
81	Serviços pessoais	B. Economia Doméstica; B. Gastronomia.

$$\mathbf{V}_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0,523 & 0,339 & 0,137 & 0,001 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,771 & 0,118 & 0,009 & 0 & 0,004 & 0,082 & 0,015 \\ 0 & 0 & 0,767 & 0,142 & 0,007 & 0,007 & 0,037 & 0,041 \\ 0 & 0 & 0 & 0,672 & 0,129 & 0,116 & 0,004 & 0,08 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,829 & 0,096 & 0,003 & 0,071 \\ 0 & 0,029 & 0,124 & 0,004 & 0,009 & 0,794 & 0 & 0,04 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{V}_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0,511 & 0,285 & 0,204 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,763 & 0,136 & 0,002 & 0 & 0,004 & 0,079 & 0,014 \\ 0 & 0 & 0,743 & 0,171 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,819 & 0,08 & 0,004 & 0,096 \\ 0 & 0,026 & 0,026 & 0,018 & 0,009 & 0,846 & 0,001 & 0,075 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

$$\mathbf{V}_9 = \begin{bmatrix} 0 & 0,489 & 0,317 & 0,193 & 0,001 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,777 & 0,126 & 0,003 & 0 & 0,004 & 0,075 & 0,014 \\ 0 & 0 & 0,734 & 0,172 & 0,01 & 0,006 & 0,037 & 0,04 \\ 0 & 0 & 0 & 0,526 & 0,226 & 0,103 & 0,006 & 0,14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8 & 0,089 & 0,005 & 0,107 \\ 0 & 0,031 & 0,085 & 0 & 0,008 & 0,712 & 0,001 & 0,163 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{V}_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 0,451 & 0,304 & 0,245 & 0,001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,77 & 0,13 & 0,009 & 0 & 0,001 & 0,074 & 0,014 \\ 0 & 0 & 0,721 & 0,188 & 0,009 & 0,007 & 0,036 & 0,04 \\ 0 & 0 & 0 & 0,496 & 0,165 & 0,266 & 0,003 & 0,07 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,881 & 0,047 & 0,003 & 0,069 \\ 0 & 0,049 & 0,126 & 0,012 & 0,026 & 0,514 & 0,002 & 0,271 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

B.1 Simulação 8: Trajetória

A oitava simulação finalizou com a matriz de transição da Equação B.8, que resultou em $z = 2,036$, com $\xi(z) = -57\%$, ou seja uma redução de 57% na distância entre o número

de evadidos e formados. Esses números estão próximos à média de todas as simulações realizadas, conforme explicitado na Tabela 10. Por essa razão, essa simulação foi a escolhida para demonstrar todo o processo de otimização do processo.

Primeiro é indicado os elementos i e j que sofreram alteração, em seguida a matriz alterada e, por fim, o valor de z para essa matriz.

$$(i,j) = (1,2)$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0,385 & 0,323 & 0,288 & 0,003 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,778 & 0,141 & 0,016 & 0 & 0,006 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,692 & 0,208 & 0,013 & 0,015 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

$$z = 4,45723643183684$$

$$(i,j) = (1,3)$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0,408 & 0,282 & 0,306 & 0,003 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,778 & 0,141 & 0,016 & 0 & 0,006 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,692 & 0,208 & 0,013 & 0,015 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

$$z = 4,39415902688912$$

$$(i,j) = (1,4)$$

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,003 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,778 & 0,141 & 0,016 & 0 & 0,006 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,692 & 0,208 & 0,013 & 0,015 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.13})$$

$$z = 4,00216940288918$$

$$(i,j) = (1,5)$$

$$\mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,778 & 0,141 & 0,016 & 0 & 0,006 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,692 & 0,208 & 0,013 & 0,015 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14})$$

$$z = 3,99653480033529$$

$$(i,j) = (1,6)$$

$$\mathbf{B}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,778 & 0,141 & 0,016 & 0 & 0,006 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,692 & 0,208 & 0,013 & 0,015 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

$$z = 3,99622085301164$$

$$(i,j) = (2,4)$$

$$\mathbf{B}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,781 & 0,142 & 0,012 & 0 & 0,006 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,692 & 0,208 & 0,013 & 0,015 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

$$z = 3,93999491852709$$

$$(i,j) = (2,6)$$

$$\mathbf{B}_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,782 & 0,142 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,692 & 0,208 & 0,013 & 0,015 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.17})$$

$$z = 3,91745699179957$$

$$(i,j) = (3,3)$$

$$\mathbf{B}_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,782 & 0,142 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,701 & 0,202 & 0,013 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

$$z = 3,91628700901488$$

$$(i,j) = (3,4)$$

$$\mathbf{B}_9 = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,782 & 0,142 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,71 & 0,191 & 0,013 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

$$z = 3,84533040624444$$

$$(i,j) = (3,5)$$

$$\mathbf{B}_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,782 & 0,142 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,732 & 0,058 & 0,009 & 0,201 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.20})$$

$$z = 3,84213768755727$$

$$(i,j) = (5,5)$$

$$\mathbf{B}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,782 & 0,142 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,782 & 0,047 & 0,007 & 0,163 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

$$z = 3,82726118035511$$

$$(i,j) = (5,6)$$

$$\mathbf{B}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,782 & 0,142 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,797 & 0,03 & 0,007 & 0,166 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,038 & 0,095 & 0,38 & 0,003 & 0,421 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.22})$$

$$z = 3,82092389570353$$

$$(i,j) = (6,2)$$

$$\mathbf{B}_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,782 & 0,142 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,797 & 0,03 & 0,007 & 0,166 \\ 0 & 0,031 & 0,044 & 0,038 & 0,094 & 0,375 & 0,003 & 0,416 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.23})$$

$$z = 3,79458370773203$$

$$(i,j) = (6,5)$$

$$\mathbf{B}_{14} = \begin{bmatrix} 0 & 0,448 & 0,309 & 0,239 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,782 & 0,142 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,797 & 0,03 & 0,007 & 0,166 \\ 0 & 0,03 & 0,044 & 0,037 & 0,106 & 0,37 & 0,003 & 0,41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.24})$$

$$z = 3,79367013625433$$

$$(i,j) = (1,4)$$

$$\mathbf{B}_{15} = \begin{bmatrix} 0 & 0,472 & 0,326 & 0,198 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,782 & 0,142 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,049 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,797 & 0,03 & 0,007 & 0,166 \\ 0 & 0,03 & 0,044 & 0,037 & 0,106 & 0,37 & 0,003 & 0,41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.25})$$

$$z = 3,58918737054084$$

$$(i,j) = (2,2)$$

$$\mathbf{B}_{16} = \begin{bmatrix} 0 & 0,472 & 0,326 & 0,198 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,777 & 0,145 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,05 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,797 & 0,03 & 0,007 & 0,166 \\ 0 & 0,03 & 0,044 & 0,037 & 0,106 & 0,37 & 0,003 & 0,41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.26})$$

$$z = 3,587603446223$$

$$(i,j) = (2,3)$$

$$\mathbf{B}_{17} = \begin{bmatrix} 0 & 0,472 & 0,326 & 0,198 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,778 & 0,144 & 0,012 & 0 & 0,005 & 0,05 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,797 & 0,03 & 0,007 & 0,166 \\ 0 & 0,03 & 0,044 & 0,037 & 0,106 & 0,37 & 0,003 & 0,41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

$$z = 3,57804389355809$$

$$(i,j) = (2,6)$$

$$\mathbf{B}_{18} = \begin{bmatrix} 0 & 0,472 & 0,326 & 0,198 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,78 & 0,144 & 0,012 & 0 & 0,003 & 0,051 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,797 & 0,03 & 0,007 & 0,166 \\ 0 & 0,03 & 0,044 & 0,037 & 0,106 & 0,37 & 0,003 & 0,41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.28})$$

$$z = 3,55367730785256$$

$$(i,j) = (4,6)$$

$$\mathbf{B}_{19} = \begin{bmatrix} 0 & 0,472 & 0,326 & 0,198 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,78 & 0,144 & 0,012 & 0 & 0,003 & 0,051 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,797 & 0,03 & 0,007 & 0,166 \\ 0 & 0,03 & 0,044 & 0,037 & 0,106 & 0,37 & 0,003 & 0,41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.29})$$

$$z = 3,55367038899664$$

$$(i,j) = (5,6)$$

$$\mathbf{B}_{20} = \begin{bmatrix} 0 & 0,472 & 0,326 & 0,198 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,78 & 0,144 & 0,012 & 0 & 0,003 & 0,051 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,798 & 0,028 & 0,007 & 0,167 \\ 0 & 0,03 & 0,044 & 0,037 & 0,106 & 0,37 & 0,003 & 0,41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.30})$$

$$z = 3,55334241585292$$

$$(i,j) = (6,5)$$

$$\mathbf{B}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0,472 & 0,326 & 0,198 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,78 & 0,144 & 0,012 & 0 & 0,003 & 0,051 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,798 & 0,028 & 0,007 & 0,167 \\ 0 & 0,029 & 0,042 & 0,036 & 0,139 & 0,357 & 0,003 & 0,395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.31})$$

$$z = 3,55112605706643$$

$$(i,j) = (1,4)$$

$$\mathbf{B}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0,477 & 0,329 & 0,191 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,78 & 0,144 & 0,012 & 0 & 0,003 & 0,051 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,798 & 0,028 & 0,007 & 0,167 \\ 0 & 0,029 & 0,042 & 0,036 & 0,139 & 0,357 & 0,003 & 0,395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.32})$$

$$z = 3,51377735187175$$

$$(i,j) = (1,6)$$

$$\mathbf{B}_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,78 & 0,144 & 0,012 & 0 & 0,003 & 0,051 & 0,009 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,798 & 0,028 & 0,007 & 0,167 \\ 0 & 0,029 & 0,042 & 0,036 & 0,139 & 0,357 & 0,003 & 0,395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.33})$$

$$z = 3,50627258142403$$

$$(i,j) = (2,2)$$

$$\mathbf{B}_{24} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,758 & 0,159 & 0,014 & 0 & 0,003 & 0,056 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,798 & 0,028 & 0,007 & 0,167 \\ 0 & 0,029 & 0,042 & 0,036 & 0,139 & 0,357 & 0,003 & 0,395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.34})$$

$$z = 3,50015443090007$$

$$(i,j) = (2,3)$$

$$\mathbf{B}_{25} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,78 & 0,134 & 0,014 & 0 & 0,003 & 0,057 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,798 & 0,028 & 0,007 & 0,167 \\ 0 & 0,029 & 0,042 & 0,036 & 0,139 & 0,357 & 0,003 & 0,395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.35})$$

$$z = 3,27178926123276$$

$$(i,j) = (2,4)$$

$$\mathbf{B}_{26} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,787 & 0,135 & 0,005 & 0 & 0,003 & 0,058 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,015 & 0,034 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,798 & 0,028 & 0,007 & 0,167 \\ 0 & 0,029 & 0,042 & 0,036 & 0,139 & 0,357 & 0,003 & 0,395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.36})$$

$$z = 3,15778464702571$$

$$(i,j) = (3,6)$$

$$\mathbf{B}_{27} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,787 & 0,135 & 0,005 & 0 & 0,003 & 0,058 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,453 & 0,208 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,798 & 0,028 & 0,007 & 0,167 \\ 0 & 0,029 & 0,042 & 0,036 & 0,139 & 0,357 & 0,003 & 0,395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.37})$$

$$z = 3,15394225255412$$

$$(i,j) = (4,5)$$

$$\mathbf{B}_{28} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,787 & 0,135 & 0,005 & 0 & 0,003 & 0,058 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,452 & 0,209 & 0,084 & 0,011 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,798 & 0,028 & 0,007 & 0,167 \\ 0 & 0,029 & 0,042 & 0,036 & 0,139 & 0,357 & 0,003 & 0,395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.38})$$

$$z = 3,15377056781557$$

$$(i,j) = (4,6)$$

$$\mathbf{B}_{29} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,787 & 0,135 & 0,005 & 0 & 0,003 & 0,058 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,478 & 0,221 & 0,031 & 0,012 & 0,259 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,798 & 0,028 & 0,007 & 0,167 \\ 0 & 0,029 & 0,042 & 0,036 & 0,139 & 0,357 & 0,003 & 0,395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.39})$$

$$z = 3,15353978058897$$

$$(i,j) = (5,5)$$

$$\mathbf{B}_{30} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,787 & 0,135 & 0,005 & 0 & 0,003 & 0,058 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,478 & 0,221 & 0,031 & 0,012 & 0,259 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,029 & 0,042 & 0,036 & 0,139 & 0,357 & 0,003 & 0,395 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.40})$$

$$z = 3,13502808383216$$

$$(i,j) = (6,3)$$

$$\mathbf{B}_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,787 & 0,135 & 0,005 & 0 & 0,003 & 0,058 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,478 & 0,221 & 0,031 & 0,012 & 0,259 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,028 & 0,065 & 0,035 & 0,135 & 0,348 & 0,003 & 0,386 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.41})$$

$$z = 3,12667537367662$$

$$(i,j) = (6,4)$$

$$\mathbf{B}_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,787 & 0,135 & 0,005 & 0 & 0,003 & 0,058 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,478 & 0,221 & 0,031 & 0,012 & 0,259 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,027 & 0,061 & 0,086 & 0,128 & 0,33 & 0,003 & 0,366 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.42})$$

$$z = 3,12625171087508$$

$$(i,j) = (2,2)$$

$$\mathbf{B}_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,772 & 0,144 & 0,006 & 0 & 0,003 & 0,062 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,478 & 0,221 & 0,031 & 0,012 & 0,259 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,027 & 0,061 & 0,086 & 0,128 & 0,33 & 0,003 & 0,366 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.43})$$

$$z = 3,12176224821073$$

$$(i,j) = (2,3)$$

$$\mathbf{B}_{34} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,789 & 0,126 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,063 & 0,012 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,478 & 0,221 & 0,031 & 0,012 & 0,259 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,027 & 0,061 & 0,086 & 0,128 & 0,33 & 0,003 & 0,366 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.44})$$

$$z = 2,94954390268981$$

$$(i,j) = (4,6)$$

$$\mathbf{B}_{35} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,789 & 0,126 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,063 & 0,012 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,379 & 0,175 & 0,233 & 0,009 & 0,205 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,027 & 0,061 & 0,086 & 0,128 & 0,33 & 0,003 & 0,366 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.45})$$

$$z = 2,93498558908211$$

$$(i,j) = (6,6)$$

$$\mathbf{B}_{36} = \begin{bmatrix} 0 & 0,478 & 0,33 & 0,191 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,789 & 0,126 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,063 & 0,012 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,379 & 0,175 & 0,233 & 0,009 & 0,205 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,015 & 0,034 & 0,047 & 0,071 & 0,631 & 0,001 & 0,201 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.46})$$

$$z = 2,91692148781442$$

$$(i,j) = (1,3)$$

$$\mathbf{B}_{37} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,192 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,789 & 0,126 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,063 & 0,012 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,379 & 0,175 & 0,233 & 0,009 & 0,205 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,015 & 0,034 & 0,047 & 0,071 & 0,631 & 0,001 & 0,201 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.47})$$

$$z = 2,90575243667446$$

$$(i,j) = (2,2)$$

$$\mathbf{B}_{38} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,192 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,711 & 0,192 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,379 & 0,175 & 0,233 & 0,009 & 0,205 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,015 & 0,034 & 0,047 & 0,071 & 0,631 & 0,001 & 0,201 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.48})$$

$$z = 2,89971579375588$$

$$(i,j) = (3,4)$$

$$\mathbf{B}_{39} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,192 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,725 & 0,176 & 0,012 & 0,014 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,379 & 0,175 & 0,233 & 0,009 & 0,205 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,015 & 0,034 & 0,047 & 0,071 & 0,631 & 0,001 & 0,201 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.49})$$

$$z = 2,82193826064681$$

$$(i,j) = (3,5)$$

$$\mathbf{B}_{40} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,192 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,729 & 0,177 & 0,007 & 0,014 & 0,035 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,379 & 0,175 & 0,233 & 0,009 & 0,205 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,015 & 0,034 & 0,047 & 0,071 & 0,631 & 0,001 & 0,201 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.50})$$

$$z = 2,80020707017284$$

$$(i,j) = (3,6)$$

$$\mathbf{B}_{41} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,192 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,379 & 0,175 & 0,233 & 0,009 & 0,205 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,015 & 0,034 & 0,047 & 0,071 & 0,631 & 0,001 & 0,201 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.51})$$

$$z = 2,76229056681077$$

$$(i,j) = (4,5)$$

$$\mathbf{B}_{42} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,192 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,374 & 0,185 & 0,231 & 0,009 & 0,202 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,015 & 0,034 & 0,047 & 0,071 & 0,631 & 0,001 & 0,201 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.52})$$

$$z = 2,76125767235724$$

$$(i,j) = (6,2)$$

$$\mathbf{B}_{43} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,192 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,374 & 0,185 & 0,231 & 0,009 & 0,202 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,032 & 0,033 & 0,046 & 0,069 & 0,62 & 0,001 & 0,198 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.53})$$

$$z = 2,69479500467342$$

$$(i,j) = (6,3)$$

$$\mathbf{B}_{44} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,192 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,374 & 0,185 & 0,231 & 0,009 & 0,202 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,032 & 0,04 & 0,046 & 0,069 & 0,616 & 0,001 & 0,196 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.54})$$

$$z = 2,68647136662487$$

$$(i,j) = (6,5)$$

$$\mathbf{B}_{45} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,192 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,374 & 0,185 & 0,231 & 0,009 & 0,202 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,032 & 0,04 & 0,046 & 0,066 & 0,618 & 0,001 & 0,197 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.55})$$

$$z = 2,68590587059214$$

$$(i,j) = (1,5)$$

$$\mathbf{B}_{46} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,374 & 0,185 & 0,231 & 0,009 & 0,202 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,032 & 0,04 & 0,046 & 0,066 & 0,618 & 0,001 & 0,197 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.56})$$

$$z = 2,68062126727469$$

$$(i,j) = (4,4)$$

$$\mathbf{B}_{47} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,703 & 0,087 & 0,109 & 0,004 & 0,096 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,838 & 0,022 & 0,006 & 0,134 \\ 0 & 0,032 & 0,04 & 0,046 & 0,066 & 0,618 & 0,001 & 0,197 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.57})$$

$$z = 2,63003539752437$$

$$(i,j) = (5,6)$$

$$\mathbf{B}_{48} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,703 & 0,087 & 0,109 & 0,004 & 0,096 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,032 & 0,04 & 0,046 & 0,066 & 0,618 & 0,001 & 0,197 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.58})$$

$$z = 2,60200271095552$$

$$(i,j) = (6,3)$$

$$\mathbf{B}_{49} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,768 & 0,138 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,069 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,703 & 0,087 & 0,109 & 0,004 & 0,096 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,031 & 0,065 & 0,045 & 0,064 & 0,602 & 0,001 & 0,192 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.59})$$

$$z = 2,56375244960445$$

$$(i,j) = (2,3)$$

$$\mathbf{B}_{50} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,779 & 0,127 & 0,006 & 0 & 0,004 & 0,07 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,703 & 0,087 & 0,109 & 0,004 & 0,096 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,031 & 0,065 & 0,045 & 0,064 & 0,602 & 0,001 & 0,192 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.60})$$

$$z = 2,47294711536555$$

$$(i,j) = (2,4)$$

$$\mathbf{B}_{51} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,783 & 0,127 & 0,001 & 0 & 0,004 & 0,071 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,703 & 0,087 & 0,109 & 0,004 & 0,096 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,031 & 0,065 & 0,045 & 0,064 & 0,602 & 0,001 & 0,192 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.61})$$

$$z = 2,42000936748785$$

$$(i,j) = (3,5)$$

$$\mathbf{B}_{52} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,783 & 0,127 & 0,001 & 0 & 0,004 & 0,071 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,703 & 0,087 & 0,109 & 0,004 & 0,096 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,031 & 0,065 & 0,045 & 0,064 & 0,602 & 0,001 & 0,192 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.62})$$

$$z = 2,41816965149126$$

$$(i,j) = (4,6)$$

$$\mathbf{B}_{53} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,783 & 0,127 & 0,001 & 0 & 0,004 & 0,071 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,031 & 0,065 & 0,045 & 0,064 & 0,602 & 0,001 & 0,192 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.63})$$

$$z = 2,39144426511116$$

$$(i,j) = (6,2)$$

$$\mathbf{B}_{54} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,783 & 0,127 & 0,001 & 0 & 0,004 & 0,071 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,065 & 0,063 & 0,043 & 0,062 & 0,581 & 0,001 & 0,185 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.64})$$

$$z = 2,24251775029395$$

$$(i,j) = (6,5)$$

$$\mathbf{B}_{55} = \begin{bmatrix} 0 & 0,482 & 0,325 & 0,193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,783 & 0,127 & 0,001 & 0 & 0,004 & 0,071 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,067 & 0,066 & 0,045 & 0,023 & 0,604 & 0,001 & 0,193 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.65})$$

$$z = 2,22441548748681$$

$$(i,j) = (1,3)$$

$$\mathbf{B}_{56} = \begin{bmatrix} 0 & 0,501 & 0,299 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,783 & 0,127 & 0,001 & 0 & 0,004 & 0,071 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,178 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,067 & 0,066 & 0,045 & 0,023 & 0,604 & 0,001 & 0,193 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.66})$$

$$z = 2,1835053388432$$

$$(i,j) = (3,4)$$

$$\mathbf{B}_{57} = \begin{bmatrix} 0 & 0,501 & 0,299 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,783 & 0,127 & 0,001 & 0 & 0,004 & 0,071 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,743 & 0,171 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,067 & 0,066 & 0,045 & 0,023 & 0,604 & 0,001 & 0,193 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.67})$$

$$z = 2,15481223967992$$

$$(i,j) = (6,6)$$

$$\mathbf{B}_{58} = \begin{bmatrix} 0 & 0,501 & 0,299 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,783 & 0,127 & 0,001 & 0 & 0,004 & 0,071 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,743 & 0,171 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,058 & 0,056 & 0,039 & 0,02 & 0,661 & 0,001 & 0,165 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.68})$$

$$z = 2,14949337408094$$

$$(i,j) = (1,3)$$

$$\mathbf{B}_{59} = \begin{bmatrix} 0 & 0,511 & 0,285 & 0,204 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,783 & 0,127 & 0,001 & 0 & 0,004 & 0,071 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,743 & 0,171 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,058 & 0,056 & 0,039 & 0,02 & 0,661 & 0,001 & 0,165 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.69})$$

$$z = 2,12878558466118$$

$$(i,j) = (2,2)$$

$$\mathbf{B}_{60} = \begin{bmatrix} 0 & 0,511 & 0,285 & 0,204 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,759 & 0,141 & 0,002 & 0 & 0,004 & 0,078 & 0,014 \\ 0 & 0 & 0,743 & 0,171 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,058 & 0,056 & 0,039 & 0,02 & 0,661 & 0,001 & 0,165 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.70})$$

$$z = 2,12388209952429$$

$$(i,j) = (2,3)$$

$$\mathbf{B}_{61} = \begin{bmatrix} 0 & 0,511 & 0,285 & 0,204 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,763 & 0,136 & 0,002 & 0 & 0,004 & 0,079 & 0,014 \\ 0 & 0 & 0,743 & 0,171 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,769 & 0,102 & 0,006 & 0,123 \\ 0 & 0,058 & 0,056 & 0,039 & 0,02 & 0,661 & 0,001 & 0,165 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.71})$$

$$z = 2,08934981270285$$

$$(i,j) = (5,5)$$

$$\mathbf{B}_{62} = \begin{bmatrix} 0 & 0,511 & 0,285 & 0,204 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,763 & 0,136 & 0,002 & 0 & 0,004 & 0,079 & 0,014 \\ 0 & 0 & 0,743 & 0,171 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,819 & 0,08 & 0,004 & 0,096 \\ 0 & 0,058 & 0,056 & 0,039 & 0,02 & 0,661 & 0,001 & 0,165 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.72})$$

$$z = 2,08056364710413$$

$$(i,j) = (6,6)$$

$$\mathbf{B}_{63} = \mathbf{V}_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0,511 & 0,285 & 0,204 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,763 & 0,136 & 0,002 & 0 & 0,004 & 0,079 & 0,014 \\ 0 & 0 & 0,743 & 0,171 & 0,007 & 0,005 & 0,036 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0,662 & 0,082 & 0,162 & 0,004 & 0,09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,819 & 0,08 & 0,004 & 0,096 \\ 0 & 0,026 & 0,026 & 0,018 & 0,009 & 0,846 & 0,001 & 0,075 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.73})$$

$$z = 2,03631361321133$$

B.2 Simulações por Área de Conhecimento

Na Seção 5.3.1.1 foram apresentados os resultados do trabalho considerando a área de conhecimento de cada curso de graduação. As matrizes iniciais e finais estão descritas neste Apêndice.

A transição inferida nos dados é representada por $\mathbf{M} = \frac{1}{6} \sum_{k=7}^{12} \mathbf{P}_k$, em que a sequência formada por \mathbf{P}_k representa as diferentes taxas de transição entre os ciclo letivos efetivamente presentes na base de dados. A restrição $7 \leq k \leq 12$ é justificada da mesma forma que na definição da matriz na Equação 5.3.

Já a matriz final para cada área de conhecimento, obtida após a seleção de cenários, é representada por \mathbf{V} .

- Agricultura, florestas e recursos pesqueiros

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0,268 & 0,4 & 0,327 & 0,003 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,775 & 0,159 & 0,019 & 0 & 0,005 & 0,032 & 0,011 \\ 0 & 0 & 0,7 & 0,208 & 0,026 & 0,016 & 0,028 & 0,021 \\ 0 & 0 & 0 & 0,382 & 0,228 & 0,153 & 0,013 & 0,225 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,709 & 0,11 & 0,01 & 0,17 \\ 0 & 0,007 & 0,035 & 0,042 & 0,078 & 0,389 & 0 & 0,45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0,508 & 0,278 & 0,21 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,715 & 0,125 & 0,001 & 0 & 0,001 & 0,12 & 0,041 \\ 0 & 0 & 0,756 & 0,171 & 0,018 & 0,001 & 0,03 & 0,023 \\ 0 & 0 & 0 & 0,448 & 0,184 & 0,308 & 0,003 & 0,056 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,785 & 0,114 & 0,006 & 0,095 \\ 0 & 0,006 & 0,06 & 0,112 & 0,014 & 0,685 & 0 & 0,123 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Comércio e administração

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0,49 & 0,285 & 0,22 & 0 & 0,005 & 0 & 0 \\ 0 & 0,807 & 0,062 & 0,014 & 0 & 0,014 & 0,096 & 0,008 \\ 0 & 0 & 0,725 & 0,147 & 0,005 & 0,029 & 0,057 & 0,035 \\ 0 & 0 & 0 & 0,442 & 0,156 & 0,19 & 0,047 & 0,166 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,673 & 0,186 & 0,029 & 0,111 \\ 0 & 0,018 & 0,045 & 0,051 & 0,108 & 0,45 & 0,004 & 0,326 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0,684 & 0,169 & 0,146 & 0 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,747 & 0,019 & 0 & 0 & 0 & 0,217 & 0,018 \\ 0 & 0 & 0,76 & 0,135 & 0,001 & 0,005 & 0,06 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,502 & 0,215 & 0,229 & 0,012 & 0,043 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,735 & 0,235 & 0,006 & 0,023 \\ 0 & 0,108 & 0,111 & 0,022 & 0,004 & 0,644 & 0,001 & 0,11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Computação

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0,176 & 0,53 & 0,285 & 0,004 & 0,004 & 0 & 0,001 \\ 0 & 0,698 & 0,218 & 0,005 & 0 & 0,016 & 0,051 & 0,012 \\ 0 & 0 & 0,645 & 0,296 & 0,005 & 0,018 & 0,012 & 0,025 \\ 0 & 0 & 0 & 0,481 & 0,237 & 0,115 & 0,006 & 0,161 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,702 & 0,091 & 0,001 & 0,206 \\ 0 & 0,01 & 0,031 & 0,05 & 0,068 & 0,431 & 0 & 0,41 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0,312 & 0,439 & 0,245 & 0,002 & 0 & 0 & 0,001 \\ 0 & 0,648 & 0,097 & 0,002 & 0 & 0,001 & 0,204 & 0,048 \\ 0 & 0 & 0,686 & 0,272 & 0,002 & 0,004 & 0,012 & 0,025 \\ 0 & 0 & 0 & 0,508 & 0,126 & 0,277 & 0,003 & 0,086 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,784 & 0,143 & 0 & 0,072 \\ 0 & 0,005 & 0,117 & 0,01 & 0,001 & 0,826 & 0 & 0,042 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Ciências

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0,449 & 0,29 & 0,259 & 0,001 & 0 & 0 & 0,001 \\ 0 & 0,788 & 0,128 & 0,017 & 0 & 0,01 & 0,048 & 0,008 \\ 0 & 0 & 0,716 & 0,172 & 0,007 & 0,035 & 0,051 & 0,021 \\ 0 & 0 & 0 & 0,377 & 0,19 & 0,165 & 0,02 & 0,249 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,725 & 0,145 & 0,014 & 0,115 \\ 0 & 0,065 & 0,031 & 0,073 & 0,049 & 0,367 & 0 & 0,415 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0,719 & 0,171 & 0,108 & 0 & 0 & 0 & 0,002 \\ 0 & 0,802 & 0,066 & 0,003 & 0 & 0,007 & 0,103 & 0,017 \\ 0 & 0 & 0,835 & 0,101 & 0,003 & 0,008 & 0,039 & 0,016 \\ 0 & 0 & 0 & 0,402 & 0,246 & 0,237 & 0,009 & 0,106 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,946 & 0,034 & 0,002 & 0,017 \\ 0 & 0,064 & 0,066 & 0,009 & 0,135 & 0,626 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Ciências sociais e comportamentais

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0,396 & 0,339 & 0,263 & 0 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,668 & 0,228 & 0,032 & 0 & 0,025 & 0,038 & 0,008 \\ 0 & 0 & 0,648 & 0,218 & 0,009 & 0,039 & 0,036 & 0,049 \\ 0 & 0 & 0 & 0,437 & 0,219 & 0,131 & 0,017 & 0,197 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,703 & 0,107 & 0,009 & 0,181 \\ 0 & 0,006 & 0,033 & 0,096 & 0,089 & 0,431 & 0,009 & 0,338 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0,759 & 0,128 & 0,112 & 0 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,7 & 0,168 & 0,026 & 0 & 0,015 & 0,074 & 0,016 \\ 0 & 0 & 0,743 & 0,12 & 0,003 & 0,035 & 0,041 & 0,056 \\ 0 & 0 & 0 & 0,353 & 0,291 & 0,228 & 0,01 & 0,119 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,733 & 0,182 & 0,004 & 0,081 \\ 0 & 0,019 & 0,049 & 0,204 & 0,063 & 0,488 & 0,005 & 0,173 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Serviços pessoais

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0,436 & 0,222 & 0,334 & 0 & 0,008 & 0 & 0 \\ 0 & 0,823 & 0,102 & 0,002 & 0 & 0,02 & 0,034 & 0,019 \\ 0 & 0 & 0,789 & 0,104 & 0,01 & 0,03 & 0,03 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0 & 0,293 & 0,172 & 0,219 & 0,005 & 0,312 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,579 & 0,113 & 0 & 0,308 \\ 0 & 0,035 & 0,119 & 0,108 & 0,117 & 0,199 & 0,042 & 0,38 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0,671 & 0,102 & 0,225 & 0 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,777 & 0,047 & 0,002 & 0 & 0,006 & 0,108 & 0,06 \\ 0 & 0 & 0,904 & 0,044 & 0,003 & 0,007 & 0,019 & 0,023 \\ 0 & 0 & 0 & 0,357 & 0,174 & 0,429 & 0,001 & 0,039 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,841 & 0,144 & 0 & 0,015 \\ 0 & 0,116 & 0,217 & 0,021 & 0,045 & 0,425 & 0,018 & 0,159 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Engenharia e profissões correlatas

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0,491 & 0,219 & 0,284 & 0 & 0 & 0 & 0,006 \\ 0 & 0,725 & 0,202 & 0,021 & 0 & 0,017 & 0,023 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0,673 & 0,212 & 0,012 & 0,018 & 0,057 & 0,027 \\ 0 & 0 & 0 & 0,403 & 0,28 & 0,124 & 0,004 & 0,189 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,679 & 0,1 & 0,009 & 0,212 \\ 0 & 0,019 & 0,04 & 0,042 & 0,033 & 0,349 & 0 & 0,517 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0,831 & 0,039 & 0,127 & 0 & 0 & 0 & 0,003 \\ 0 & 0,726 & 0,054 & 0,054 & 0 & 0,023 & 0,094 & 0,053 \\ 0 & 0 & 0,736 & 0,165 & 0,005 & 0,002 & 0,062 & 0,03 \\ 0 & 0 & 0 & 0,44 & 0,336 & 0,18 & 0,001 & 0,043 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,726 & 0,211 & 0,003 & 0,06 \\ 0 & 0,049 & 0,035 & 0,006 & 0,002 & 0,788 & 0 & 0,12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Produção e processamento

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0,041 & 0,576 & 0,378 & 0 & 0,006 & 0 & 0 \\ 0 & 0,792 & 0,125 & 0 & 0 & 0 & 0,083 & 0 \\ 0 & 0 & 0,601 & 0,341 & 0,018 & 0,008 & 0,014 & 0,019 \\ 0 & 0 & 0 & 0,437 & 0,19 & 0,175 & 0,011 & 0,186 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,627 & 0,138 & 0 & 0,235 \\ 0 & 0 & 0 & 0,05 & 0,029 & 0,458 & 0 & 0,463 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0,162 & 0,535 & 0,298 & 0 & 0,006 & 0 & 0 \\ 0 & 0,62 & 0,186 & 0 & 0 & 0 & 0,194 & 0 \\ 0 & 0 & 0,719 & 0,24 & 0,003 & 0,002 & 0,016 & 0,021 \\ 0 & 0 & 0 & 0,591 & 0,117 & 0,033 & 0,014 & 0,243 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,626 & 0,175 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0 & 0,218 & 0 & 0,642 & 0 & 0,14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Saúde

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0,481 & 0,205 & 0,299 & 0,005 & 0,011 & 0 & 0 \\ 0 & 0,771 & 0,152 & 0,014 & 0 & 0,009 & 0,038 & 0,016 \\ 0 & 0 & 0,718 & 0,156 & 0,028 & 0,028 & 0,048 & 0,022 \\ 0 & 0 & 0 & 0,359 & 0,203 & 0,154 & 0,007 & 0,277 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,713 & 0,159 & 0,008 & 0,121 \\ 0 & 0,03 & 0 & 0,059 & 0,203 & 0,388 & 0 & 0,319 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0,83 & 0,05 & 0,112 & 0,001 & 0,009 & 0 & 0 \\ 0 & 0,739 & 0,081 & 0,004 & 0 & 0,004 & 0,121 & 0,051 \\ 0 & 0 & 0,88 & 0,04 & 0 & 0,022 & 0,04 & 0,018 \\ 0 & 0 & 0 & 0,437 & 0,28 & 0,225 & 0,001 & 0,056 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,686 & 0,305 & 0,001 & 0,009 \\ 0 & 0,066 & 0 & 0,009 & 0,131 & 0,745 & 0 & 0,049 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Humanidades e letras

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0,608 & 0,16 & 0,225 & 0,003 & 0,004 & 0 & 0 \\ 0 & 0,806 & 0,126 & 0,013 & 0 & 0,007 & 0,045 & 0,004 \\ 0 & 0 & 0,735 & 0,15 & 0,002 & 0,039 & 0,044 & 0,03 \\ 0 & 0 & 0 & 0,378 & 0,16 & 0,211 & 0,009 & 0,242 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,723 & 0,139 & 0 & 0,138 \\ 0 & 0,003 & 0,092 & 0,073 & 0,07 & 0,357 & 0 & 0,406 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0,682 & 0,127 & 0,186 & 0,002 & 0,002 & 0 & 0 \\ 0 & 0,797 & 0,103 & 0,002 & 0 & 0 & 0,092 & 0,008 \\ 0 & 0 & 0,806 & 0,096 & 0,001 & 0,017 & 0,048 & 0,033 \\ 0 & 0 & 0 & 0,383 & 0,237 & 0,315 & 0,002 & 0,062 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,896 & 0,084 & 0 & 0,021 \\ 0 & 0,005 & 0,123 & 0,168 & 0,111 & 0,467 & 0 & 0,126 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Formação de professor e ciências da educação

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0,566 & 0,132 & 0,251 & 0,05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,843 & 0,062 & 0 & 0,008 & 0,003 & 0,08 & 0,004 \\ 0 & 0 & 0,738 & 0,097 & 0,043 & 0,013 & 0,071 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0,273 & 0,135 & 0,242 & 0,034 & 0,315 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,622 & 0,197 & 0,01 & 0,171 \\ 0 & 0 & 0,056 & 0,028 & 0,17 & 0,304 & 0 & 0,442 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0,722 & 0,065 & 0,205 & 0,007 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,83 & 0,044 & 0 & 0 & 0,003 & 0,117 & 0,006 \\ 0 & 0 & 0,909 & 0,038 & 0,006 & 0,004 & 0,028 & 0,015 \\ 0 & 0 & 0 & 0,337 & 0,186 & 0,214 & 0,026 & 0,237 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,698 & 0,204 & 0,005 & 0,093 \\ 0 & 0 & 0,014 & 0,159 & 0,197 & 0,522 & 0 & 0,108 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Ciências físicas

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0,279 & 0,437 & 0,275 & 0,001 & 0,006 & 0 & 0,001 \\ 0 & 0,765 & 0,142 & 0,015 & 0 & 0,012 & 0,052 & 0,014 \\ 0 & 0 & 0,645 & 0,234 & 0,001 & 0,042 & 0,028 & 0,05 \\ 0 & 0 & 0 & 0,377 & 0,197 & 0,174 & 0,007 & 0,245 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,642 & 0,142 & 0,004 & 0,212 \\ 0 & 0,026 & 0,034 & 0,027 & 0,09 & 0,356 & 0 & 0,465 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0,501 & 0,322 & 0,171 & 0,002 & 0,001 & 0 & 0,002 \\ 0 & 0,744 & 0,085 & 0 & 0 & 0,014 & 0,123 & 0,033 \\ 0 & 0 & 0,662 & 0,185 & 0,001 & 0,072 & 0,029 & 0,051 \\ 0 & 0 & 0 & 0,478 & 0,193 & 0,289 & 0,001 & 0,038 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,637 & 0,308 & 0,001 & 0,054 \\ 0 & 0,117 & 0,058 & 0,002 & 0 & 0,74 & 0 & 0,083 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Matemática e estatística

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0,115 & 0,462 & 0,42 & 0,003 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,705 & 0,23 & 0 & 0 & 0 & 0,043 & 0,022 \\ 0 & 0 & 0,504 & 0,377 & 0,016 & 0,028 & 0,032 & 0,042 \\ 0 & 0 & 0 & 0,281 & 0,257 & 0,168 & 0,012 & 0,281 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,628 & 0,145 & 0,011 & 0,216 \\ 0 & 0 & 0,049 & 0,024 & 0,154 & 0,376 & 0 & 0,396 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0,346 & 0,424 & 0,228 & 0,002 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,479 & 0,139 & 0 & 0 & 0 & 0,253 & 0,129 \\ 0 & 0 & 0,643 & 0,202 & 0 & 0,002 & 0,065 & 0,085 \\ 0 & 0 & 0 & 0,235 & 0,229 & 0,384 & 0,006 & 0,146 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,749 & 0,159 & 0,004 & 0,087 \\ 0 & 0 & 0,182 & 0,012 & 0,024 & 0,757 & 0 & 0,025 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Anexos

ANEXO A – Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa – CEP

Por manipular informações de seres humanos, essa pesquisa teve que ser submetida previamente ao Comitê de Ética em Pesquisa – CEP indicado pela Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP/CNS/MS para verificação de cumprimento dos fundamentos éticos pertinentes. Visto que, conforme inciso VII.1 da Resolução CNS/MS N° 466/2012¹, “pesquisas envolvendo seres humanos devem ser submetidas à apreciação do Sistema CEP/CONEP, que, ao analisar e decidir, se torna corresponsável por garantir a proteção dos participantes”.

Após submissão e apreciação do CEP da Universidade de Pernambuco², esta pesquisa foi aprovada para sua realização conforme Parecer Consubstanciado anexado.

¹ Publicada no Diário Oficial da União de 13/06/2013 – seção 1 – Página 59.

² A Universidade Federal Rural de Pernambuco não dispunha à época de comitê próprio para análise de pesquisas que envolvessem seres humanos. A indicação de comitê externo é disciplinada pelo inciso VII.2.2 da Resolução CNS N° 466/2012.

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Técnicas de Aprendizado de Máquina aplicadas ao combate da Evasão no Ensino Superior Brasileiro

Pesquisador: DALTON FRANCISCO DE ARAUJO

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 59788116.5.0000.5207

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 1.761.001

Apresentação do Projeto:

Este trabalho propõe aplicar conhecimentos de aprendizado de máquina e mineração de dados para conceber instrumento que consiga prever, já no momento da matrícula, estudantes com tendência a evadir-se. A proposta deste trabalho é tentar criar instrumento que avalie o risco do estudante abandonar o curso, antes mesmo da efetivação da matrícula. Para isso tem-se a pretensão de levantar as respostas ao formulário socioeconômico do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de ingressantes, a princípio, da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) no período de 2009 a 2015, primeiros anos de existência do Sistema de Seleção Unificada (SiSU) com utilização das notas obtidas no ENEM. Logo, todo calouro teve acesso ao formulário. Em um primeiro momento será necessária a identificação dos sujeitos da amostra através do número do Cadastro de Pessoa Física (CPF) para poder consolidar informações do mesmo indivíduo oriundas de diferentes bases de dados. Após essa fase de consolidação, a identificação do sujeito pode ser excluída da base manipulada. Com os dados disponíveis, serão efetuadas análises através de técnicas de aprendizado de máquina e mineração de dados para tentar encontrar um padrão dos alunos evadidos. Diante do(s) padrão(ões) encontrado(s), serão identificados indivíduos dentro do grupo de alunos vinculados e que têm as mesmas características. Esses alunos e os possíveis motivos para evasão serão elevado ao conhecimento da Pró-Reitoria de Ensino de

Endereço: Av. Agamenon Magalhães, s/nº

Bairro: Santo Amaro

CEP: 50.100-010

UF: PE

Município: RECIFE

Telefone: (81)3183-3775

Fax: (81)3183-3775

E-mail: comite.etica@upe.br

Continuação do Parecer: 1.761.001

Graduação (PREG/UFRPE) para elaboração de estratégias de intervenção junto aos estudantes. Após as intervenções, haverá acompanhamento dos dados para mensurar os resultados, avaliá-los e caso necessário, ajustes aos instrumentos de identificação e processos de intervenção. É possível ainda incluir novos dados no modelo, como notas, frequência à biblioteca, ao Restaurante Universitário, ao Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA/UFRPE), entre outras. Mas isso será avaliado durante o processo de concepção do modelo de avaliação de risco. Pretende-se institucionalizar essas ações na UFRPE, e apresentado à comunidade científica em geral.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário:

Os objetivos principais deste trabalho são: desenvolver instrumentos que consigam identificar estudantes ingressantes com tendência a abandonar o curso de graduação, e; melhorar a aplicação de recursos públicos, através da redução da evasão no ensino superior.

Objetivos Secundários:

- Apresentar um instrumento computacional, utilizando-se de inteligência artificial e métodos estatísticos, para identificação desses indivíduos logo ao ingressarem ao ensino superior.
- Apresentar aos setores responsáveis, elaborar estratégias, realizar intervenções para tentar reverter a tendência e posteriormente avaliar os resultados obtidos.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Conforme os pesquisadores, uma vez que a identificação dos sujeitos da amostra é necessária para consolidar informações de várias fontes de dados diferentes, o principal risco envolvido é a quebra do sigilo das informações pessoais envolvidas: notas, endereço, descrição social, etc. Por isso a manipulação de dados identificados será realizada em equipamentos com acesso restrito à pesquisa para preservar o sigilo das informações. Dados identificados não integrarão relatórios nem publicações. Os resultados apresentados serão quantitativos.

Como benefícios, alcançados os objetivos da pesquisa, pode-se ter um entendimento amplo sobre o evento "evasão" no ensino superior brasileiro que proporciona prejuízos financeiros e sociais ao país.

Endereço: Av. Agamenon Magalhães, s/nº

Bairro: Santo Amaro

CEP: 50.100-010

UF: PE

Município: RECIFE

Telefone: (81)3183-3775

Fax: (81)3183-3775

E-mail: comite.etica@upe.br

Continuação do Parecer: 1.761.001

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Criação de um instrumento que avalie o risco do estudante abandonar o curso, antes mesmo da efetivação da matrícula, através da mineração de dados.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Inserir no Termo de confidencialidade todos os nomes dos pesquisadores.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

- Inserir no projeto da plataforma os nomes dos outros pesquisadores, assim como no termo de confidencialidade.

Considerações Finais a critério do CEP:

O pleno acompanha o parecer do relator

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_774882.pdf	09/09/2016 17:55:55		Aceito
Outros	CoOrientadorCurriculo.pdf	09/09/2016 17:55:44	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Outros	OrientadorCurriculo.pdf	09/09/2016 17:55:21	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Concessao.pdf	08/09/2016 07:49:35	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Outros	Anuencia.pdf	08/09/2016 07:49:11	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Confidencialidade.pdf	08/09/2016 07:48:48	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Outros	DaltonAraujoCurriculo.pdf	08/09/2016 07:47:18	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	DaltonAraujo_ProjetoDoutoradoCE.pdf	31/08/2016 11:03:24	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento /	JustificativaAusenciaTCLE.pdf	31/08/2016 10:59:47	DALTON FRANCISCO DE	Aceito

Endereço: Av. Agamenon Magalhães, s/nº

Bairro: Santo Amaro

CEP: 50.100-010

UF: PE

Município: RECIFE

Telefone: (81)3183-3775

Fax: (81)3183-3775

E-mail: comite.etica@upe.br

Continuação do Parecer: 1.761.001

Justificativa de Ausência	JustificativaAusenciaTCLE.pdf	31/08/2016 10:59:47	ARAUJO	Aceito
Folha de Rosto	FolhaRosto.pdf	18/08/2016 10:08:03	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito

Situação do Parecer:

Pendente

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

RECIFE, 04 de Outubro de 2016

Assinado por:

**Marco Aurélio de Valois Correia Junior
(Coordenador)**

Endereço: Av. Agamenon Magalhães, s/nº

Bairro: Santo Amaro

CEP: 50.100-010

UF: PE

Município: RECIFE

Telefone: (81)3183-3775

Fax: (81)3183-3775

E-mail: comite.etica@upe.br

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Técnicas de Aprendizado de Máquina aplicadas ao combate da Evasão no Ensino Superior Brasileiro

Pesquisador: DALTON FRANCISCO DE ARAUJO

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 59788116.5.0000.5207

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 1.837.140

Apresentação do Projeto:

IDEM AO ANTERIOR

Objetivo da Pesquisa:

IDEM AO ANTERIOR

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

IDEM AO ANTERIOR

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

IDEM AO ANTERIOR

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

TODOS OS TERMOS FORAM PRESENTADOS CORRETAMENTE, CONFORME A RES. 466/2012

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

AS PENDÊNCIAS FORAM ATENDIDAS

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Endereço: Av. Agamenon Magalhães, s/nº

Bairro: Santo Amaro

CEP: 50.100-010

UF: PE

Município: RECIFE

Telefone: (81)3183-3775

Fax: (81)3183-3775

E-mail: comite.etica@upe.br

UNIVERSIDADE DE
PERNAMBUCO/ PROPEGE/



Continuação do Parecer: 1.837.140

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_774882.pdf	18/10/2016 18:30:38		Aceito
Outros	Confidencialidade.pdf	18/10/2016 18:30:01	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Outros	CoOrientadorCurriculo.pdf	09/09/2016 17:55:44	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Outros	OrientadorCurriculo.pdf	09/09/2016 17:55:21	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Concessao.pdf	08/09/2016 07:49:35	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Outros	Anuencia.pdf	08/09/2016 07:49:11	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Outros	DaltonAraujoCurriculo.pdf	08/09/2016 07:47:18	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	DaltonAraujo_ProjetoDoutoradoCE.pdf	31/08/2016 11:03:24	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	JustificativaAusenciaTCLE.pdf	31/08/2016 10:59:47	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito
Folha de Rosto	FolhaRosto.pdf	18/08/2016 10:08:03	DALTON FRANCISCO DE ARAUJO	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

RECIFE, 25 de Novembro de 2016

Assinado por:

Marco Aurélio de Valois Correia Junior
(Coordenador)

Endereço: Av. Agamenon Magalhães, s/nº

Bairro: Santo Amaro

CEP: 50.100-010

UF: PE

Município: RECIFE

Telefone: (81)3183-3775

Fax: (81)3183-3775

E-mail: comite.etica@upe.br

ANEXO B – Taxa de Evasão/Retenção - UFRPE

Estudo divulgado pela Pró-Reitoria de Planejamento e Desenvolvimento Institucional referentes aos anos de 2013 e 2014.

Taxa de Evasão/Retenção

CONCEITOS	
Vinculados = Matriculado + Intercâmbio	
Desvinculados do curso = Desistência + Desligamento + Desvinculado + Transferência externa + Transferência interna	
Desvinculados da UFRPE = Desistência + Desligamento + Desvinculado + Transferência externa	
Possíveis retidos = Matrícula Vínculo + Trancamento	
Retidos = alunos que ultrapassaram a duração normal do curso	
EVASÃO DO CURSO = Desvinculados do curso / Vinculados	
EVASÃO DA UFRPE = Desvinculados da UFRPE / Vinculados	
RETENÇÃO = (Possíveis retidos + retidos) / Vinculados	
Observação: Os dados semestrais são somados e divididos por dois	

Taxa de Evasão/Retenção

Cursos Sede	Taxa de Evasão (%)			Taxa de Retenção (%)		
	2013	2014	Variação	2013	2014	Variação
Agronomia	23,53%	24,00%	2,00%	17,65%	23,39%	32,57%
Bacharelado Administração	13,64%	10,99%	-19,41%	17,31%	25,27%	46,03%
Bacharelado em Ciência da Computação	23,69%	27,15%	14,60%	11,57%	16,74%	44,70%
Bacharelado Ciências Biológicas	23,62%	21,74%	-7,95%	22,51%	28,26%	25,55%
Bacharelado Ciências Econômicas	27,68%	22,09%	-20,17%	31,73%	39,34%	23,97%
Bacharelado Ciências Sociais	35,67%	25,15%	-29,49%	41,48%	48,07%	15,89%
Bacharelado Sistemas de Informação	25,30%	29,79%	17,72%	19,22%	20,21%	5,16%
Economia Doméstica	36,24%	37,33%	3,03%	32,06%	30,67%	-4,33%
Engenharia Agrícola Ambiental	26,09%	25,64%	-1,71%	18,58%	24,85%	33,78%
Engenharia de Pesca	28,22%	29,75%	5,44%	17,84%	24,79%	38,96%
Engenharia Florestal	31,53%	30,87%	-2,11%	17,71%	28,33%	59,96%
Gastronomia e Seg. Alimentar	32,17%	23,01%	-28,49%	20,00%	27,43%	37,17%
Licenciatura em Ciências Agrícolas	54,84%	49,02%	-10,61%	28,63%	38,73%	35,27%
Licenciatura em Ciências Biológicas	24,45%	18,08%	-26,05%	18,96%	22,29%	17,59%
Licenciatura em Computação	56,84%	36,24%	-36,25%	30,53%	32,40%	6,15%
Licenciatura em Educação Física	27,63%	23,41%	-15,25%	16,22%	21,95%	35,37%
Licenciatura em Física	60,05%	53,67%	-10,63%	38,34%	42,09%	9,79%
Licenciatura em História	23,39%	15,13%	-35,31%	13,39%	19,41%	44,95%
Licenciatura em Letras	27,27%	23,30%	-14,58%	16,99%	23,74%	39,74%
Licenciatura em Matemática	62,67%	48,88%	-22,00%	28,42%	27,54%	-3,12%
Licenciatura em Pedagogia	28,57%	18,12%	-36,59%	22,62%	24,74%	9,37%
Licenciatura em Química	32,65%	36,62%	12,15%	29,31%	32,59%	11,22%
Medicina Veterinária	8,98%	9,25%	2,98%	8,98%	12,60%	40,23%

Taxa de Evasão/Retenção

Zootecnia	35,43%	38,30%	8,11%	17,49%	20,09%	14,90%
Total Sede	29,29%	25,88%	-11,65%	21,39%	25,98%	21,42%
Cursos UAG	Taxa de Evasão			Taxa de Retenção		
	2013	2014	Variação (%)	2013	2014	Variação (%)
Agronomia	31,92%	17,36%	-45,63%	9,29%	11,57%	24,51%
Bacharelado Ciência da Computação	46,20%	45,22%	-2,12%	19,44%	29,86%	53,60%
Engenharia de Alimentos	57,05%	34,36%	-39,78%	7,69%	16,26%	111,35%
Licenciatura em Letras	32,64%	18,30%	-43,95%	9,89%	14,89%	50,67%
Licenciatura em Pedagogia	28,51%	15,80%	-44,58%	5,45%	11,51%	111,21%
Medicina Veterinária	17,30%	10,93%	-36,82%	5,81%	9,02%	55,17%
Zootecnia	33,50%	34,03%	1,59%	13,00%	15,97%	22,84%
Total UAG	31,67%	22,00%	-30,55%	9,43%	14,46%	53,34%
Cursos UAST	Taxa de Evasão			Taxa de Retenção		
	2013	2014	Variação (%)	2013	2014	Variação (%)
Agronomia	33,94%	21,83%	-35,66%	18,33%	23,80%	29,87%
Bacharelado Administração	21,27%	15,18%	-28,65%	18,81%	27,24%	44,77%
Bacharelado Ciências Biológicas	30,52%	33,41%	9,49%	20,42%	21,00%	2,84%
Bacharelado Ciências Econômicas	39,35%	29,68%	-24,57%	20,37%	32,60%	60,05%
Bacharelado Sistemas de Informação	37,25%	26,98%	-27,57%	24,39%	30,19%	23,79%
Engenharia de Pesca	40,23%	35,33%	-12,17%	14,73%	19,16%	30,08%
Licenciatura em Letras	22,77%	16,03%	-29,60%	12,01%	19,04%	58,54%
Licenciatura em Química	37,53%	24,88%	-33,69%	25,42%	32,03%	26,02%
Zootecnia	30,08%	27,91%	-7,21%	7,02%	14,19%	102,15%
Total UAST	30,75%	24,26%	-21,12%	18,04%	24,48%	35,68%
Total UFRPE	29,98%	24,92%	-16,90%	18,72%	23,80%	27,11%